

# الترتيب والعمليات

الثالثة إعدادي

إعدادية احمد الحنصالي

ازيلال

## ملخص الدرس

I \_ مقارنة عددين حقيقيين :

و  $b$  عددان حقيقيان .  
إذا كان  $a \leq b$  فإن  $a - b \leq 0$   
إذا كان  $a \geq b$  فإن  $a - b \geq 0$

قاعدة ① :

: أمثلة (2)

$$\sqrt{5} - 5 \quad و \quad 2\sqrt{5} + 2$$

1) لنقارن العددين :

لدينا :

$$\begin{aligned} (2\sqrt{5} + 2) - (\sqrt{5} - 5) &= 2\sqrt{5} + 2 - \sqrt{5} + 5 \\ &= \sqrt{5} + 7 \end{aligned}$$

$$(2\sqrt{5} + 2) - (\sqrt{5} - 5) = 2\sqrt{5} + 2 - \sqrt{5} + 5 \quad : \quad \sqrt{5} + 7 \geq 0 \quad و \quad \square \text{ لأن} :$$

$$(2\sqrt{5} + 2) \geq (\sqrt{5} - 5) \quad : \quad \text{و منه فإن}$$

2) -- لنقارن العددين :  $\sqrt{ab}$  و  $a+b$  بحيث :  $a$  و  $b$  موجبان

$$a+b - 2\sqrt{ab} = (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \quad : \quad \text{لدينا}$$

$$\therefore a+b - 2\sqrt{ab} \geq 0 \quad : \quad (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0 \quad و \quad \square \text{ لأن} :$$

$$a+b \geq 2\sqrt{ab} \quad : \quad \text{و منه فإن}$$

II \_ الترتيب والعمليات :

(1) - الترتيب وأجمع :

: ① -- خاصية (1)

## الترتيب والعمليات

الثالثة إعدادي

إعدادية احمد الحنصالي

ازيلال

أعداد حقيقة  $a$  و  $b$  و  $c$   
إذا كان  $a \leq b$  فإن  $a + c \leq b + c$

مثال

نعتبر  $x$  عدداً حقيقياً بحيث :  $x < 3$   
للفارن العدددين  $-5 < x$  .  
 $x < 3$  لدينا :  
 $x + (-5) < 3 + (-5)$  يعني أن  $x - 5 < 3 - 5$   
 $x - 5 < -2$  وبالتالي فإن :

ب) -- خاصية ② :

أعداد حقيقة  $a$  و  $b$  و  $c$  و  $d$

$a + c \leq b + d$  فإن  $\begin{cases} a \leq b \\ c \leq d \end{cases}$  إذا كان و

\* مثال :

.  $2 > y$  و  $x < 3$  عددان حقيقيان بحيث :  $x < y$   
لتبين أن  $x + y < 5$  :

$x < 3 \quad \left\{ \begin{array}{l} x < 3 \\ y < 2 \end{array} \right.$  يعني أن  $y < 2$  لدينا  $2 > y \quad \left\{ \begin{array}{l} 2 > y \\ x < 3 \end{array} \right.$

$x + y < 2 + 3$  إذن

و وبالتالي فإن  $x + y < 5$  :

## الترتيب والعمليات

الثلاثة إعدادي

إعدادية احمد الحنصاري

ازيلال

- (2) - الترتيب و الضرب :  
 (1) -- خاصية ① :

أعداد حقيقة  $a$  و  $b$  و  $c$  .

إذا كان  $a \leq b$  و  $c > 0$  فإن  $c > 0$  و  $a \leq b$  .

إذا كان  $a \geq b$  و  $c < 0$  فإن  $c < 0$  و  $a \geq b$  .

إذا كان  $a \leq b$  و  $c > 0$  و  $a \times c \leq b \times c$  فإن  $c > 0$  و  $a \leq b$  .

إذا كان  $a \leq b$  و  $c < 0$  و  $a \times c \geq b \times c$  فإن  $c < 0$  و  $a \geq b$  .

مثال :

لدينا :  $11 \times 5 \leq 27 \times 5$  يعني أن  $11 \leq 27$

$11 \times (-4) \geq 27 \times (-4)$  يعني أن  $11 \leq 27$

(ب) -- خاصية ② :

أعداد حقيقة موجبة .

$a \times c \leq b \times d$  فإن  $\begin{cases} a \leq b \\ c \leq d \end{cases}$  إذا كان و

مثال :

$y < 2\sqrt{6}$  و  $x < \sqrt{3}$  و  $y$  عدوان حقيقان موجبان بحيث :

.  $xy < 6\sqrt{3}$  : لنبيه أن

لدينا :

: يعني أن  $x \times y < \sqrt{3} \times 2\sqrt{6}$   $\left. \begin{array}{l} x < \sqrt{3} \\ y < 2\sqrt{6} \end{array} \right\}$  و

$$xy < 2\sqrt{3 \times 6}$$

$$xy < 2\sqrt{18}$$

$$xy < 2\sqrt{9 \times 2}$$

$$xy < 2\sqrt{3^2 \times 2}$$

$$xy < 2 \times 3\sqrt{2}$$

$$xy < 6\sqrt{2}$$

## الترتيب والعمليات

الثالثة إعدادي

إعدادية احمد الحنصالي

ازيلال

وبالتالي فإن :

(3) - الترتيب و الفلوب :

أ) -- خاصية :

$a$  و  $b$  عددين حقيقيان موجبان قطعاً .

