Chapitre M2

Algèbre 5

SUITES NUMERIQUES 1

Capacités	Connaissances
Générer expérimentalement des suites numériques à l'aide d'un tableur.	Suites numériques : - notation indicielle ; - détermination de termes particuliers
Reconnaître une suite arithmétique, une suite géométrique par le calcul ou à l'aide d'un tableur.	Suites particulières : - définition d'une suite arithmétique et d'une suite géométrique. $u_{n+1} = u_n + r$ et la donnée du premier terme, $u_{n+1} = q \times u_n$ (q>0) et la premier terme.
Reconnaître graphiquement une suite arithmétique à l'aide d'un grapheur.	
Réaliser une représentation graphique d'une suite (u_n) arithmétique ou géométrique.	

Contenu du dossier :

- ☐ **Cours**
- ☐ **Exercices (Livre Chapitre3 pages 33-50)**
- ☐ **Corrigé des exercices**
- ☐ **Evaluation EM2**
- ☐ **Corrigé de l'évaluation EM2**

PBP M2

I. Suites numériques

Activité 1: Approche : Ai-je un bon sens logique ?

La psychologie moderne a généralisé l'utilisation des tests dans la sélection de personnel (armée, concours…). On propose ici quelques exemples de suites de lettres, de lettres et de nombres ou de nombres seulement.

Suite ❶ :	9	14	19	24	29	…	…			
Suite ❷ :	5	7	14	16	32	…	68	…		
Suite ❸ :	A	Z	B	Y	…	X	D	…		
Suite ❹ :	21	16	11	6	…	…	-9	…		
Suite ❺ :	2	C	3	D	5	F	6	G	…	…
Suite ❻ :	1	2	4	…	16	32	…			

1. **Donner le numéro des suites qui sont numériques.**

2. Si 5 est le premier terme de la suite❷, **quelle est la valeur du terme de rang 3**, c'est à dire la valeur du troisième terme de cette suite ?.....
.....

   Si 16 est le terme de rang 5 (c'est à dire le cinquième terme de la suite❻, **quel est le terme de rang 2 ?**.....
.....

3. Parmi toutes les suites numériques, **nommer** :
   - Les suites croissantes :.....
   - Les suites décroissantes :.....
   - Les suites arithmétiques (suites où le terme suivant se calcule par addition ou soustraction) :.....
   - Les suites géométriques (suites où le terme suivant se calcule par multiplication ou division) :.....

4. **Déterminez les termes inconnus des suites❶,❷, ❹ et ❻.**

Suite ❶ :	9	14	19	24	29	…	…	
Suite ❷ :	5	7	14	16	32	…	68	…
Suite ❹ :	21	16	11	6	…	…	-9	…
Suite ❻ :	1	2	4	…	16	32	…	

Exercices : ☐ **1 p 31** ☐ **2 p 31** ☐ **3 p 32** ☐ **4 p 32** ☐ **5 p 32**
☐ **6 p 32** ☐ **7 p 32** ☐ **Ex 8 p 32** ☐ **Ex 9 p 32** ☐ **Ex 10 p 32**
☐ **11 p 32** ☐ **12 p 32** ☐ **21 p 33**

En résumé

Suites numériques

- Une suite est formée de **termes** notés en général à l'aide de la lettre **u** (ou **v**).
- Un **indice** indique le **rang** de chaque terme, c'est à dire sa « position » dans la suite. (u_1 désigne le 1er terme, u_2 le 2e, etc.)
- Chaque terme a **une valeur unique**.
- Un terme de rang **quelconque** (on dit de rang n ou n-ième terme) est noté $\mathbf{u_n}$.
- Un terme qui **précède** $\mathbf{u_n}$ est noté $\mathbf{u_{n-1}}$. Le terme qui **suit** $\mathbf{u_n}$ est noté $\mathbf{u_{n+1}}$.

