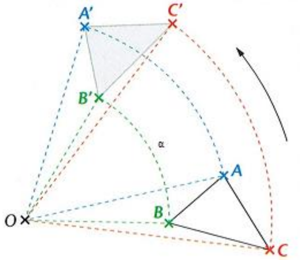
# F67: MANIPULER LA NOTION DE ROTATION

## COURS

### Définition 1:

La figure grise est obtenue à partir de la figure blanche par **une rotation de centre O et d'angle α**: on a fait tourner la figure blanche autour du point O d'un angle α.




### Exemple 1:

Le triangle A'B'C' est l'image du triangle ABC par la rotation de centre O et d'angle 60 ° (dans le sens indiqué par la flèche).

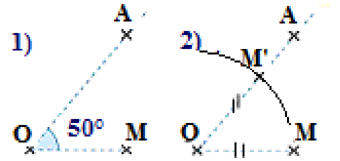
On a donc: OA = OA'; OB = OB'; OC = OC' et $\widehat{AOA'} = \widehat{BOB'} = \widehat{COC'} = 60°$

Le point O est invariant par la rotation de centre O (le point O a pour image lui-même).

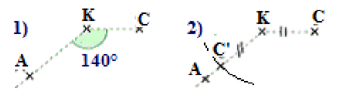
### Remarque 1:

La rotation de centre O et d'angle 180° est la symétrie de centre O.

### Exemple 2:

| | |
|---|---|
| Pour construire le point M', image du point M par la rotation de centre O et d'angle 50° (dans le sens inverse des aiguilles d'une montre).<br>1) On trace la demi-droite [OA) telle que $\widehat{MOA}$= 50° (en tenant compte du sens de la rotation).<br>2) Avec un compas, on place sur la demi-droite [OA) le point M' tel que OM' = OM. |  |

### Exemple 3:

| | |
|---|---|
| Pour construire le point C', image du point C par la rotation de centre K et d'angle 140° (dans le sens des aiguilles d'une montre).<br>1) On trace la demi-droite [KA) telle que $\widehat{CKA}$ = 140° (en tenant compte du sens de la rotation).<br>2) Avec un compas, on place sur la demi-droite [KA) le point C' tel que KC' = KC. |  |

### Définition 2:

Une **rosace** est formée d'un **motif** de base, qui se répète régulièrement par une rotation de centre O donné, et dont l'angle a pour mesure en degré un diviseur entier de 360. Une telle rosace est contenue dans un cercle de centre O.

### Remarque 2:

Les polygones réguliers sont des objets d'étude intéressants qui permettent de modéliser des situations naturelles (étoiles de mer, nids d'abeilles hexagonaux, …), des objets technologiques (écrous, enjoliveurs d'une roue de voiture, …), des oeuvres d'art visuelles (rosaces, vitraux, …), etc. Les polygones réguliers peuvent être vus comme des rosaces particulières, ce qui autorise une construction à l'aide de rotations.

### Activité 1:

a) Placer un point A.

b) Avec l'outil Polygone, tracer un triangle BCD.

c) Avec l'outil Rotation, tracer l'image B'C'D' du triangle BCD par la rotation de centre A et d'angle 60° (sens horaire).

d) Avec l'outil Distance ou Longueur, faire afficher les longueurs des côtés des triangles BCD et B'C'D'. Que remarque-t-on?

e) Avec l'outil Aire, faire afficher les aires des triangles BCD et B'C'D'. Que remarque-t-on?

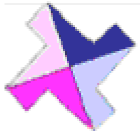
### Activité 2:

a) Avec l'outil Polygone régulier, construire un hexagone régulier ABCDEF.

b) Avec l'outil Rotation, construire les 5 images de l'hexagone par les rotations de centre A et d'angles 60°, 120°, 180°, 240° et 300° (sens anti-horaire)

### Activité 3:

La figure ci-contre représente un pavage réalisé à l'aide d'un logiciel. Il est formé d'un motif de base (ou "pavé") qui est reproduit à l'aide de deux translations:



Ce motif est lui-même constitué d'un motif élémentaire qui est reproduit par des transformations pour donner le motif de base. (On ne tient pas compte des couleurs).

