

La division au cycle 3

Des outils pour la classe :
Généralités,
Programmation de cycles,
Fiches leçons.

DES OUTILS POUR LA CLASSE

ENSEIGNER LA TECHNIQUE OPERATOIRE DE LA DIVISION

AU CYCLE 3

Connaître une technique opératoire de la division et la mettre en œuvre avec un diviseur à un chiffre est une compétence de CE2, la division euclidienne et décimale de deux entiers au CM1, la division d'un nombre décimal par un entier au CM2.

La maîtrise de la division en tant qu'outil pour résoudre des problèmes suppose d'accompagner le travail sur la technique opératoire d'un travail sur le sens. A cet égard, on peut rappeler les deux grands types de problèmes qui se résolvent par une division :

- des problèmes de division partition ou problèmes de partage (on recherche la valeur d'une part) ;
- des problèmes de division quotient ou problèmes de groupement (on recherche un nombre de parts).

Les documents ci-après concernent uniquement l'apprentissage de la technique opératoire.

Par ailleurs, cette maîtrise suppose des **connaissances préalables** concernant notamment :

- maîtrise des tables de multiplication (ce qui englobe la recherche de « combien de fois 7 dans 59 » qui n'est pas directement dans la table de 7) ;
- capacité à prévoir le nombre de chiffres du quotient, par encadrement ou partage d'une partie du dividende.

A partir de là, plusieurs étapes doivent être envisagées.

Première étape :

Un temps préalable doit être consacré au calcul réfléchi de quotient et de reste. Ce type de calcul donne l'occasion aux élèves de mettre en acte des compétences sollicitées dans l'exécution de la technique opératoire.

Diviser 230 par 7 incite à décomposer 230 en $140+70+14+6$ après avoir repéré que 140 est divisible par 7 (résultat 20), 70 par 7 (résultat 10), 14 par 7 (résultat 2) et le reste 6.

Le quotient s'obtient par addition des quotients partiels : $20+10+2= 32$ reste 6

Seconde étape :

Vers la technique : commencer par effectuer des divisions à un chiffre puis complexifier.

Trois recommandations peuvent être faites :

- commencer le calcul par une estimation du nombre de chiffres du quotient ;
- s'autoriser à poser des produits annexes ;
- encourager la pose effective des soustractions.

PROGRAMMATION DIVISION AU CYCLE 3

Rappels :

- En maternelle, des situations de partage doivent être proposées (sens de distribution, de partage équitable et maximal).
- Au CE1, *diviser mentalement par 2 ou 5 des nombres inférieurs à 100 avec quotient exact et entier, approcher la division de deux entiers à partir d'un problème de partage ou de groupements.*

