# ARITHMÉTIQUE

## Définitions

**Arithmétique** c'est l'étude des nombres entiers et des nombres rationels.

**Multiples et Diviseurs** $a > 0$ $b > 0$ $a = k \times b$

- a est un multiple de b
- b est un diviseur de a
- b divise a
- a est divisible par b

**Division euclidienne**

| dividende | diviseur |
|---|---|
| | quotient |
| reste | |

| $a$ | $b$ |
|---|---|
| | $q$ |
| $r$ | |

$a = b \times q + r$

et $0 \leqslant r < b$.

## Décomposition d'un entier naturel en un produit de facteurs premiers

La méthode la plus efficace consiste à tester des divisions de $n$ par chaque nombre premier inférieur ou égal à $\sqrt{n}$.

Ex :

| | |
|---|---|
| 28 | 2 |
| 14 | 2 |
| 7 | 7 |
| 1 | |

$28 = 2 \times 2 \times 7 = 2^2 \times 7$.

## PGDC : Plus Grand Diviseur Commun.

On écrit les décompositions en facteurs premiers des deux nombres.

Le produit des facteurs premiers communs aux deux décompositions, chacun étant affecté de son plus petit exposant, est le PGDC des deux nombres.

Ex : $\left.\begin{array}{l} 48 = 2^4 \times 3 \\ 36 = 2^2 \times 3^2 \end{array}\right\}$ Donc $PGDC(48 ; 36) = 2^2 \times 3 = 12$.

## Nombre de diviseurs d'un entier naturel

Pour $n = a^\alpha b^\beta$, le nombre de diviseurs est égal à $(\alpha+1)(\beta+1)$

Ex : $36 = 2^2 \times 3^2$

le nombre de diviseurs de 36 est égale à $(2+1)(2+1) = 3 \times 3 = 9$.

## PPCM : Plus Petit Commun Multiple

On écrit les décompositions en produit de facteurs premiers des deux nombres.
Puis, on écrit le produit des facteurs premiers qui figurent dans l'une ou l'autre des décompositions, chacun étant prise avec son plus grand exposant. Ce produit est le PPCM des deux nombres.

Ex : $\left.\begin{array}{l} 48 = 2^4 \times 3 \\ 36 = 2^2 \times 3^2 \end{array}\right\}$ Donc $PPCM(48 ; 36) = 2^4 \times 3^2 = 144$.

## Remarque

- $PGDC(a ; b) \times PPCM(a ; b) = a \times b$.
- Deux entiers naturels dont le $PGDC = 1$ sont premiers entre eux.

## A savoir :

Le PPCM de différents nombres est un multiple de chacun de ces nombres et est donc toujours supérieur ou égal à chacun de ces nombres.

Le PGDC de différents nombres est un diviseur de chacun des nombres et est donc toujours inférieur ou égal à chacun des nombres.