ELEMENTS DE BASE DE LA GEOMETRIE

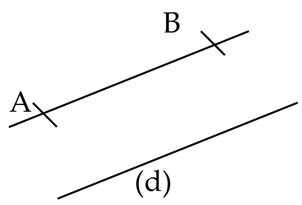
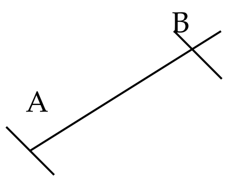
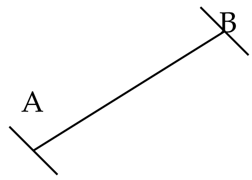
Repères historiques

La géométrie est l'étude des figures du plan et de l'espace. Etymologiquement, le mot géométrie se décompose en géo et métrie :

Géo : gaïa : terre et métrie : métron : mesure

La géométrie travaille sur des objets qu'elle définit avec précision. Cette précision est nécessaire en particulier pour communiquer et pour démontrer.

1. Droite, demi-droite, segment

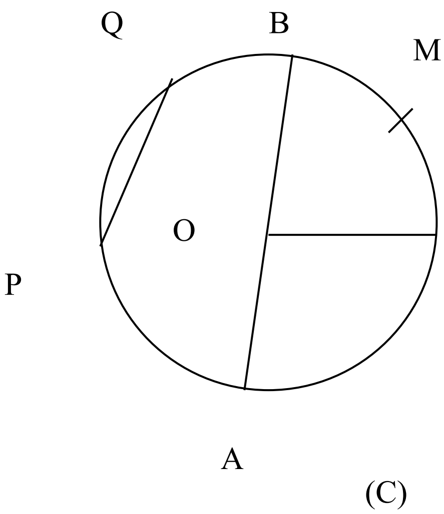
Objet	Droite	Demi-droite d'origine A passant par B	Segment d'extrémités A et B
Symbole	(AB) ou (d)	[AB)	[AB]
Dessin			

AB représente la longueur du segment [AB], cad la distance de A à B.

2 segments de même longueur sont identifiés par des petits traits

2. Cercle

Soit r un nombre positif, le cercle O et de rayon r est l'ensemble des points situés à une distance r de O. on la note C (O,r).



Cad que :

Si un point M est sur le cercle de centre O et de rayon r, alors on a OM=r.

Si un point M est tel que OM = r, alors M est sur le cercle de centre O et de rayon r

Un disque de centre O et de rayon r est l'ensemble des points M tels que OM < r.

[OD] est un rayon du cercle.[AB] est un diamètre du cercle.

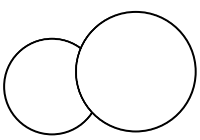
Attention ! Le rayon d'un cercle est soit une longueur (cercle de rayon 2cm), soit un segment (cercle de rayon [OD]. Il est de même pour le diamètre.

[PQ] est **une corde** du cercle.

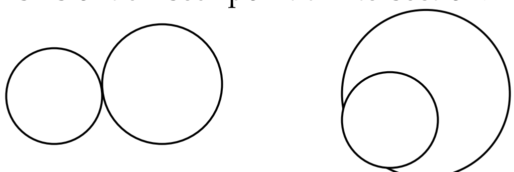
La portion de cercle limitée par P et Q est appelée arc de cercle, on le note PQ. Il y a-en réalité 2 arcs de cercles, le petit et le grand.

- **Positions relatives de 2 cercles**

Deux cercles sont **sécants** s'ils se coupent en 2 points



Deux cercles sont **tangents** s'ils ont un seul point d'intersection.



2 cercles sont dits **concentriques** s'ils ont même centre.

3. Des droites particulières

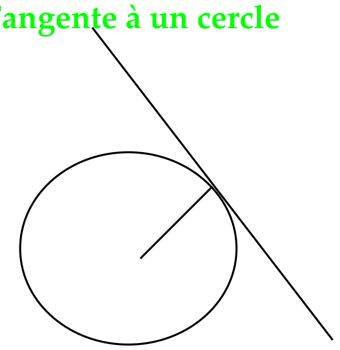
3.1 Droites perpendiculaires

2 droites sont perpendiculaires si elles forment un angle droit.
On note que : (d) ⊥ (d')
Si 2 droites sont perpendiculaires, elles déterminent alors 4 angles droits.

3.2 Droites parallèles

Deux droites sont parallèles si elles sont confondues
Ou si elles n'ont aucun point commun. On note que : (d) // (d')

3.3 Tangente à un cercle



La tangente à un cercle de centre C et un point M est la droite perpendiculaire au rayon [CM] qui passe par M.

Cette propriété donne une méthode de tracé précise de la tangente : tangente (d) est perpendiculaire à (CM) et passe par M. C'est une droite qui n'a qu'un seul point commun avec le cercle.

3.4 Médiatrice d'un segment

On admet que l'ensemble des points équidistants de 2 points A et B est une droite qui est perpendiculaire à (AB) et qui passe par le milieu de [AB]. Cette droite est appelée médiatrice du segment [AB].

Attention : La médiatrice est une droite.
Mais on parle de la médiatrice d'un segment.
Cette définition permet de mettre en évidence
4 propriétés :
M1 : Si un point est équidistant des extrémités d'un segment,
alors il est sur la médiatrice de ce segment.
M2 : Si un point est sur la médiatrice d'un segment,
alors il est équidistant des extrémités de ce segment.
M3 : Si une droite est perpendiculaire à (AB) et passe par le milieu de [AB],
alors c'est la médiatrice de [AB].
M4 : Si une droite est la médiatrice d'un segment [AB],
alors elle est perpendiculaire à (AB) et passe par le milieu de [AB].