CE2	CM1	CM2
<p>➤ Périodes 3 et 4</p> <p>- Activités préparatoires sur le temps du calcul mental : tables de multiplication inversées. (« comment fait-on 72 dans la table de 8 ? » ou « combien de fois 8 dans 48 ? »)</p> <p>➤ Période 5</p> <p>- <i>Connaître une technique opératoire de la division et la mettre en œuvre avec un diviseur à un chiffre</i> (division euclidienne) ; Exemple : $83 : 7$</p> <p>- Prévoir un travail spécifique sur le symbole « : » en le différenciant du signe de ponctuation, en l'utilisant dans des égalités du type « $83 : 7 = ?$ » ou en l'utilisant pour donner le résultat d'une division au quotient exact ($55 : 5 = 11$).</p> <p>- Prévoir le nombre de chiffres au quotient avec un nombre à un chiffre au diviseur.</p> <p>- Utiliser le vocabulaire de la division : diviseur, dividende, quotient, reste.</p> <p>- Laisser les soustractions apparentes.</p> <p>- Le quotient est un entier avec un reste.</p> <p>- Ecrire la division en ligne sous la forme d'un produit plus reste. Ex : $73 = (8 \times 9) + 1$</p> <p>Voir leçon type sur la division ci-après.</p>	<p>➤ Période 1</p> <p>Reprendre la technique de la multiplication et la soustraction.</p> <p>➤ Période 2</p> <p>- Travailler la notion de multiples (<i>reconnaître les multiples des nombres d'usage courant, 5, 10, 15, 20, 25 et 50</i>).</p> <p>- Revisiter la technique opératoire de la division et la mettre en œuvre avec un diviseur à un chiffre puis à deux chiffres. Les élèves disposant de connaissances sur la division, démarrer en proposant un problème et partir de leurs procédures empiriques (justes ou fausses) pour ré expliquer la technique experte. Reprendre la situation de la leçon type de CE2.</p> <p>Remarque : Lorsqu'on passe d'un diviseur à un chiffre à un diviseur à deux chiffres, on ne s'appuie plus directement sur les tables usuelles de multiplication, mais sur la recherche des multiples du diviseur. De ce fait, on choisira d'abord des diviseurs dont les premiers multiples ont été fréquentés ou sont faciles à calculer (par exemple, 25 puis 20, puis 15 puis 12). Pour cela on pratiquera en périodes 1 et 2 des activités de calcul mental du type « jeu du furet » avec les multiples de ces nombres.</p> <p>- Choisir un quotient avec des petits chiffres (12, 21, 32 au lieu de 18, 27 ou 78) afin de faciliter la recherche de l'ordre de grandeur des chiffres du quotient.</p> <p>- Préparer cette division à deux chiffres en calculant mentalement des divisions par des multiples de 10.</p> <p style="text-align: center;">Exemples : $83 : 20$, $94 : 30$....</p> <p>➤ Périodes 3 et 4</p> <p>- Proposer régulièrement des situations d'entraînement à la division posée et des résolutions de problèmes.</p>	<p>➤ Périodes 1 et 2</p> <p>Reprendre les techniques du CM1 (division euclidienne et division décimale).</p> <p>Les exercices de l'évaluation CM2 correspondent aux apprentissages menés en CM1.</p> <p>➤ Périodes 4 et 5</p> <p>- Connaître la technique opératoire de la division d'un décimal par un entier à un chiffre. Ne pas transformer le dividende décimal en un entier (cette technique n'est pas utilisée au collège). Utiliser la méthode consistant à reporter la virgule du dividende au quotient.</p> <p>- Abandonner très progressivement les soustractions apparentes de la technique opératoire.</p> <p>Remarque : Diviser un nombre entier ou décimal par 10, 100, 1000 relève du calcul mental et non du calcul posé.</p>

<p>Exemples de problèmes de partition ou de quotition qu'on peut donner au CE2.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Problèmes de partage ou de partition J'ai 27 billes, 5 enfants veulent se les partager - Problèmes de groupement ou de quotition J'ai 27 billes, je veux faire des paquets de 5. Ce type de problèmes est plus difficile. Les élèves les repèrent moins facilement comme se résolvant à l'aide d'une division. 	<p>➤ Période 5</p> <ul style="list-style-type: none"> - Commencer par proposer des problèmes dans lesquels le partage du reste a un sens : pourquoi et comment partager le reste ? - Etendre alors la technique opératoire de la division euclidienne au cas de la division avec un quotient décimal. - Prévoir des divisions à quotient décimal exact puis approché (si la division est à quotient approché, l'enseignant précise le nombre de chiffres attendu après la virgule). <p>Remarque : on peut conserver tout au long de l'année de CM1 les soustractions apparentes, en fonction des difficultés des élèves.</p> <p>Voir leçon type sur la division à quotient décimal ci-après.</p> <p>Problèmes :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Continuer à proposer des problèmes de partition et de quotition en égale quantité. - Continuer à proposer aux élèves des problèmes où diviser le reste a un sens. - Proposer des problèmes où le reste a son importance pour répondre à la question posée. Exemple : le reste indique qu'il faut une boîte de plus pour ranger 22 œufs dans des boîtes de 6. <p>Attention à ne pas se centrer uniquement sur les problèmes à division, continuer à utiliser des problèmes relevant des quatre opérations.</p>	<p>Problèmes Résoudre des problèmes de plus en plus complexes : avec ou sans question intermédiaire, à plusieurs étapes.</p>
--	---	---

SEQUENCE AU CE2 : INTRODUCTION DE LA DIVISION

Objectif général :

Diviser un nombre à trois chiffres par un nombre à un chiffre en partageant successivement centaines, dizaines et unités (vers la technique écrite).

