

Calcul sur les fractions, les puissances et les racines carrées :

Calcul sur les fractions :

Explication :

Une fraction est composée d'un numérateur et d'un dénominateur :

$$\frac{a}{b} \text{ avec } a \text{ comme numérateur et } b \text{ comme dénominateur}$$

A) Savoir simplifier une fraction :

==> Il faut que le numérateur et le dénominateur est un diviseur en commun.

Soit :

$$a = k \times c \text{ et } b = k' \times c \text{ ainsi } \frac{a}{b} = \frac{k \times c}{k' \times c} \text{ Donc } \frac{a}{b} = \frac{k}{k'}$$

$$\rightarrow \frac{k}{k'} \text{ est la fraction simplifiée de } \frac{a}{b}$$

Exemple :

$$18 = 9 \times 2 \text{ et } 27 = 9 \times 3$$

$$\frac{18}{27} = \frac{9 \times 2}{9 \times 3} = \frac{2}{3}$$

Ainsi $\frac{2}{3}$ est la fraction simplifiée de $\frac{18}{27}$.

La fraction simplifiée est égale à la fraction de départ !

B) Additionner et soustraire deux fractions :

→ **B1 : dont le dénominateur est le même :**

==> Il suffit de faire la somme ou la différence des numérateurs et le dénominateur reste le même.

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

Exemple :

$$\frac{4}{3} + \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{4}{3} - \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

→ **B2 : dont le dénominateur est différent :**

==> Il faut d'abord les mettre au même dénominateur :

Une des manières est de multiplier les dénominateurs entre eux et donc le numérateur de chaque fraction est multiplié par le dénominateur de l'autre fraction.

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{d} = \frac{a \times d}{c \times d} + \frac{b \times c}{c \times d} = \frac{a \times d + b \times c}{c \times d}$$

Exemple :

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{7} = \frac{3 \times 7}{4 \times 7} + \frac{5 \times 4}{4 \times 7} = \frac{21}{28} + \frac{20}{28} = \frac{41}{28}$$

C) Multiplier 2 fractions :

==> Les numérateurs sont multipliés entre eux et les dénominateurs entre eux

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Exemple :

$$\frac{3}{7} \times \frac{4}{5} = \frac{3 \times 4}{7 \times 5} = \frac{12}{35}$$

D) Diviser 2 fractions :

==> Diviser une fraction par une autre fraction c'est multiplier la première par l'inverse de l'autre.

→ **D1 : La notion d'inverse**

Le produit de 2 inverses est égal à 1

$$\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$$

Exemple :

$$\frac{4}{5} \times \frac{5}{4} = \frac{20}{20} = 1$$

→ **D2 : Division de 2 fractions :**

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

Exemple :

$$\frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{8}} = \frac{4 \times 8}{5 \times 3} = \frac{32}{15}$$

→ **D3 : Connaître la notion d'opposé :**

La somme de deux opposés est égal à 0

$$\frac{a}{b} + \frac{-a}{b} = \frac{0}{b} = 0$$

Exemple :

$$\frac{5}{4} + \frac{-5}{4} = \frac{0}{4} = 0$$

Les puissances :

Explication :

Une puissance est un nombre entier naturel posé en exposant d'un autre.

a^n signifie $a \times a \times a \dots \times a$ (n fois avec n supérieur ou égal à 2)

$a^0 = 1$ avec $a \neq 0$

$a^1 = a$

$a^{-1} = 1/a^n$

A retenir :

$$\begin{aligned} a^n \times a^p &= a^{n+p} \\ (a \times b)^n &= a^n \times b^n \\ (a^n)^p &= a^{n \times p} \end{aligned}$$

Les racines carrées :

Explication :

Le carré d'un nombre est le nombre multiplié par lui-même :

$$a^2 = a \times a$$

La racine carrée d'un nombre n est telle que multipliée par elle-même, c'est à dire au carré, elle est égale au nombre.

$$(\sqrt{a})^2 = a$$

A Retenir :

→ Multiplication et division : C'est égal :

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

→ Addition et soustraction : Ce n'est pas égal :

$$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

$$\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b}$$