

Session 2014

PE2-14-2-PG3

Repère à reporter sur la copie

CONCOURS DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS DES ÉCOLES

Mercredi 30 avril 2014 – de 9h00 à 13h00
Deuxième épreuve d'admissibilité

Mathématiques

Durée : 4 heures
Épreuve notée sur 40

Rappel de la notation :

- première partie : **13 points**
- deuxième partie : **13 points**
- troisième partie : **14 points**

5 points au maximum pourront être retirés pour tenir compte de la correction syntaxique et de la qualité écrite de la production du candidat.

Une note **globale égale ou inférieure à 10 est éliminatoire.**

Ce sujet contient 9 pages, numérotées de 1/9 à 9/9. Assurez-vous que cet exemplaire est complet. S'il est incomplet, demandez un autre exemplaire au chef de salle.

L'usage de la calculatrice électronique de poche à fonctionnement autonome, sans imprimante est autorisé.

L'usage de tout autre matériel électronique, de tout ouvrage de référence et de tout document est rigoureusement interdit.

N.B : Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine etc. Tout manquement à cette règle entraîne l'élimination du candidat.

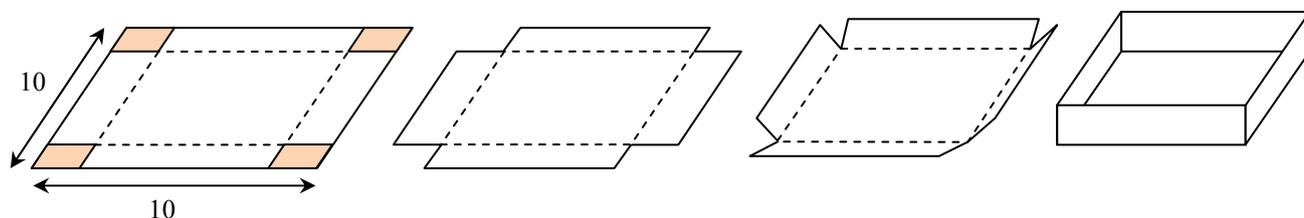
Si vous estimez que le texte du sujet, de ses questions ou de ses annexes comporte une erreur, signalez lisiblement votre remarque dans votre copie et poursuivez l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

PREMIÈRE PARTIE : PROBLÈME
13 POINTS

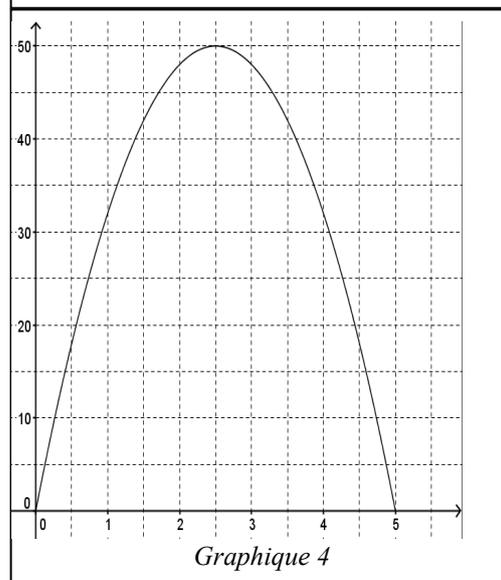
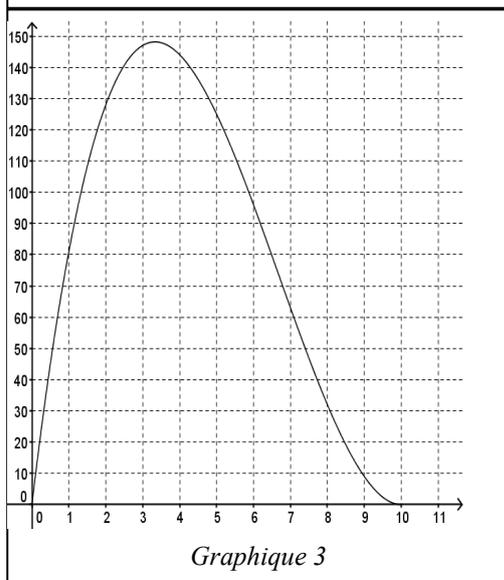
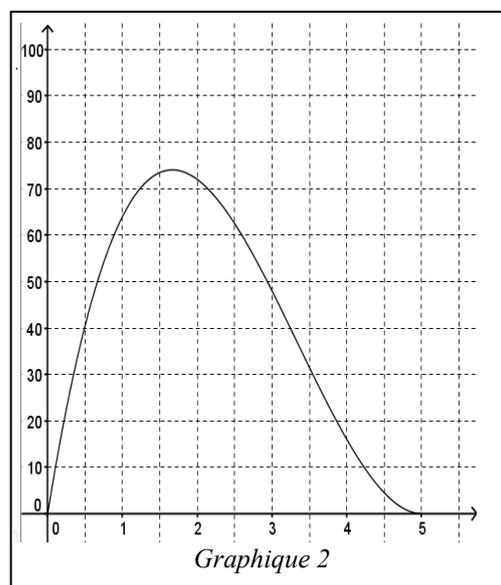
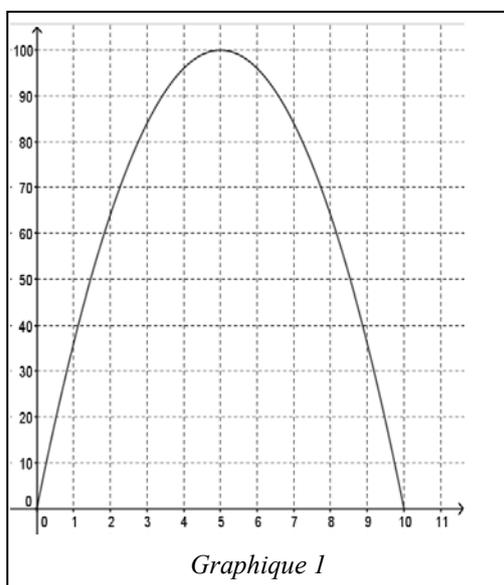
Ce problème est composé de trois parties indépendantes