II. Suites arithmétiques

II.1. Aborder les suites arithmétiques

Exemple

En 2005, un institut de formation a recruté 45 élèves. Depuis, le nombre d'élèves recrutés augmente de 15 par an. On note u_0 le nombre d'élèves recrutés en 2005, u_1 le nombre d'élèves recrutés en 2006, u_2 le nombre d'élèves recrutés en 2007, etc.

Aide

La suite (u_n) est arithmétique. Cela signifie que, pour passer de n'importe quel terme un au terme suivant u_{n+1}, on ajoute toujours le même nombre r, appelé raison de la suite.

Ainsi, $$u_{n+1} = u_n + r.$$

Graphiquement, les points représentant une suite arithmétique sont alignés, c'est-à-dire tous situés sur une même droite.

Activité 2

1. Compléter.

3.1. Le nombre d'élèves recrutés en 2005 est :

u_0 = ...

3.2. Le nombre d'élèves recrutés en 2006 est :

$u_1 = u_0$ + ... = ... + ... = ...

3.3. Le nombre d'élèves recrutés en 2007 est :

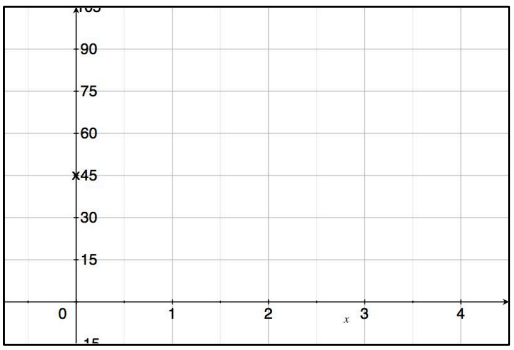
$u_2 = u_1$ + ... = ... + ... = ...

3.4. Le nombre d'élèves recrutés en 2008 est :

u_3 = ... + ... = ... + ... = ...

2. Compléter.

Chaque terme de la suite est égal à la somme du terme précédent et de .....**,** donc la suite est ....**,** de raison ..... et de terme initial u_0 = ...**.**



3.1.Placer en rouge les points représentant u_1, u_2 et u_3.

3.2.Rayer l'encadré inexact. Les points en rouge sur le graphique sont / ne sont pas alignés.

II.2. Comment reconnaître par le calcul si une suite est arithmétique ou pas ?

Méthode 3

Étape 1: Calculer *les différences entre chaque terme et le terme précédent.*

Étape 2 Conclure *sur la nature de la suite :*

• lorsque les différences sont toutes égales, la suite est arithmétique ; • sinon, la suite n'est pas arithmétique.

On donne les nombres successifs u_1 , u_2 , ..., u_6 suivants.

	A	B	C	D	E	F
1	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6
2	5,0	3,4	1,8	0,2	-1,4	-3

Montrer que u_1, u_2, ..., u_6 sont des termes d'une suite arithmétique.

Étape 1 Compléter le tableau (si on utilise un tableur, on entre la formule =B2-A2 dans la cellule B3, puis **recopier** jusqu'à la cellule F3).

$u_2 - u_1$	$u_3 - u_2$	$u_4 - u_3$	$u_5 - u_4$	$u_6 - u_5$
– 1,6				

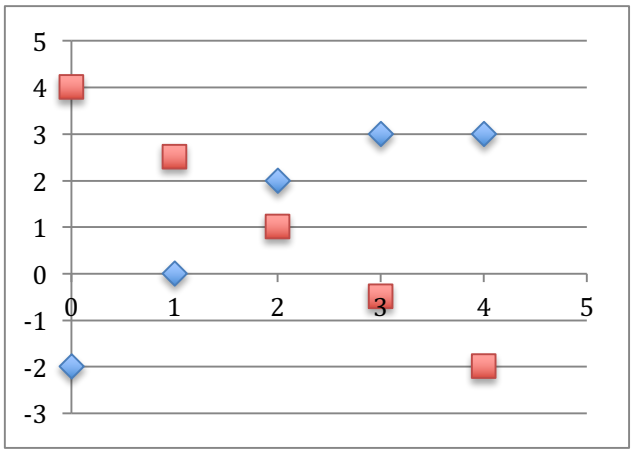
Étape 2 Toutes les différences sont égales à .....**,** donc u_1, u_2, ..., u_6 sont des termes d'une suite ....., de terme initial u_1 = _ et de raison r = ...**.**