إذا كان  $a \leq b$  فإن  $\frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$

إذا كان  $a \leq b$  فإن  $\frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$

$\frac{1}{7} \geq \frac{1}{13}$  يعني أن  $7 \leq 13$  لدينا :

$\frac{1}{11} \leq \frac{1}{5}$  يعني أن  $11 \geq 5$

(4) - الترتيب و المربع :

أ) -- خاصية ① :

$a$  و  $b$  عددان حقيقيان موجبان .

إذا كان  $a^2 \leq b^2$  فإن  $a \leq b$

إذا كان  $a \leq b$  فإن  $a^2 \leq b^2$

\* مثال :

.  $25 \leq 121$  ١) يعني أن  $5 \leq 11$

ب) -- خاصية ② :

$a$  و  $b$  عددان حقيقيان موجبان

إذا كان  $a^2 \leq b^2$  فإن  $a \leq b$

إذا كان  $a \leq b$  فإن  $a^2 \leq b^2$

إذا كان  $\sqrt{a} \leq \sqrt{b}$  فإن  $a \leq b$

أمثلة :

## الترتيب والعمليات

الثلاثة إعدادي

إعدادية احمد الحنصالي

ازيلال

$$3\sqrt{3} \quad \text{و} \quad \sqrt{10} \quad : \quad (1) - \text{لقارن العددين}$$

لدينا :

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt{10} \leq 3\sqrt{3} \quad \text{و} \quad \sqrt{10}^2 \leq (3\sqrt{3})^2 \quad \text{إذن} \quad \left. \begin{array}{l} \sqrt{10}^2 = 10 \\ (3\sqrt{3})^2 = 27 \end{array} \right\} \quad \text{و} \\ \end{array} \right.$$

$$\text{لقارن العددين} : \quad . -3\sqrt{2} \quad \text{و} \quad -\sqrt{6}$$

لدينا :

$$\left. \begin{array}{l} \sqrt{6} \leq 3\sqrt{2} \quad \text{و} \quad \sqrt{6}^2 \leq (3\sqrt{2})^2 \quad \text{إذن} \quad \left. \begin{array}{l} \sqrt{6}^2 = 6 \\ (3\sqrt{2})^2 = 18 \end{array} \right\} \quad \text{و} \\ \end{array} \right.$$

$$-\sqrt{6} \geq -3\sqrt{2}$$

□ بين حول الناطير

أعداد حقيقة بحيث :

$$-3 \leq c \leq 5 \quad \text{و} \quad -4 \leq b \leq -2 \quad \text{و} \quad 6 \leq a \leq 8$$

$$\frac{a+b}{b^2} \quad \text{و} \quad a+2b-4c \quad \text{و} \quad b^2 \quad \text{و} \quad a^2 \quad : \quad \text{أطه}$$

أكمل :

$$(1) - \text{ناظير} \quad a^2 \quad .$$

$$36 \leq a^2 \leq 64 \quad \text{و منه فإن} \quad : \quad 6^2 \leq a^2 \leq 8^2 \quad : \quad \text{لدينا} :$$

$$(2) - \text{ناظير} \quad b^2 \quad .$$

$$4 \leq b^2 \leq 16 \quad \text{و منه فإن} \quad : \quad (-2)^2 \leq b^2 \leq (-4)^2 \quad : \quad \text{لدينا} :$$

$$(3) - \text{ناظير} \quad .a+2b-4c$$

$$-8 \leq 2b \leq -4 \quad : \quad \text{لدينا} :$$

$$12 \leq -4c \leq 20 \quad \square \quad -4 \times (-3) \leq -4c \leq -4 \times 5 \quad \text{و}$$

$$6 + (-8) + 12 \leq a + 2b - 4c \leq 8 + (-4) + 20 \quad \text{إذن} :$$

$$10 \leq a + 2b - 4c \leq 24 \quad \text{و منه فإن} :$$

$$(4) - \text{ناظير} \quad . \frac{a+b}{b^2}$$

$$2 \leq a + b \leq 6 \quad \square \quad 6 + (-4) \leq a + b \leq 8 + (-2) \quad : \quad \text{لدينا} :$$

## الترتيب والعمليات

الثالثة إعدادي

$$\frac{1}{16} \leq \frac{1}{b^2} \leq \frac{1}{4} \quad ٩$$

$$\frac{2}{16} \leq \frac{a+b}{b^2} \leq \frac{6}{4} \quad \square ١ \quad 2 \times \frac{1}{16} \leq (a+b) \times \frac{1}{b^2} \leq 6 \times \frac{1}{4} \quad \text{إذن :}$$

$$\frac{1}{8} \leq \frac{a+b}{b^2} \leq \frac{3}{2} \quad \text{و بالتالي فإن :}$$