

## Espace et géométrie, généralités.

Les formes géométriques se retrouvent dans de nombreux domaines ce qui permet de dégager le caractère universel des objets géométriques.

### 1. Champs de connaissances

#### a) Les connaissances spatiales

- Mettent en interaction le sujet et l'espace sensible
- Permettent de se repérer, de se déplacer, de dessiner, transformer.....
- Le langage et les représentations spatiales permettent de communiquer des informations qui se substituent à la perception
- Portent sur des objets d'autres champs disciplinaires, e.p.s, géographie, arts visuels
- Leur nécessité dans la vie quotidienne.

#### b) Les connaissances géométriques

- Mettent le sujet en interaction avec un espace conceptualisé.
- Permettent de résoudre des problèmes de l'espace physique ou graphique
- Permettent de reconnaître, décrire, vérifier, représenter, reproduire, construire des objets de la géométrie.

- Partent sur des objets géométriques (points, lignes, segments.....) et des relations géométriques (appartenance, alignement, parallélisme.....)
- Doivent être enseignées pour exister.
- Leur finalité concerne l'espace conceptualisé.
- Leur validité s'appuie sur des raisonnements qui obéissent aux règles du débat mathématique.

Les 2 champs de connaissances sont interdépendants.

## 2. Temps dans l'appréhension des objets

Selon Charnay on peut distinguer 3 temps dans l'appréhension des objets géométriques par les élèves :

« Géométrie perceptive » : un objet est carré car je le reconnais comme tel, reconnaissance globale.

« Géométrie instrumentée » : un objet est carré car avec l'aide d'instruments adaptés je peux en vérifier certaines propriétés.

« Géométrie mathématisée » : un objet est carré parce que je peux en énoncer certaines propriétés.

L'articulation école-collège est au ♥ du passage entre le second et troisième temps = passage du dessin à la figure.

L'enseignant peut jouer avec les variables didactiques pour faire passer les élèves d'une géométrie à une autre :

Figures pour lesquelles la perception ne permet pas d'identifier leurs propriétés, un rectangle presque carré, pour passer de la géométrie perceptive à instrumentée.

### 3. Types d'espaces.

Les travaux de Brousseau entre autres distinguent plusieurs types d'espaces :

**Micro-espace** : espace de taille réduite, par exemple espace d'un plan de travail. Objets que l'on peut déplacer, manipuler.

**Méso-espace** : espace des déplacements du sujet dans un domaine contrôlé par la vue, les objets sont fixes et mesurent entre 0,5 et 50 fois la taille du sujet.

**Macro-espace** : Le sujet à accès à cet espace par des vues partielles ou par des représentations dont il lui faudra connaître les conventions pour pouvoir les lire. La vision globale est forcément intellectuelle.

À l'école on travaillera dans le méso-espace, le micro-espace de l'élève en essayant de construire des allers et retours entre les 2 espaces mais aussi dans le macro-espace.

### Exemple

- ▶ En maternelle, pour favoriser les allers-retours entre micro et meso-espace, on pourra faire construire la maquette (micro-espace) d'un parcours réalisé effectivement par les élèves en salle de motricité (meso-espace) ; et réciproquement faire réaliser en salle de motricité un parcours à partir d'une maquette. Même si cette construction n'est pas une compétence exigible de l'école, elle participe à la compréhension de la lecture d'un plan.
- ▶ Dans une séquence sur l'alignement, un professeur propose un travail d'abord sur une feuille de papier (micro-espace), puis dans la cour (més-espace). Il s'agit de prévoir l'emplacement de plots dans la cour pour tracer un chemin direct entre un point de départ et une cible, la prévision se faisant sur le plan de la feuille de papier, avant le travail dans la cour. Sur la feuille de papier, les moyens de validation sont la règle ou tout objet à bords rectilignes. Les élèves doivent proposer des moyens de validation dans la cour, les propositions peuvent être d'effectuer des visées (avec une boîte en carton percée d'un trou), de tendre une corde, etc.<sup>2</sup>

## 4. Rôles de la manipulation.

Le travail mathématique s'exerce souvent à partir de questions posées sur des objets ou des expériences.

Le matériel présent dans la classe doit être varié et mis à disposition des élèves.

La manipulation a 2 rôles principaux :

- Déclencheur de réflexion.
- Validation d'une réflexion.

Si l'enseignant propose aux élèves des problèmes en leur donnant du matériel c'est qu'il vise la construction de concepts géométriques par la médiation du matériel.

En revanche si les élèves doivent donner une réponse avant de manipuler, le travail est une tâche d'anticipation. Le matériel sert alors à vérifier la validité ou non de leur propositions.

### Exemple

Après avoir réalisé des alignements de plots dans la cour (mésospace) par la technique de la visée ou grâce à l'utilisation d'une ficelle tendue les élèves peuvent être amenés à transcrire la situation vécue sur une feuille puis construire et vérifier l'alignement de points en utilisant la règle.

De la même manière, la recherche d'un trésor dans la cour à partir d'informations relatives aux distances séparant ce trésor de deux plots repérés, peut donner lieu ensuite à l'utilisation du compas comme outil expert de résolution de ce même problème modélisé sur une feuille.