Chap 8 : Théorèmes de Pythagore et de Thalès

Apports théoriques :

1. Le théorème de Pythagore

Si un triangle est rectangle alors le carré de l'hypothénuse est égal à la somme des carrés des côtés de l'angle droit.
→ Si ABC est un triangle rectangle en A, alors $AB^2 + AC^2 = BC^2$.

Cas particuliers :
La diagonale d'un carré de côté a est égale à $a\sqrt{2}$.

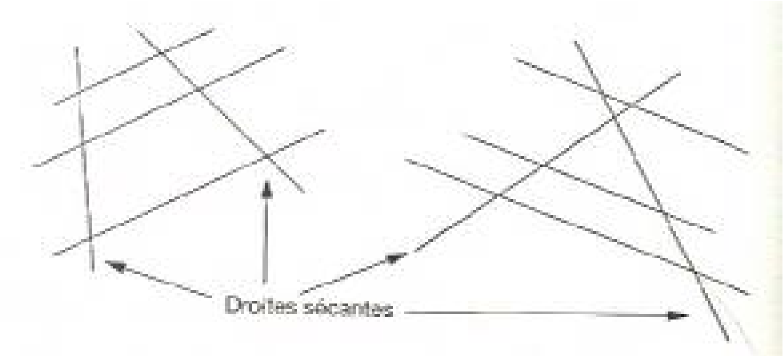
La hauteur d'un triangle équilatéral de côté a est égale à $a\sqrt{3/2}$.

Réciproque :
Si dans un triangle le carré de la longueur d'un côté est égal à la somme des carrés des 2 autres côtés alors le triangle est rectangle.
→ Si $AB^2 + AC^2 = BC^2$ alors ABC est un triangle rectangle en A.

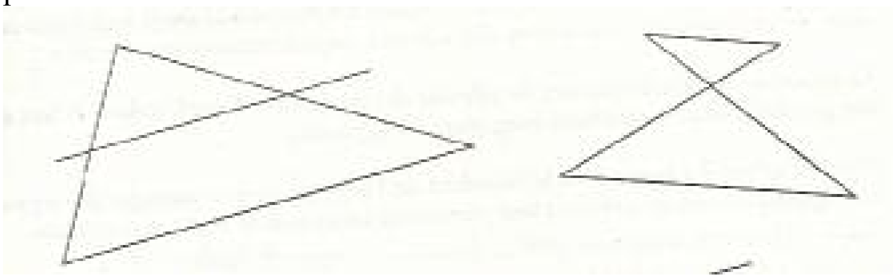
2. Le théorème de Thalès

2.1 Configurations de Thalès

On appelle une configuration de Thalès une figure formée de droites parallèles et de droites sécantes.



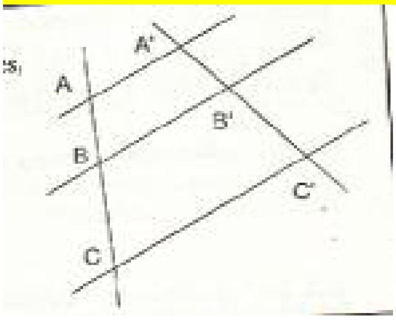
Cas particulier : pour la configuration de Thalès dans le triangle, on a 2 configurations possibles :



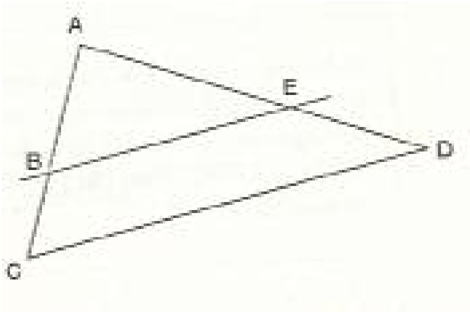
2.2 Enoncé du théorème

On admet que dans une configuration de Thalès, les parallèles définissent sur les sécantes des segments proportionnels.

C'est à dire que : $\frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}=\frac{BC}{B'C'}$ ou encore que $\frac{AB}{AC}=\frac{A'B'}{A'C'}$.



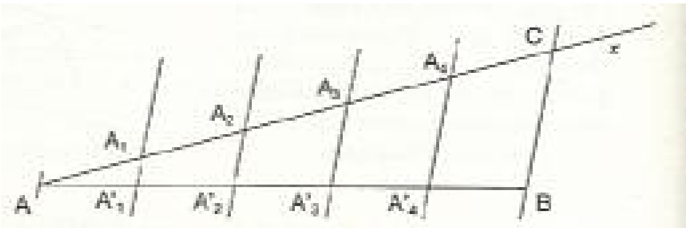
Cas particulier dans le triangle :



Si (BE) est parallèle à (CD), alors $\frac{AB}{AC}=\frac{AE}{AD}=\frac{BE}{CD}$.

Le théorème de Thalès permet de calculer des longueurs.Pour l'utiliser il faut avoir des parallèles et connaître des longueurs de segments.

Il permet aussi de partager des segments en segments égaux en utilisant uniquement le compas et la règle non graduée.



Pour partager le segment [AB] en 5 segments égaux :
On tace une demi-doite [Ax).
On reporte avec le compas sur cette demi-droite, à partir de A, 5 segments consécutifs de même longueur arbitrairement choisie.
Soit C le dernier point obtenu.
On trace (BC), puis on trace les parallèles à (BC) qui passent par les points obtenus avec le compas.
Les points d'intersection de ces parallèles avec le segment [AB] définissent des segments égaux.

2.3 La réciproque du théorème de Thalès

On considère cette réciproque uniquement dans le triangle.

Si dans un triangle ABC on a 2 points B et E qui appartiennent respectivement aux segments [AC] et [AD] et tels que $\frac{AB}{AC}=\frac{AE}{AD}$ alors (BE) est parallèle à (CD).