II. 3. Comment reconnaître graphiquement si une suite est arithmétique ou pas ?

Méthode 4
Étape 1: Placer *sur un graphique les points représentant la suite.*
Étape 2: Conclure *sur la nature de la suite :*

- *lorsque les points sont alignés, la suite est arithmétique ;*
- *sinon, la suite n'est pas arithmétique.*

Le graphique ci-contre a été obtenu avec un grapheur.



1. Les losanges représentent-ils une suite arithmétique ?

2. Les carrés représentent- ils une suite arithmétique ?

Étapes 1 Voir la figure.

Étapes 2 Rayer les réponses inexactes.

- Les losanges sont alignés/ ne sont pas alignés, donc ils représentent / ne représentent pas une suite **arithmétique.**
- Les carrés sont alignés/ ne sont pas alignés, donc ils représentent / ne représentent pas une suite **arithmétique.**

En résumé

Suite arithmétique

- **Une suite arithmétique** est une suite de nombres où chaque terme, à partir du deuxième, est obtenu en ajoutant au précédent un nombre, appelé **raison**.
- $\mathbf{U_{n+1} = u_n + r}$ (r est la raison de la suite arithmétique)
- Pour une suite arithmétique, la différence entre deux termes consécutifs quelconques est constante et égale à la raison de la suite arithmétique.
  $u_2 - u_1 = u_3 - u_2 = \ldots\ldots\ldots\ldots = u_n - u_{n-1} = r$
- La représentation graphique d'une suite **arithmétique** est une **droite.**

Exercices :

☐ **24 p33**	☐ **28 p34**	☐ **29 p34**	☐ **33 p34**	☐ **39 p34**
☐ **43 p34**	☐ **47 p34**	☐ **57 p35**	☐ **58 p35**	☐ **66 p36**
☐ **67 p36**	☐ **108 p38**	☐ **109 p39**	☐ **110 p39**	☐ **115 p39**

III Suites Géométriques

III.1. Aborder les suites géométriques

Exemple

Une population de 100 bactéries double toutes les heures.
On note u_0 le nombre initial de bactéries, u_1 le nombre de bactéries au bout d'une heure, u_2 le nombre de bactéries au bout de deux heures, etc.

Aide
La suite (u_n) est géométrique. Cela signifie que, pour passer de n'importe quel terme u_n au terme suivant u_{n+1}, on multiplie toujours par le même nombre q ($q > 0$), appelé raison de la suite.

Ainsi $$u_{n+1} = q \times u_n.$$

Graphiquement, les points représentant une suite géométrique sont situés sur une courbe dite exponentielle. Pour $q \neq 1$, cette courbe n'est pas une droite.

Activité 4

1. **Compléter.**

a) Le nombre de bactéries initial est u_0 = ...

b) Le nombre de bactéries au bout d'une heure est $u_1 = u_0 \times 2$ = ...

Le nombre de bactéries au bout de deux heures est $u_2 = u_1 \times 2$ = ...