Séance 1 : une entrée sur la technique opératoire de la division

L'objet de cette phase est de diviser le nombre 437 par 3.

On utilise un matériel multibase (cubes emboîtables) qui permet de représenter le nombre 437 sous la forme de 4 centaines, 3 dizaines et 7 unités. Si le matériel n'est pas disponible dans la classe, on peut matérialiser les centaines par une fiche bristol de 10 sur 10, les dizaines par une bande de 10 sur 1 et les unités par des petits carreaux.

On répartit les élèves en groupes de 3 ou 4. Chaque groupe dispose du même matériel : 4 plaques, 3 bandes et 7 carreaux.

On commence par demander aux élèves : « Combien y a-t-il de carreaux en tout ? ». Si le terme « unité » est utilisé dans la classe demander : « Combien y a-t-il d'unités en tout ? ». On attend de cette phase que les élèves aient observé qu'une plaque représente une centaine, une bande une dizaine et un carreau une unité.

Consigne : « Vous devez répartir ce matériel en trois parts égales. Si nécessaire, vous pouvez découper les plaques et les bandes mais pas les carreaux (on ne peut pas couper un carreau en deux morceaux par exemple). Quand vous aurez fini, vous représenterez les trois parts sur une affiche et vous direz combien il y a de carreaux dans chaque part. »

Phase de recherche en petits groupes.

Il y a au moins deux manières de procéder :

- découper tous les carreaux et les répartir en trois parts.
- répartir les plaques, les bandes et les carreaux isolés en trois parts. Puis découper ce qui reste et le répartir. (plaque restante en dix bandes ou en cent carreaux, bandes restantes en dix carreaux)

Mise en commun : présentation des affiches et comparaison des résultats. L'objectif de la mise en commun est de conduire les élèves à partager successivement les centaines, les dizaines puis les unités en partageant la centaine restante en dizaines et les dizaines restantes en unités.

Synthèse de la séance tout en faisant le lien avec le matériel utilisé

Le maître explique que pour partager en trois parts égales 437 carreaux, on a intérêt à partager d'abord les centaines. Il trace trois tableaux de numération avec CDU et note 1 dans la colonne centaine, il colle sous le chiffre 1 la plaque qui représente la centaine. Il découpe la centaine restante en dix bandes devant les élèves.

Partage des centaines.

4 centaines divisées par 3 (ou 3 fois combien égale 4) : c'est 1 centaine et il en reste 1.

Noter la centaine retenue et représenter également 3 dizaines IIII et 7 unités ° ° ° ° ° ° ° .

Ecrire au tableau:

CDU	CDU	CDU
1	1	1

Il recommence avec les dizaines avec les bandes.

Partage des dizaines

La centaine restante représente 10 dizaines que l'on rajoute aux 3 dizaines de 437.

Donc 13 dizaines à partager en 3. Soit 4 dizaines. Il reste 1 dizaine. Noter les dizaines également.

CDU	CDU	CDU
14	14	14

Il recommence avec les unités avec les carreaux.

Partage des unités

Il reste 17 unités à partager en 3. Soit 5 unités chacun, il en reste 2.

CDU	CDU	CDU
145	145	145

Expression du résultat

Le quotient est égal à 145 et le reste est égal à 2

donc $437 = 145 \times 3 + 2$

Séance 2 : Entraînement, application.

Nouvelle situation mais les élèves travaillent seuls et sans matériel.

Pierre, Paul et Manon doivent se partager équitablement 743 carreaux.

Quel est le nombre de carreaux reçus par chacun ?

On attend que les élèves utilisent la procédure mise en valeur à la séance précédente (décomposition c d u).

Le maître réitère le partage en centaines, en dizaines et en unités.