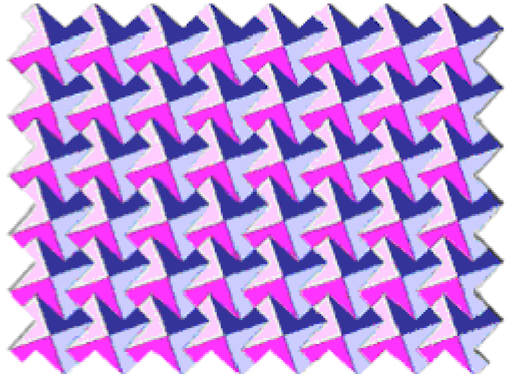
1) Décrire les translations donnant le pavage à partir du motif de base, en schématisant leurs vecteurs.

2) Dessiner à main levée un motif élémentaire, et préciser des transformations permettant d'obtenir le motif de base à partir de ce motif élémentaire.

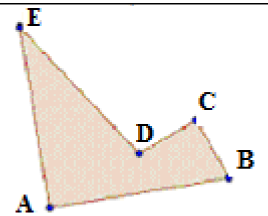
3) Représenter à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, le motif élémentaire qui est schématisé ci-contre à partir des indications suivantes:

* Le motif élémentaire est un polygone ABCDE;
* A, B et C sont des points libres;
* Le triangle ABE est rectangle isocèle en A;
* Le triangle BCD est rectangle isocèle en C.

4) Compléter la construction en représentant le motif de base, puis une partir du pavage à l'aide des translations qui conviennent. (On pourra faire varier la position du point C et observer la déformation du pavage).

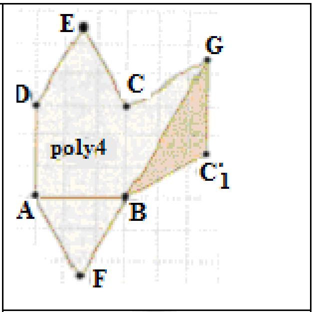


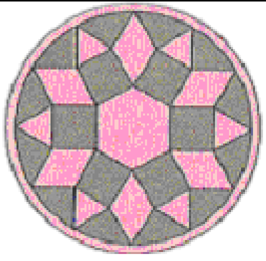
Pavages, créé par Pascal Peter



## Activité 4:

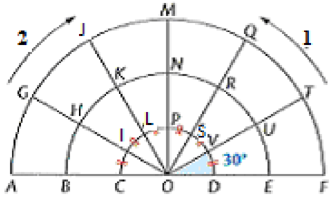
a) Avec l'outil Polygone régulier, construire un carré ABCD ayant pour côté 3 carreaux.
b) Avec le même outil, à l'extérieur de ABCD, construire deux triangles équilatéraux DCE et BAF.
c) Avec les outils Rotation, Demi-droite et Cercle (centre-point) construire, à l'extérieur de ABCD, le point G pour que le triangle BCG soit isocèle en C tel que $\widehat{CBG} = 30°$. (sens horaire).
d) En utilisant l'outil Symétrie axiale, construire le symétrique $C'_1$ de C par rapport à (BG).
e) Définir avec l'outil Polygone le polygone $ADECGC'_1B$. Il est appelé poly4". On obtient la figure ci-contre.
f) À l'aide de l'outil Rotation, tracer l'image de "poly4" puis de "poly1" par des rotations successives de centre F, d'angle 60° et de sens inverse des aiguilles d'une montre. Puis terminer "l'Étoile de Pompéi" dont voici un croquis ci-contre.



## Exercice 1:

Utiliser la figure ci-dessous et indiquer l'image de chaque point par la rotation de centre O et d'angle α dans le sens indiqué.




1)

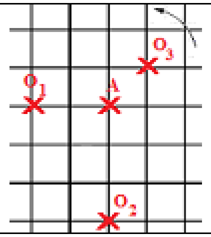
| | Point | Angle α | Sens |
|---|---|---|---|
| a | M | 30° | Sens 1 |
| b | U | 60° | Sens 1 |
| c | S | 90° | Sens 1 |
| d | E | 120° | Sens 1 |

2)

| | Point | Angle α | Sens |
|---|---|---|---|
| a | A | 30° | Sens 2 |
| b | L | 90° | Sens 2 |
| c | B | 150° | Sens 2 |
| d | K | 60° | Sens 2 |

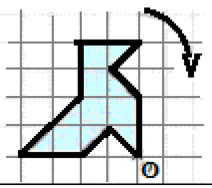
## Exercice 2:

a) Reproduire la figure ci-contre.
b) Construire les points B, C et D, images de A par les rotations d'angle 90° dans le sens de la flèche et de centres respectifs $O_1$, $O_2$ et $O_3$.




