Energie potentielle et travail de la force conservative associée.

1) *Travail du poids et E_{pp}*

Considérons un objet de masse m initialement amené d'un point A (altitude z_A) vers un point B (altitude z_B), par exemple en soulevant cet objet à la main.

L'objet est immobile en A et immobile une fois en B.

Quelles sont les forces qui s'exercent sur cet objet lors du parcours de A vers B ?

- Son poids $\vec{P}$
- La force exercée par la main (notée $\vec{F}$)

Si nous appliquons le théorème de l'énergie cinétique, dans la mesure ou le système est immobile en A et en B, nous aurons $\Delta E_c = 0 = W_{A\to B}(\vec{P}) + W_{A\to B}(\vec{F})$

Donc $W_{A\to B}(\vec{F}) = - W_{A\to B}(\vec{P}) = - mg(z_A - z_B) = mgz_B - mgz_A$ (voir cours pour la formule du travail du poids)

Le cours nous a aussi dit : le travail des forces non conservatives sert à faire varier l'énergie mécanique, soit ici : $W_{A\to B}(\vec{F}) = \Delta E_m = \Delta E_{pp}$ (puisque $\Delta E_c = 0$)

$W_{A\to B}(\vec{F}) = mgz_B - mgz_A = E_{ppB} - E_{ppA}$

Soit $E_{pp} = mgz$ (en posant nous même une origine : $E_{pp} = 0$ si $z = 0$)

2) *Travail de la force élastique (ressort) et énergie potentielle élastique $E_{pélast}$*

(*On se réfère au dispositif vu en cours du système masse-ressort horizontal, avec le même repère d'espace*)

Le système est un système masse-ressort à l'horizontale et tous les frottements sont négligés. A tout instant le mouvement sera horizontal sur un support solide horizontal, les travaux des forces poids et réaction normale (forces verticales) sont nuls et l'énergie potentielle de pesanteur restera constante (et prise égale à zéro).
On ne considèrera plus $\vec{P}$ et $\overrightarrow{R_N}$ dans la suite de la discussion.
Nous considérons que nous étirons le ressort vers la droite de la position x = 0 (point A, masse immobile) à une position x quelconque (point B, masse immobile). Nous cherchons à démontrer que l'énergie potentielle élastique en x (celle qui fait que si on abandonne le ressort, il va se mettre en mouvement et convertir cette énergie potentielle en énergie cinétique) vaut $E_{pélast} = \frac{1}{2}kx^2$

Nous pouvons dans un premier temps reprendre le raisonnement utilisé au 1) :

Il y a deux forces à considérer :

- La force élastique $\vec{F} = -kx\vec{\imath}$, force conservative.
- Une force motrice de la main, notée $\overrightarrow{F'}$ (qui sert à déplacer la masse de 0 à x…)

Il y a de nouveau : $\Delta E_c = 0 = W_{A\to B}(\vec{F}) + W_{A\to B}(\overrightarrow{F'})$

Soit : $W_{A\to B}(\overrightarrow{F'}) = - W_{A\to B}(\vec{F})$

Et nous avons encore : le travail des forces non conservatives sert à faire varier l'énergie mécanique, soit ici :
$W_{A\to B}(\overrightarrow{F'}) = \Delta E_m = \Delta E_{pélast}$ (puisque $\Delta E_c = 0$)

Donc $- W_{A\to B}(\vec{F}) = \Delta E_{pélast}$ ou $W_{A\to B}(\vec{F}) = - \Delta E_{pélast} = E_{pélastA} - E_{pélastB}$ (1)

Nous acceptons aisément que $E_{pélastA} = 0$, car A correspond à la position « x = 0 » de la masse au repos, dans cette position, le ressort n'est ni étiré ni comprimé, il n'accumule aucune énergie potentielle (ou, si on est un peu maniaque, c'est dans cet état que $E_{pélast}$ est minimale).

Mais que vaut $E_{pélast}$ en B ?

