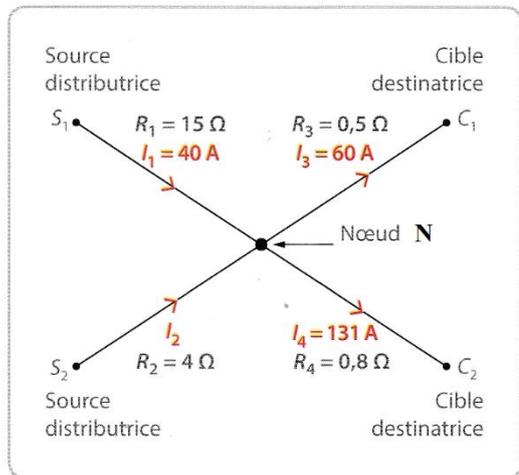


I – Fonction objectif

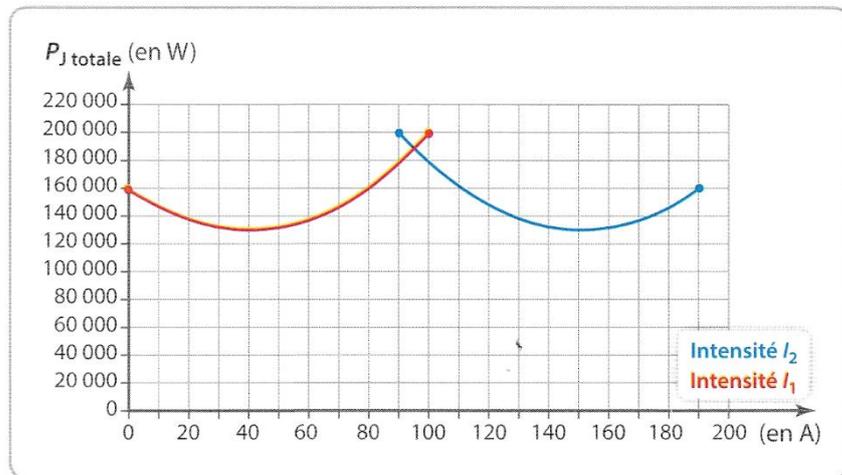
Le graphe orienté ci-dessous modélise la distribution et le transport d'électricité depuis deux centrales (sources S_1 et S_2) vers deux utilisateurs (cibles C_1 et C_2).

Un répartiteur est modélisé par le nœud N.

L'objectif est de minimiser les pertes par effet Joule pendant le transport de S_1 à N et de S_2 à N en jouant sur les valeurs des intensités I_1 et I_2 .



Graphe orienté



Courbes

1) Effet Joule

- Quelle est l'expression de la puissance électrique consommée par un circuit traversé par une intensité I et aux bornes duquel on mesure une tension U ? $P = U \times I$
- Quelle est l'expression de la tension U aux bornes d'un simple câble de transport de l'électricité dont la résistance est R ? $U = R \times I$
- Quelle est en fonction de $R_1, R_2, R_3, R_4, I_1, I_2, I_3$ et I_4 l'expression de la puissance totale P_J dissipée par effet Joule sur l'ensemble du réseau présenté ci-dessus ?

La puissance dissipée par effet Joule dans un circuit de résistance R et traversé par un courant d'intensité I est $P_J = R \times I^2$.

Les puissances dissipées par effet Joule dans les quatre branches s'additionnent :

$$P_{J \text{ tot}} = R_1 \times I_1^2 + R_2 \times I_2^2 + R_3 \times I_3^2 + R_4 \times I_4^2 \quad (1)$$

- En supposant I_1 et I_2 inconnues et en remplaçant I_3 et I_4 par les valeurs indiquées sur le graphe orienté, Justifier que P_J s'exprime ainsi :

$$P_J = 15 \times I_1^2 + 4 \times (191 - I_1)^2 + 15529$$

Loi des nœuds en N (la somme des intensités des courants qui arrivent sur un nœud de circuit est égale à la somme des intensités des courants qui en partent) : $I_1 + I_2 = I_3 + I_4 = 191$

Nous avons donc $I_2 = 191 - I_1$

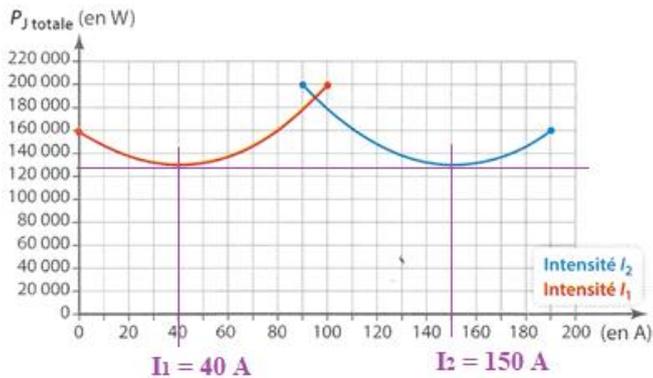
Dans l'expression (1) nous remplaçons tout ce que nous pouvons par les valeurs supposées connues et nous obtenons l'expression souhaitée.