## Exercice 3:

a) Reproduire la figure ci-contre.
b) Construire l'image de la cocotte par la rotation de centre O, d'angle 90° dans le sens de la flèche.




## Exercice 4:

a) Tracer un segment [OA] de longueur 4 cm.
b) Dans le sens des aiguilles d'une montre, construire:
* Le point B, image du point A par la rotation de centre O et d'angle 90°;
* Le point C, image du point B par la rotation de centre O et d'angle 90°;
* Le point D, image du point C par la rotation de centre O et d'angle 90°.
c) Tracer le quadrilatère ABCD. Que remarque-t-on?

## Exercice 5:

a) Construire un triangle ABC tel que AB = 6 cm, BC = 5 cm et AC = 7 cm.
b) Construire :
* en bleu, l'image du triangle ABC par la rotation de centre A et d'angle 100°, dans le sens des aiguilles d'une montre (sens horaire).
* en vert, l'image du triangle ABC par la rotation de centre A et d'angle 100°, dans le sens inverse des aiguilles d'une montre (sens anti-horaire).

## Exercice 6:

a) Construire un carré RSTU de centre O et de côté 5 cm.
b) Construire l'image du carré RSTU par la rotation de centre O et d'angle 45° (sens horaire).

## Exercice 7:

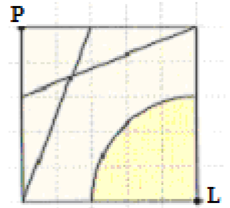
a) Construire un cercle C de centre O, de rayon 4 cm.
b) Placer un point A appartenant au cercle C.
c) Construire l'image du cercle C par la rotation de centre A et d'angle 30° (sens anti-horaire).

## Exercice 8:

a) Soit ABC un triangle équilatéral de côté 5 cm. Construire son image par la rotation de centre A et d'angle 60° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre. Faire de même avec un angle de 120°, puis de 180°, de 240° et de 300° toujours dans le même sens. Que remarque-t-on?
b) Comment choisir un triangle pour construire par rotations successives un octogone régulier de côté 5 cm? Construire cet octogone.

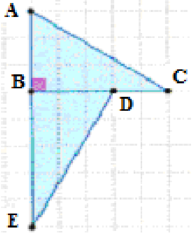
## Exercice 9:

a) Reproduire sur une feuille quadrillée le motif ci-contre.
b) À partir de ce motif élémentaire, réaliser un pavage par des rotations de centre P ou L, d'angle 90° et de sens indifférent.



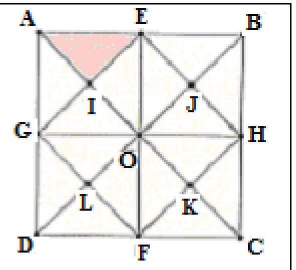

## Exercice 10:

Le triangle BDE de la figure ci-contre est l'image du triangle ABC par une rotation. Préciser le centre, l'angle et le sens de cette rotation.