Avec $E_{pélastA} = 0$, la ligne (1) donne : $\mathbf{W_{A\to B}(\vec{F}) = - E_{pélastB}}$ **(2)**

Mais alors, comment calculer $W_{A\to B}(\vec{F})$ avec $\vec{F}$ qui n'est pas une force constante ?

La formule $W_{A\to B}(\vec{F}) = \vec{F}.\overrightarrow{AB}$ n'est pas autorisée…

Si nous considérons par contre un déplacement très petit noté dx, c'est-à-dire tel que nous déplaçons la masse d'une position quelconque x à une position x + dx, nous pourrons dire que dx est suffisamment petit pour considérer que la valeur de la force reste constante et égale à kx.
$\vec{F} = -kx\vec{\imath}$ peut alors être considéré comme un vecteur constant.
Le déplacement dx peut être présenté vectoriellement : $\overrightarrow{dx} = dx\vec{\imath}$ (avec dx < 0 si c'est vers la gauche et dx > 0 si c'est vers la droite). Ce déplacement est souvent désigné « déplacement élémentaire »
On peut calculer le travail élémentaire correspondant : $dW = \vec{F}.\overrightarrow{dx} = -kx\vec{\imath}.dx\vec{\imath} = -kxdx\vec{\imath}.\vec{\imath} = -kxdx$
Que vaut alors le travail total $W_{A\to B}(\vec{F})$ entre $x_A = 0$ et x_B ?
C'est la somme de tous les travaux élémentaires, avec dx infiniment petit, la somme ***intégrale*** de tous les travaux élémentaires… :

$$\mathbf{W_{A\to B}(\vec{F})} = \int_0^{x_B} dW = \int_0^{x_B} -kxdx = -k\int_0^{x_B} xdx = -k[\tfrac{1}{2}x^2]_0^{x_B} = -\tfrac{1}{2}\boldsymbol{kx_B^2}$$

(On ne vous redémontre pas que $= \int_0^{x_B} xdx = [\frac{1}{2}x^2]_0^{x_B}$, voir cours de maths, aire au-dessus de la courbe f(x) = - kx, etc, etc.)

Nous avons donc d'après (2) $-\frac{1}{2}kx_B^2 = -E_{pélastB}$

$$\boldsymbol{E_{pélastB} = \tfrac{1}{2}kx_B^2}$$

3) *Exercice : travail de la force électrique et énergie potentielle électrique $E_{pélec}$*

Nous nous plaçons dans le cadre du seul dispositif vu en cours autour de la description des champs électriques :

Deux plaques parallèles A et B distantes d'une distance D et entre lesquelles est imposée une différence de potentiel électrique $U = V_B - V_A$ (nous supposerons que $U > 0$).
Lorsque l'on va de la plaque A vers la plaque B, le potentiel électrique évolue de $V = V_A = 0$ à $V = V_B = U$
(*Nous avons donc posé une origine des potentiels en A*)

Il règne entre les deux plaques un champ électrique uniforme E perpendiculaire aux plaques (donc dans la direction du gradient de potentiel…) dans le sens des potentiels décroissants et de valeur $\frac{U}{D}$
Une particule de charge q placée entre A et B est soumise à une force électrique conservative constante $\vec{F} = q\vec{E}$

Pour l'instant, rien de nouveau, c'est le cours.

On pose une origine de l'énergie potentielle électrique : $E_{pélecA} = 0$ J

a. Démontrer que l'énergie potentielle électrique de la particule en B est $E_{pélecB} = qU$

(*Aucune difficulté supplémentaire, vous pouvez vous inspirer du raisonnement vu en 1) pour avancer, soyez rigoureux dans l'expression du travail de la force électrique lorsque vous posez votre produit scalaire*)

b. En déduire que, pour une particule de charge q, l'énergie potentielle électrique en un point quelconque de potentiel V est $E_{pélec} = qV$.

c. Méditer et expliquer qu'une unité d'énergie puisse s'appeler « électronvolt ».

justifier que 1 eV = $1{,}6\times10^{-19}$ J.