2) Minimisation de l'effet Joule

- L'intensité I_1 distribuée par la centrale électrique S_1 est donnée ($I_1 = 40$ A). Cette valeur correspond-elle à un effet joule minimisé (Autrement dit : la puissance dissipée par effet Joule est elle effectivement minimale lorsque $I_1 = 40$ A) ?

Même sans couleur, la courbe de gauche est celle de $P_{J \text{ tot}}$ en fonction de I_1 car il n'y a que sur cette courbe que la valeur 40 A est accessible.

Le minimum de la courbe de P_J correspond bien à $I_1 = 40$ A



b. Que vaut alors I_2 ?

On répondra obligatoirement de deux manières :

- Par résolution graphique à l'aide de la courbe (*l'énoncé doit donc être rendu avec la copie*)

Minimum de P_J pour $I_2 = 150$ A

- Par un calcul en utilisant la loi des nœuds (C'est la contrainte sur les intensités).

$$I_2 = 191 - I_1 = 191 - 40 = 151 \text{ A}$$

Cohérent

c. Pourquoi ne peut-on pas jouer sur les valeurs des intensités I_3 et I_4 ?

Car ce sont des valeurs destinées à des cibles utilisateurs dont les besoins en intensités sont fixés et ne peuvent pas être modifiés.

II – Lignes à haute tension

Les lignes haute tension HTB du réseau de distribution régional sont alimentées par une tension $U = 225$ kV.

On leur apporte une puissance électrique $P = 104$ MW qu'elles transportent sur une distance $D = 120$ km.

La résistance des câbles conducteurs par km est $r = 0,12 \Omega \cdot \text{km}^{-1}$.

- 1) Calculer en ampères (A) l'intensité I du courant qui circule dans un câble HTB.

De $P = U \times I$ nous tirons $I = \frac{P}{U}$

Attention aux unités : Si P est laissée en MW, il faut que U soit exprimé en MV ; si U est laissé en kV, il faut exprimer P en kW ; on peut aussi exprimer les deux grandeurs en V (pour U) et en W (pour P)

Le résultat : $I = 462$ A

- 2) Déterminer la résistance R d'un câble HTB de 120 km de long.

$R = r \times D = 0,12 \times 120 = 14,4 \Omega$

- 3) Calculer la puissance dissipée par effet Joule dans un câble **$P_J = R \times I^2 = 14,4 \times 462^2 = 3,07 \times 10^6$ W**

- 4) Sur un réseau régional, la perte par effet Joule doit représenter moins de 2 % de la puissance électrique transportée. Cette condition est-elle vérifiée ici ?

$3,07 \times 10^6$ W, soit 3,07 MW perdus à cause de l'effet Joule pour une puissance délivrée de 104 MW.

La puissance perdue sous la forme de fraction de la puissance apportée : $\frac{3,07}{104} = 2,95$ %

C'est supérieur à 2 %, la condition n'est pas vérifiée.

- 5) On choisit de répartir le transport de la puissance P sur deux câbles identiques au lieu d'un. Quel est l'intérêt de ce dispositif (la réponse à cette question ne sera complète qu'en réalisant des calculs) ?

L'intensité totale se répartit également dans les deux câbles : 231 A dans chacun des câbles (la moitié de 462 A).

Chacun des câbles est caractérisé par la même résistance : $R = 14,4 \Omega$.

La puissance dissipée par effet Joule dans un câble vaut alors : $P_J = 14,4 \times 231^2 = 7,68 \times 10^5$ W

Soit, au total dans les deux câbles : $P_{J \text{ tot}} = 2 \times 7,68 \times 10^5 = 1,54 \times 10^6$ W (1,54 MW)

Le quotient $P_{J \text{ tot}} / P_{\text{apportée}}$ vaut maintenant : $\frac{1,54}{104} = 1,48$ %, c'est bien inférieur à 2 %

Données de conversion : « kilo », « k » : 10^3 ; « méga », « M » : 10^6 .