A. Optimisation du volume d'un moule

On fabrique un moule de pâtisserie (sans couvercle) dans une plaque de métal carrée de côté 10 cm en découpant un petit carré dans chaque coin puis en pliant comme suit :



1. Parmi les quatre graphiques ci-dessous, quel est celui qui représente le volume du moule (en cm^3) obtenu en fonction de la longueur des côtés des carrés découpés (en cm) ? Justifier.

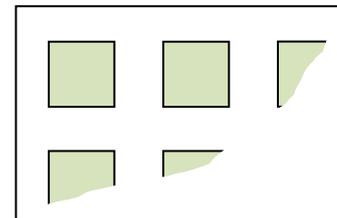


2. Par lecture graphique, encadrer par deux entiers consécutifs la longueur du côté qui permet d'obtenir le volume maximal.

B. Optimisation de la disposition des moules sur les plaques de cuisson

Les moules finalement choisis ont une forme de pavé droit de base carrée de côté 7 cm et de hauteur 1,5 cm.

Un four professionnel est composé de quatre plaques de cuisson rectangulaires de 40 cm par 70 cm. Le pâtissier veut disposer ses moules en lignes et en colonnes comme sur la figure ci-contre en laissant au moins 1 cm entre deux moules et au moins 1 cm entre les moules et le bord des plaques.



Combien de moules pourra-t-il placer sur une plaque ? Justifier.

C. Optimisation du coût du chocolat

Un particulier a prévu de recevoir dix-sept personnes et veut faire une ganache au chocolat. Le pâtissier lui a donné sa recette. Voici la liste des ingrédients pour quatre personnes : « 25 cL de crème fraîche épaisse, 1 cuillère à soupe de sucre, 50 g de beurre et 200 g de chocolat ».

1. Quelle masse de chocolat doit-il prévoir pour sa réception ?
2. Il a relevé les informations suivantes chez un commerçant :

Tablette	Chocolat Dégustation	Chocolat Saveur	Chocolat Pâtissier	Chocolat Intense	Chocolat À cuisiner
Prix d'une tablette (en €)	2,10	2,80	2,62	1,36	2,81
Quantité par tablette (en g)	150	200	200	100	200

- a) Quel type de tablettes de chocolat doit-il acheter s'il veut dépenser le moins possible en achetant un seul type de tablettes ? Justifier.
- b) Chez le commerçant, les tablettes de type « Chocolat Dégustation » sont en promotion avec une réduction du prix de 5%. Choisir ces tablettes devient-il plus avantageux ? Justifier.

DEUXIÈME PARTIE
13 POINTS

Cette partie est constituée de quatre exercices indépendants

EXERCICE 1

Dans cet exercice, cinq affirmations sont proposées.

Pour chacune, dire si elle est vraie ou si elle est fausse, puis justifier la réponse.