Séance 3 : Technique écrite de la division

Objectif : Découvrir la technique opératoire de la division.

Compétence : Apprendre à calculer sans représenter les centaines, les dizaines et les unités.

Rappel des procédures engagées précédemment à l'aide des affichages.

Apport transmissif par le maître.

Partage des centaines

	C	D	U		
	7	5	8		3
-	6				C D U
	1				2 ...

7 centaines partagées en 3, c'est 2 centaines chacun, il en reste 1 à partager que l'on transforme en 10 dizaines.

Partage des dizaines

	C	D	U		
	7	5	8		3
-	6	↓			C D U
	1	5			2 5
-	1	5			
		0			

J'abaisse le 5 pour voir toutes les dizaines. 15 dizaines partagées en 3, c'est 5 dizaines chacun, il en reste 0 à partager.

Partage des unités

$$\begin{array}{r} \begin{array}{ccc|c} \text{C} & \text{D} & \text{U} & \\ 7 & 5 & 8 & 3 \\ \hline - & 6 & & \\ \hline 1 & 5 & & \\ - & 1 & 5 & \\ \hline & 0 & 8 & \\ & & - & 6 \\ \hline & & & 2 \end{array} \end{array}$$

J'abaisse le 8 des unités. 8 partagées en 3, c'est 2 unités chacun, il en reste 2.

Expression du résultat et preuve :

Le quotient est égal à 252 et le reste est égal à 2.

$$252 \times 3 + 2 = 758$$

Lexique de la division à introduire :

- 758 est le dividende
- 3 est le diviseur
- 252 est le quotient
- 2 est le reste

SEANCE DE MATHEMATIQUES AU CM1

TECHNIQUE OPERATOIRE DE LA DIVISION AVEC DIVISEUR A UN CHIFFRE ET A QUOTIENT DECIMAL

Compétence de fin de cycle travaillée : Effectuer un calcul posé, la division décimale de 2 entiers.

Pré requis :

- Connaître les nombres décimaux.
- Connaître la technique opératoire de la division euclidienne (division à quotient entier).
- Identifier les situations dans lesquelles on peut partager le reste.

Objectif final : Maîtriser la technique opératoire de la division à quotient exact ou approché.

Objectif de la séance : Découvrir la technique opératoire de la division à quotient décimal exact.

Situation initiale : Choisir des situations pour lesquelles le quotient décimal exact aura 1 chiffre après la virgule.

Exemple : L'enseignant propose aux élèves des bandes de papier de 27 cm de long et leur indique qu'il s'agit de les découper en cinq morceaux ayant exactement la même longueur. Il leur demande quelle sera la longueur de chaque morceau en cm.

Procédures possibles :

- Pliage (tâtonnement).
- Mesure et partage (tâtonnement).
- Division de 27 par 5 avec constat d'un reste dont l'élève ne sait pas quoi faire.
- Division après conversion de 27 cm en 270 mm.
- Division de 27 par 5 avec constat d'un reste (2cm) converti en mm (20 mm) et divisé par 5

Déroulement possible :

- Recherche en binôme.
- Mise en commun des procédures utilisées et des résultats obtenus.
- Si la division n'apparaît pas, on constate les écarts de résultats et on relance la recherche en proposant d'effectuer une division.
- Ecrire les propositions des élèves.
- L'enseignant détaille le calcul posé « en potence » et insiste sur le fait d'écrire un zéro à droite du 2 (reste) correspond à une conversion de 2 cm en 20 mm ce qui conduit à mettre une virgule au quotient correspondant au fait que l'on divise des dixièmes de cm (des millimètres).

$$\begin{array}{r|l}
 \begin{array}{r}
 \text{D} \quad \text{U} \\
 2 \quad 7 \\
 - \quad 2 \quad 5 \\
 \hline
 0 \quad 2 \quad 0 \\
 \quad - \quad 2 \quad 0 \\
 \hline
 \quad \quad 0 \quad 0
 \end{array}
 &
 \begin{array}{l}
 5 \\
 \hline
 \text{U} \\
 5, \quad 4
 \end{array}
 \end{array}$$