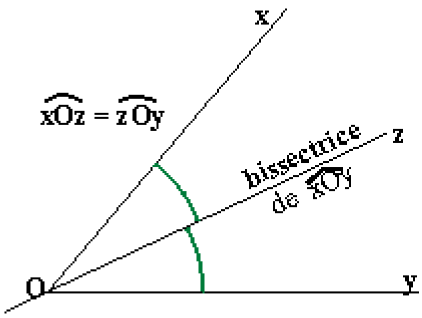
Définitions:

La bissectrice d'un angle est son axe de symétrie.

La bissectrice d'un angle le partage en deux angles adjacents de même mesure.



Le point O est le sommet de l'angle. Les demi droites [Ox) et [Oy) en sont les côtés.

Un angle est mesuré à l'aide d'un rapporteur d'angle dans diverses unités (le degré étant le plus utilisé au collège).

Propriétés:

(Note: ce qui doit être connu est noté en vert, ce qui peut être démontré est noté en rouge)

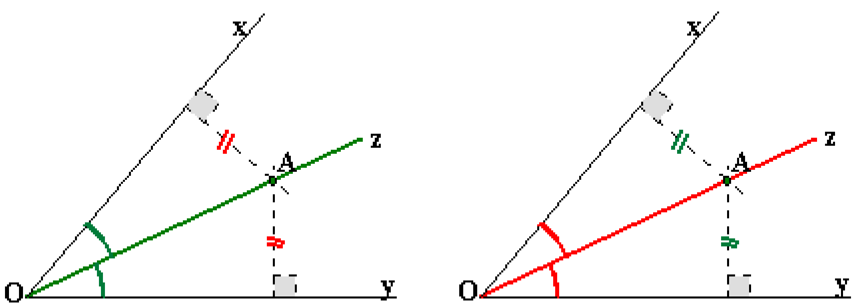
Si un point appartient à la bissectrice d'un angle

Alors ce point est équidistant des côtés de cet angle.

et le théorème réciproque (échange des couleurs: de vert vers rouge et vice-versa):

Si un point est équidistant des côtés d'un angle

Alors ce point appartient à la bissectrice de cet angle.



Le théorème et sa réciproque

Construction de la bissectrice d'un angle:

Données: angle de sommet 0 et de côtés [Ox) et [Oy)

Construire la bissectrice de cet angle.

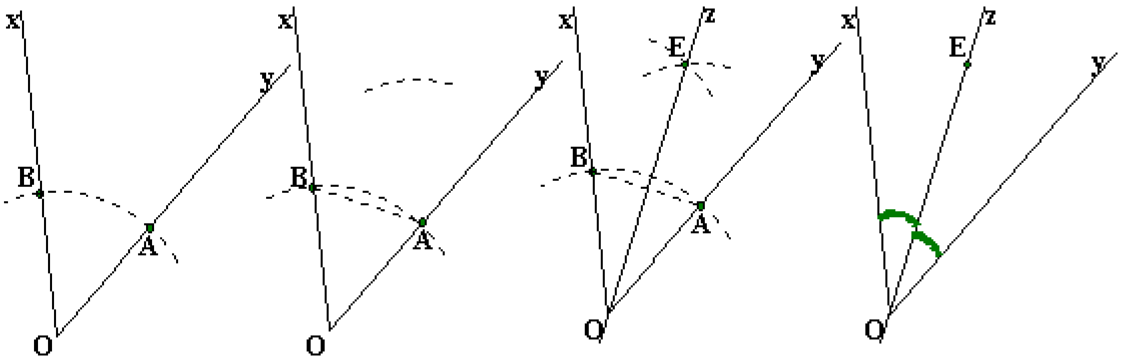


Fig 1: avec le compas pointé en O (le rayon est quelconque) tracez un arc de cercle qui coupe les côtés en A et B.

Fig 2: avec le compas pointé en A (le rayon est quelconque, pas forcément égal au premier) tracez un arc dans l'intérieur de l'angle.

Fig 3: avec le compas pointé en B et le **même rayon que ci-dessus**, tracez un arc qui coupe l'arc de la figure 2 au point E.

Fig 4: La droite (OE) est la bissectrice demandée.

Commentaires:

- La figure 1 montre comment obtenir un segment [AB] dont les extrémités sont sur les côtés de l'angle et tel que le sommet O soit équidistant des extrémités A et B (la distance est le rayon choisi). Comme O est équidistant de A et B alors O appartient à la médiatrice de [AB] **et** OAB est isocèle de sommet principal O.
- Les figures 2 et 3 montrent comment obtenir un second point E de la médiatrice de [AB] (EA=EB=rayon des deux arcs de cercle). Tracer la bissectrice (OE) c'est donc tracer l'axe de symétrie du segment [AB] et du triangle isocèle OAB. Comme la droite (OE) est l'axe de symétrie de l'angle BOA alors (OE) est la bissectrice cherchée.

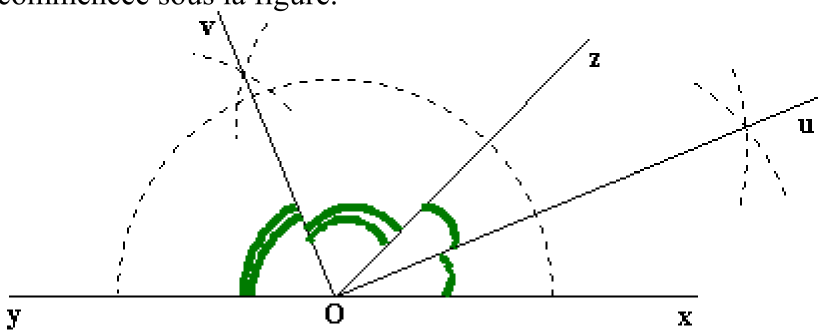
Cas particuliers:

Bissectrices d'un triangle: les trois bissectrices d'un triangle sont concourantes en un point qui est le centre du cercle inscrit dans ce triangle.
Remarque: Dans un triangle isocèle, la bissectrice de l'angle dont le sommet est le sommet principal, est aussi hauteur, médiane et médiatrice du côté opposé.

Bissectrices des angles d'un carré et d'un losange: les bissectrices de ces angles sont les diagonales de ces quadrilatères.

Bissectrices de deux angles supplémentaires et adjacents:

Sur la figure ci-dessous les angles xOz et zOy sont supplémentaires et adjacents, ce qui entraîne que xOy est un angle plat (il mesure 180°). Nous avons représenté en traits pointillés les constructions des bissectrices (Ou) et (Ov) (nous nous sommes limités ici aux demi-droites). Nous vous conseillons de les faire sur une feuille de papier et de compléter la démonstration commencée sous la figure.



Comme (Ou) et (Ov) sont les bissectrices de $\widehat{xOz}$ et $\widehat{zOy}$

Alors $\widehat{uOz} = \frac{1}{2}\,\widehat{xOz}$ et $\widehat{zOv} = \frac{1}{2}\,\widehat{zOy}$

Comme $\widehat{uOv} = \widehat{uOz} + \widehat{zOv}$

Alors $\widehat{uOv} = \frac{1}{2}\widehat{xOz} + \frac{1}{2}\widehat{zOy}$ ou $\widehat{uOv} = \frac{1}{2}\,(\widehat{xOz} + \widehat{zOy})$

Comme $\widehat{xOz} + \widehat{zOy} = 180°$ alors $\boldsymbol{\widehat{uOv} = \frac{1}{2}\,180° = 90°}$

Conclusion: Les bissectrices de ..... sont .....