Une réponse exacte mais non justifiée ne rapporte aucun point.

Une réponse fausse n'enlève pas de point.

1. **Affirmation 1** : Plus l'aire d'un rectangle est grande, plus son périmètre est grand.
2. Pour remplir un cube de 1 m d'arête, il faut exactement 40 sacs de ciment.
Affirmation 2 : Il faut exactement 5 sacs pour remplir un cube de 50 cm d'arête.
3. A et B sont deux nombres entiers strictement inférieurs à 100 dont les écritures à deux chiffres utilisent les mêmes chiffres dans l'ordre inverse.
Comme, par exemple, 21 et 12 ou bien 40 et 04.
Affirmation 3 : Le nombre $A + B$ est divisible par 11.
4. La masse d'un ourson baisse de 30 % pendant l'hiver puis elle augmente de 30 % au printemps.
Affirmation 4 : Finalement, à la fin du printemps, l'ourson a retrouvé la masse qu'il avait en début d'hiver.
5. Un verre est assimilé à un cône de révolution.
Il est rempli à mi-hauteur.
Affirmation 5 : Le volume du liquide représente le quart du volume total du verre.



EXERCICE 2

Voici la formule de l'énergie cinétique d'un objet :

$$E_c = \frac{1}{2} \times m \times v^2$$

dans laquelle

E_c désigne l'énergie cinétique en joule (J) ;

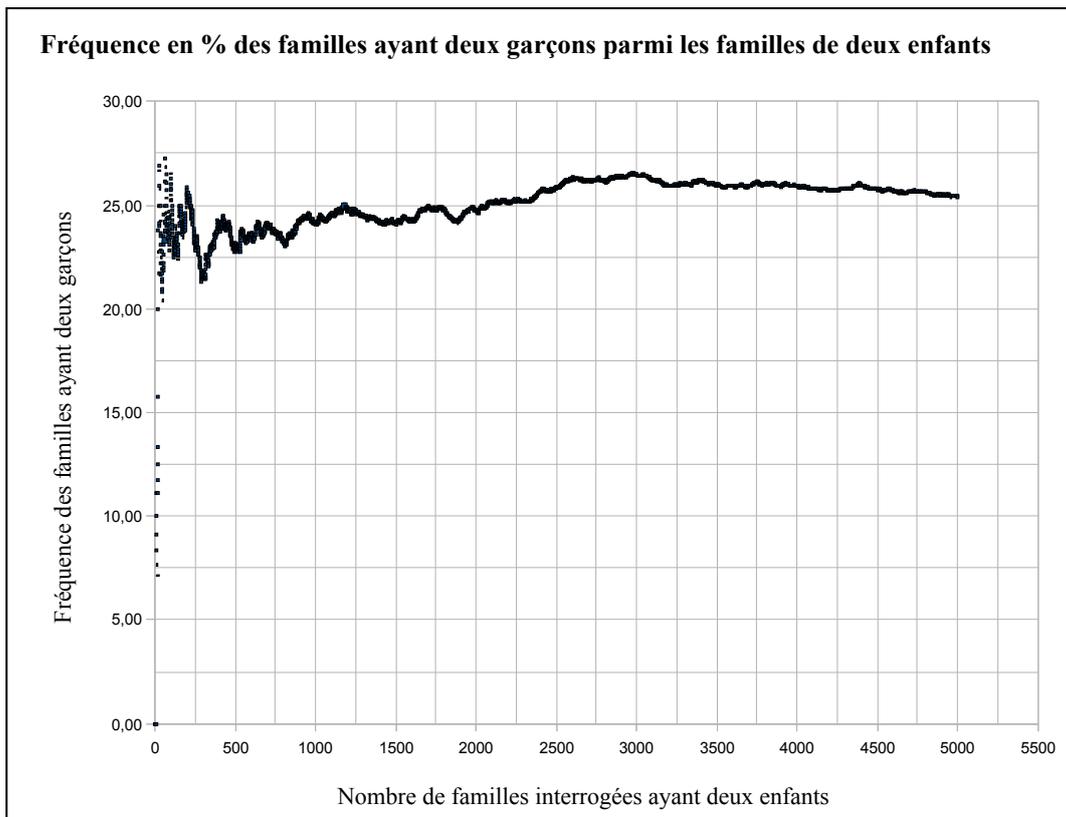
m désigne la masse de l'objet en kilogramme (kg) ;

v désigne la vitesse de l'objet en mètre par seconde (m/s).