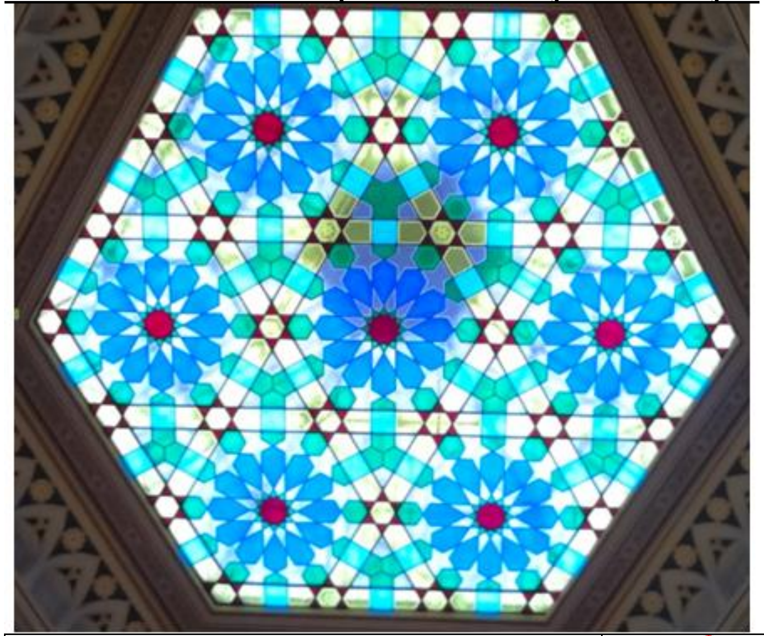


**Exercice 11:**

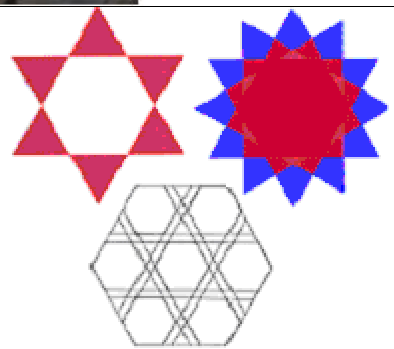
Dans la figure ci-contre, ABCD est un carré de centre O et E, H, F et G sont les milieux de ses côtés.
Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifier chaque réponse.
a) L'image du triangle AEI par la rotation de centre I, d'angle 90° et de sens inverse des aiguilles d'une montre est le triangle EIO.
b) Les triangles AEI et OHK sont images l'un de l'autre par la rotation de centre I, d'angle 180° et de sens inverse des aiguilles d'une montre.
c) L'image du triangle AEI par la rotation de centre O, d'angle 90° et de sens inverse des aiguilles d'une montre est le triangle BJH.
d) Le triangle AEI a pour image le triangle HKC par la symétrie d'axe (DB).




**Exercice 12: Rosace de la coupole de Gradska vijecnica à Sarajevo**

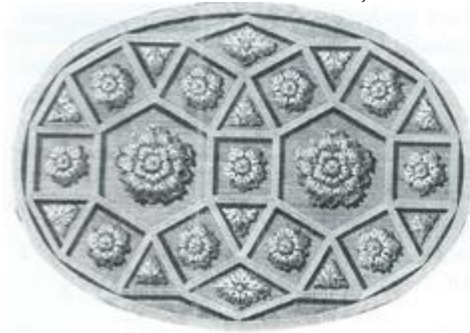


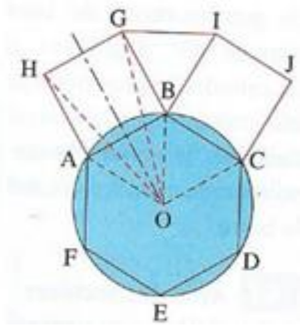
La photo représente le vitrail ornant une coupole plate, dans une bibliothèque à Sarajevo (Bosnie), reconstruite en 2014. Ce vitrail est constitué de plusieurs rosaces. Chaque rosace est elle-même construite à partir d'un motif qui est reproduit plusieurs fois par une rotation.
Voici trois exemples de telles rosaces extraites, mais il y en a beaucoup d'autres.
1) Choisir une des rosaces dans le vitrail, représenter son motif de base et décrire une rotation qui permet, en la faisant agir plusieurs fois d'obtenir la rosace.
2) Représenter la rosace choisie à l'aide d'un logiciel de géométrie.