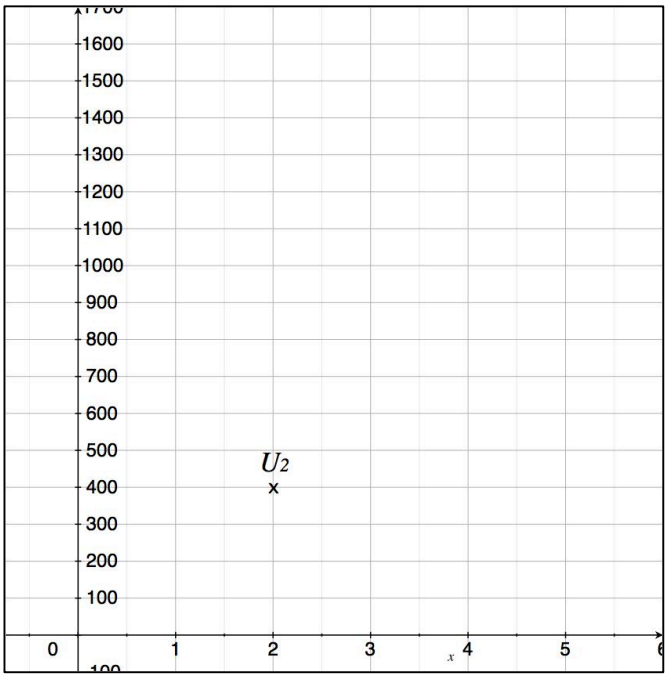
Le nombre de bactéries au bout de trois heures est u_3 = ... × 2 = ...

2. **Compléter.**

Chaque terme de la suite est égal au produit du terme précédent par ....., donc la suite est ....., de raison ..... et de terme initial u_0 = ...

3.

3.1.Compléter le graphique pour représenter la suite (u_n).



3.2.Rayer l'encadré inexact.

Les points représentant la suite (u_n) sont / ne sont pas alignés.

III.2. Comment reconnaître par le calcul si une suite est géométrique ou pas ?

Méthode 5
Étape 1 Calculer *les quotients de chaque terme par le terme précédent.*
Étape 2 Conclure *sur la nature de la suite :*
- *lorsque les quotients sont tous égaux, la suite est géométrique ;*
- *sinon, la suite n'est pas géométrique*

1. On donne les nombres successifs u_1, u_2, ..., u_6 suivants.

	A	B	C	D	E	F
1	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6
2	640	320	160	80	40	20

Montrer que u_1, u_2, ..., u_6 sont des termes d'une suite géométrique.

1. Etape 1 Compléter le tableau (si on utilise un tableur, on entre la formule =B2/A2 dans la cellule B3, puis **recopier** jusqu'à la cellule F3).

$\frac{u_2}{u_1}$	$\frac{u_3}{u_2}$	$\frac{u_4}{u_3}$	$\frac{u_5}{u_4}$	$\frac{u_6}{u_5}$
0,5				

Étape 2

Tous les quotients sont égaux à .....**,** donc u_1, u_2, ..., u_6 sont des termes d'une suite .....**,** de terme initial u_1 = ... et de raison q = ...**.**

2. On donne les nombres successifs v_1, v_2, ..., v_6 suivants.

	A	B	C	D	E	F
1	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6
2	0,5	2	8	32	120	480

Montrer que v_1, v_2, ..., v_6 sont des termes d'une suite qui n'est pas géométrique.

Étape 1 Compléter le tableau (si on utilise un tableur, on entre la formule =B2/A2 dans la cellule B3, puis **recopier** jusqu'à la cellule F3).

$\frac{v_2}{v_1}$	$\frac{v_3}{v_2}$	$\frac{v_4}{v_3}$	$\frac{v_5}{v_4}$	$\frac{v_6}{v_5}$
4				

Étape 2 Rayer les réponses inexactes :

Les quotient sont / ne sont pas tous égaux.

Ainsi, *v1, v2, ..., v6* sont /ne sont pas des termes d'une suite **géométrique**.

En résumé

Suite géométrique

- **Une suite géométrique** est une suite de nombres où chaque terme, à partir du deuxième, est obtenu en multipliant le précédent par un même nombre, appelé **raison**.
- $U_{n+1} = u_n \times q$ (q est la raison de la suite géométrique, $q > 0$)
- Pour une suite géométrique, le quotient de deux termes consécutifs quelconques est constant et égal à la raison de la suite géométrique. $\frac{u_2}{u_1} = \frac{u_3}{u_2} = \cdots = \frac{u_n}{u_{n-1}} = q$
- Graphiquement, les points représentant une suite géométrique sont situés sur une courbe dite exponentielle. Pour $q \neq 1$, cette courbe n'est pas une droite.