1. Calculer l'énergie cinétique en joule pour un camion d'une tonne qui roule à une vitesse de 100 km/h.
2. L'énergie cinétique est-elle proportionnelle à la vitesse ? Justifier.

EXERCICE 3

1. On suppose qu'un nouveau-né sur deux est un garçon.
Calculer la probabilité d'avoir deux garçons dans une famille ayant deux enfants.
2. Une étude statistique de suivi des naissances a été menée dans une ville. On en a extrait le document suivant. Quels liens peut-on faire entre ce graphique et la réponse obtenue à la question 1. ?



EXERCICE 4

Le triathlon olympique est une discipline sportive qui consiste à enchaîner trois épreuves :

- 1[°] épreuve : 1,5 km de natation,
- 2[°] épreuve : 40 km de cyclisme,
- 3[°] épreuve : 10 km de course à pied.

Un entraîneur de club a récapitulé les performances de ses athlètes lors d'une compétition dans la feuille de calcul ci-dessous.

	A	B	C	D	E
1	BILAN DES RESULTATS DU CLUB				
2					
3		Natation	Cyclisme	Course à pied	Distance totale
4	Distances (en km)	1,5	40	10	51,5
5					
6	Tableau des temps de parcours (en minutes)				
7					
8	NOM	Natation	Cyclisme	Course à pied	Temps total sur les trois épreuves
9	Athlète 1	25	68	40	133
10	Athlète 2	27	70	41	138
11	Athlète 3	24	68	38	130
12	Athlète 4	25	72	43	140
13	Athlète 5	23	65	41	129
14	Moyenne des temps par épreuve	24,8	68,6	40,6	134
15					
16	Tableau des vitesses (en km/h)				
17					
18	NOM	Natation	Cyclisme	Course à pied	Vitesse moyenne sur les trois épreuves
19	Athlète 1	3,6	35,3	15,0	
20	Athlète 2	3,3	34,3	14,6	
21	Athlète 3	3,8	35,3	15,8	
22	Athlète 4	3,6	33,3	14,0	
23	Athlète 5	3,9	36,9	14,6	
24	Moyenne des vitesses par épreuve	3,6	35,0	14,8	
25					

- a) Quelle formule peut-il avoir saisie dans la cellule E9 et étirée jusqu'en E13 ?
 - b) Quelle formule peut-il avoir saisie dans la cellule B14 et étirée jusqu'en D14 ?
- Quelle est la vitesse moyenne, en km/h, de l'athlète 1 sur l'ensemble des trois épreuves ?

TROISIÈME PARTIE
14 POINTS

Analyse d'exercices proposés à des élèves et de productions d'élèves relevant de la maîtrise de la multiplication (sens et technique opératoire)

A – En Cycle 2

Dans cette partie, on considère une classe de CE1 dont tous les élèves connaissent les tables de multiplication par 2, 3, 4 et 5.

L'enseignant souhaite proposer les deux exercices ci-dessous et il s'interroge sur les valeurs numériques à choisir pour compléter les énoncés.

Énoncé 1. Le goûter

enfants sont réunis pour goûter. Chaque enfant reçoit 4 bonbons.
Combien de bonbons a-t-on donnés ?

Énoncé 2. Les aimants

Une maîtresse veut afficher des images dans la classe. Elle dispose de 36 aimants.

Elle a besoin de aimants pour chaque image.

Quel est le plus grand nombre d'images qu'elle peut afficher ?

1. L'enseignant propose l'énoncé 1 dans un premier temps complété par « 3 enfants » puis dans un second temps complété par « 23 enfants ».
Indiquer en quoi ces deux choix sont susceptibles d'induire des procédures différentes chez les élèves.
2. L'enseignant propose l'énoncé 2 dans un premier temps complété par « 4 aimants » puis dans un second temps complété par « 3 aimants ».
Indiquer en quoi ces deux choix sont susceptibles d'induire des procédures différentes chez les élèves.

B – En cycle 3

Un enseignant de Cycle 3 a donné le problème ci-dessous à ses élèves.

Un entrepreneur doit expédier 27 colis à un client. Il a deux possibilités pour faire livrer les colis :

- *par bateau, en mettant tous les colis dans un container ;*
- *par la route, en mettant tous les colis dans un camion.*

Le prix du transport d'un container par bateau est 420 euros, mais l'entrepreneur sait que, s'il utilise ce mode de transport, alors il pourra partager pour moitié le coût de 420 euros avec un autre entrepreneur.

Le prix du transport par camion est de 8 euros par colis.

Quel mode de livraison sera le plus économique ?