**Exercice 13:** En architecture

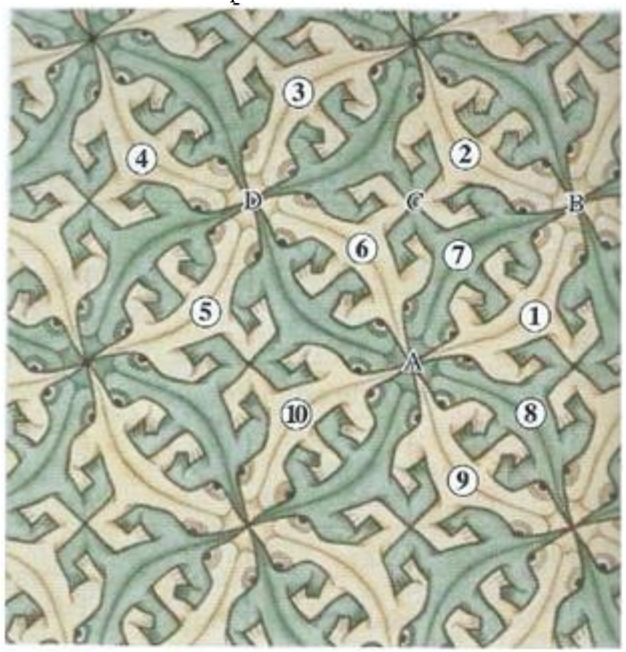
Le temple de Diane est situé dans les jardins de la Fontaine à Nîmes.
Partiellement détruit, il reste néanmoins une pierre sculptée sur laquelle on peut voir la figure ci-contre.
Tracer un cercle de centre O et de rayon 4 cm.
Construire un hexagone régulier ABCDEF de centre O.
Construire à l'extérieur comme ci-contre six carrés.
Joindre les sommets de ces carrés; on obtient un dodécagone.






**Exercice 14:** Un pavage d'Escher

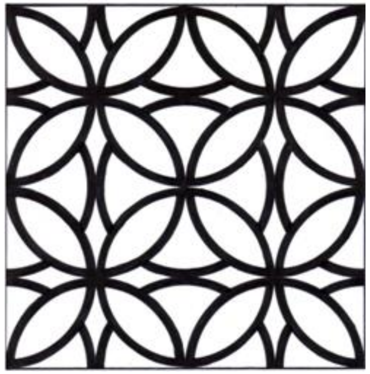
La rotation de centre A et d'angle 90° dans le sens des aiguilles d'une montre, transforme le lézard 6 en le lézard 1.
Par cette rotation, quelle est l'image du lézard 9?
Donner une rotation qui transforme 6 en 3.
Donner une rotation qui transforme 6 en 2.



## Exemples de rosaces:

### Le pont des soupirs

*À Venise, au XVII[e] siècle, le coupable qui sortait de la salle de justice du palais des Doges passait sur le pont des soupirs pour rejoindre sa cellule. Il pouvait alors observer une dernière fois la lagune par l'encadrement d'une fenêtre aux bien jolis barreaux en pierre dont le dessin a été reproduit ci-dessous.*



### Les mosaïques romaines

*Les riches romains aimaient décorer le sol de leurs villas de magnifiques mosaïques à motifs géométriques. La mosaïque présentée ci-dessous a été mise à jour sur le site d'Italica, près de Séville (Espagne), elle date environ du III[e] siècle ap. J.C. La cité d'Italica a vu naître deux empereurs: Trajan et Hadrien.*

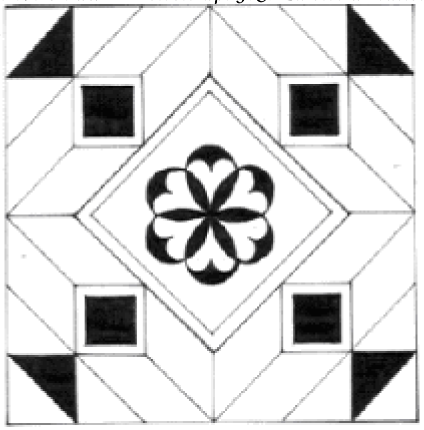


Figure 1

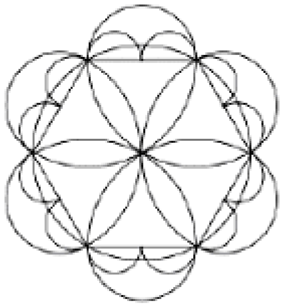


Figure 2

## La fleur de vie en Égypte:

*En Égypte, à Abydos, au nord de Thèbes, gravé sur le pilier d'un temple dédié au dieu Osiris, les archéologues ont retrouvé un joli motif dont le dessin a été reproduit ci-dessous. Il a été nommé "fleur de vie". Ce dessin a sans doute été réalisé au temps du Pharaon Séthi I[er], père de Ramsès II, aux alentours de 1 250 av. J.C.*