Exercices :

- ☐ **Ex 68 p 36**
- ☐ **Ex 69 p 36**
- ☐ **Ex 72 p 36**
- ☐ **Ex 73 p 36**
- ☐ **Ex 75 p 36**
- ☐ **Ex 77 p 36**
- ☐ **Ex 85 p 37**
- ☐ **Ex 86 p 37**
- ☐ **Ex 87 p 37**
- ☐ **Ex 97 p 37**
- ☐ **Ex 98 p 37**
- ☐ **Ex 99 p 37**
- ☐ **Ex 100 p 38**
- ☐ **Ex 101 p 38**
- ☐ **Ex 102 p 38**
- ☐ **Ex 103 p 38**
- ☐ **Ex 105 p 38**
- ☐ **Ex 106 p 38**
- ☐ **Ex 116 p 39**
- ☐ **Ex 118 p 39**

Problèmes :

- ☐ **Ex 120 p 40**
- ☐ **Ex 122 p 40**
- ☐ **Ex 127 p 41**
- ☐ **Ex 133 p 43**

Etudier des suites à l'aide d'un tableur

Objectifs : **Générer des suites**
Représenter graphiquement des suites arithmétiques et géométriques

Activité 5: Problématique

Florent a besoin d'économiser au moins 1540 € pour acheter un scooter. Pour cela, il décide d'effectuer un dépôt chaque mois.
Il décide d'étudier deux formules d'économies possibles
Formule A : le 1er mois, il fait un 1er dépôt de 400 € puis verse mensuellement 120€.
Formule B : le 1er mois, il fait un 1er dépôt de 300 € puis il verse chaque mois 20% de la somme.
Quelle formule va-t-il retenir pour l'acheter le plus rapidement possible?

Générer des suites

- **Ouvrir** le logiciel Microsoft Excel
- Dans la cellule A1, **saisir** « Mois », en B1 « Formule A », en C1 « Formule B »

	A	B	C
1	Mois	Formule A	Formule B
2			

- En A2, **entrer** « 1 » et en A3 entrer « 2 ». Sélectionner les deux cellules A2 et A3 puis compléter la colonne en étirant le bord inférieur droit de la cellule A3 (une croix noire apparaît) jusqu'à l'obtention de la valeur 13

Modéliser la formule A

- Noter la valeur U_1 (1er dépôt) en B2 avec la **formule A**
- Quelle formule doit-on rentrer dans la cellule B3 pour obtenir la somme dont Florent dispose le 2ème mois avec la formule A : .....

.....

.....

Toute formule mathématique doit commencer par le signe = …

- Étirer la formule rentrée en B3, en utilisant la **poignée de recopie** pour calculer, dans les cellules B4,…,

Modéliser la formule B

- Noter la valeur V_1 (1er dépôt) en C2 avec la **formule B**
- Quelle formule doit-on rentrer dans la cellule C3 pour obtenir la somme dont Florent dispose le 2ème mois avec la formule B : .....

  .....

  .....
- **Étirer** la formule rentrée en C3, en utilisant la **poignée de recopie** pour calculer, dans les cellules C4, …, C14

D'après les données obtenues, quelle est la formule que Florent va choisir pour pouvoir s'acheter le plus rapidement possible son scooter, préciser au bout de combien de mois :

.....

.....

.....

Représentation graphique

- Sélectionner les cellules de A1 à C14
- Dans l'onglet Insertion choisir Nuage de points
  puis l'option « Courbes lissées et marqueurs »

Pour quelle formule, la représentation graphique est-elle une droite ? Quelle est la nature de cette suite (arithmétique ou géométrique) ?

.....

.....

En salle info

Problèmes : ☐ **124 p 40** ☐ **126 p 41** ☐ **134 p 43**