Voici les travaux de trois élèves :

Fais tes calculs dans ce cadre

LUCIE

$$\begin{array}{r} 20 \\ \div 2 \\ \hline 210 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 30 \\ \times 8 \\ \hline 240 \\ - 24 \\ \hline 246 \end{array}$$

Réponse: Le prix de l'achat de plus de produits...

Fais tes calculs dans ce cadre.

ADÈLE

$$\begin{array}{r} 27 \\ \times 8 \\ \hline 216 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 420 \\ \times 27 \\ \hline 2840 \\ 8400 \\ \hline 1140 \end{array}$$

27

2 possibilités

40€

BEA

Réponse: Le mode de livraison sera par camion

Fais tes calculs dans ce cadre.

NOÉMIE

moitié 420 = 210

$$\begin{array}{r} 210 \\ + 27 \\ \hline 2470 \\ 420 \\ \hline 2890 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27 \\ \times 8 \\ \hline 216 \end{array}$$

bateau = 2890 euros

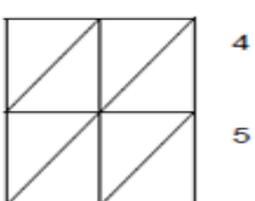
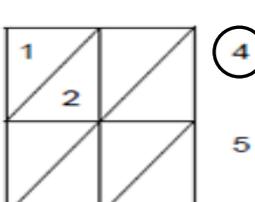
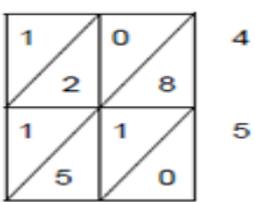
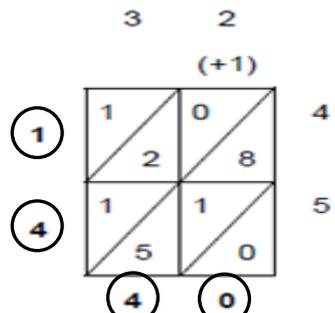
camion = 216 euros

Réponse: Le mode le plus économique est le camion

1. **Étude de la production de Lucie**
Quelle(s) propriété(s) des opérations utilise-t-elle implicitement ?
2. **Étude de la production d'Adèle**
 - a) Indiquer trois connaissances et compétences correctement réinvesties dans le domaine de la résolution de problème ou dans celui de « nombres et calcul ».
 - b) Indiquer les erreurs commises.
3. **Étude de la production de Noémie**
 - a) Indiquer trois connaissances et compétences correctement réinvesties dans le domaine de la résolution de problème ou dans celui de « nombres et calcul ».
 - b) Indiquer les erreurs commises.

C – « Per Gelosia »

Un maître propose à ses élèves la pratique de l'algorithme de multiplication « Per Gelosia » pour le calcul de 32×45 . Il utilise la fiche de préparation suivante :

Fiche de préparation de l'enseignant La multiplication « Per Gelosia »	
$\begin{array}{cc} 3 & 2 \\ \hline \hline \hline \hline \hline \hline \end{array}$ 	<p><i>Dessiner un carré et placer les nombres à multiplier.</i></p>
$\begin{array}{cc} \textcircled{3} & 2 \\ \hline \hline \hline \hline \hline \hline \end{array}$ 	<p><i>Reporter dans une première case le produit des 2 nombres écrits en bout de sa ligne et de sa colonne (ici 3×4). Dizaines et unités sont écrites de part et d'autre de la diagonale.</i></p>
$\begin{array}{cc} 3 & 2 \\ \hline \hline \hline \hline \hline \hline \end{array}$ 	<p><i>Remplir toutes les cases du tableau selon le même principe.</i></p>
$\begin{array}{cc} 3 & 2 \\ \hline \hline \hline \hline \hline \hline \end{array}$ 	<p><i>Additionner les nombres figurant sur chaque diagonale en commençant en bas à droite du carré. Écrire les résultats en regard à l'extérieur du tableau en recourant si nécessaire à une retenue.</i></p>
$32 \times 45 = 1440$	

- Retrouver le résultat par **un calcul en ligne** du produit 32×45 utilisant la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.
- Expliquer pourquoi l'algorithme « Per Gelosia » garantit que le chiffre des unités de la somme $8+1+5$ est le chiffre des dizaines du produit 32×45 .
- Comment obtient-on le nombre des centaines du produit 32×45 dans le cadre de l'algorithme « Per Gelosia » ? Justifier.
- En utilisant l'algorithme « Per Gelosia », poser et calculer 642×475 .