Méthode de tracé d'une médiatrice

1ère méthode : avec la règle graduée et l'équerre. (voir ci-dessus)
2ème méthode : avec le compas et la règle non graduée :

1- on trace un arc de cercle de centre A et de rayon AB / 2
2- On trace un 2ème arc de cercle de centre B, de même rayon que le précédent. Ces arcs se coupent en 2 points.
3- La droite joignant ces deux points est la médiatrice de [AB]

4. Angles

On appelle angle toute portion de plan limitée par 2 demi-droites de même origine.

Le sommet est toujours nommé en deuxième position.

Un angle est aigu s'il est plus petit qu'un angle droit (90°).
Un angle est obtus s'il est compris entre un angle droit et un angle plat (180°).
Un angle est saillant s'il est inférieur à un angle plat
Un angle est rentrant s'il est supérieur à un angle plat.

Remarque : l'angle xCy ci-contre représente aussi bien l'angle saillant que l'angle rentrant.
Par la suite on ne considérera que des angles saillants.

Deux angles sont **complémentaires** si la somme de leur mesure est égale à 90°.
Deux angles sont **supplémentaires** si la somme de leur mesure est égale à 180°.
Deux angles sont **adjacents** s'ils ont un sommet et un côté communs et s'ils sont situés de part et d'autre de ce côté.
Les angles xAy et yAz sont adjacents.

4.1 Angles opposés par le sommet

Les angles xAy et x'Ay' sont opposés par le sommet. Ils ont leur sommet en commun et leurs côtés sont dans le prolongement l'un de l'autre. 2 angles opposés par le sommet sont égaux.

4.2 Angles alternes-internes

Les angles alternes-internes xAB et zBA formés par des droites parallèles sont égaux.

4.3 Angles correspondants

Les angles correspondants nAy et nBz formés par des droites parallèles sont égaux

4.4 Bissectrice d'un angle

La bissectrice d'un angle est la droite qui passe par le sommet de l'angle et qui partage l'angle en 2 angles égaux : xAz = zAy

Remarque : la bissectrice d'un angle est l'axe de symétrie de cet angle.
Une propriété de la bissectrice
La bissectrice d'un angle est l'ensemble des points équidistants des côtés de l'angle.
Méthodes de tracé d'une bissectrice :
1ère méthode : avec un rapporteur (voir ci-dessus)
2ème méthode : en utilisant la règle et le compas :
1- on trace un arc de cercle de centre A,
   il coupe les demi-droites [Ax) et [Ay) en 2 points.
2- On trace 2 arcs de cercle de même rayon
   dont les centres sont ces points d'intersection.
3- La demi-droite d'origine A et qui passe par un point
   d'intersection de ces 2 arcs est la bissectrice de $x\hat{A}y$.

4.5 Angles au centre et angle inscrit

On appelle angle au centre dans un cercle tout angle dont le sommet est le cantre du cercle : AOC est un angle au centre, on dit qu'il intercepte l'arc AC.

On appelle angle inscrit dans un cercle, tout angle dont le sommet est un point du cercle et dont les côtés coupent le cercle :
ABC est un angle inscrit, on dit qu'il intercepte l'arc AC

Propriété 1 (admise) : si un angle inscrit ABC intercepte l
e même arc qu'un angle au centre AOC, alors ABC = ½ AOC.

Propriété 2 (conséquence de la propriété 1) : si 2 angles
inscrits interceptent le même arc, alors ils sont égaux.

Propriété 3 (conséquence de la propriété 1) : si [AB] est
un diamètre d'un cercle et C un point de ce cercle alors
ABC est un triangle rectangle en C.

Cette propriété permet de tracer des angles droits, des droites
perpendiculaires, des triangles rectangles avec un compas.

5.- Polygones

Un polygone est une figure géométrique limitée par des côtés qui sont tous des segments.
Un polygone qui a 3 côtés est appelé **triangle.**
Un polygone qui a 4 côtés est appelé **quadrilatère.**
Un polygone qui a 5 côtés est appelé **pentagone.**
Un polygone qui a 6 côtés est appelé **hexagone.**
Un polygone qui a 8 côtés est appelé **octogone.**
Un polygone qui a 10 côtés est appelé **décagone.**
Un polygone qui a 12 côtés est appelé **dodécagone.**

5.1 Polygones convexe, concave, croisé
Un polygone est convexe s'il est tout entier situé du même côté de toutes droites support de ses côtés. Sinon il est concave (ou non convexe).

Un polygone est croisé si 2 de ses côtés se coupent.

5.2 Polygone régulier

Un polygone régulier est un polygone inscriptible dans un cercle et qui a tous ces côtés égaux.
Conséquence : si ABCDE est un polygone régulier de n côtés et si O est le centre du cercle circonscrit alors :
AOC = BOC = COD = … = 360° / n

6.- Triangles

6.1- Caractéristiques d'un triangle

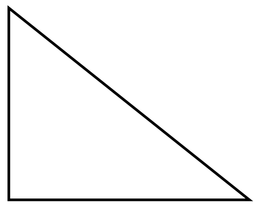
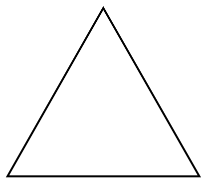
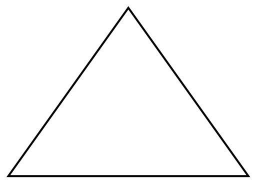
Propriété 1 : dans un triangle, la longueur de n'importe quel côté est inférieure à la somme des 2 autres. Cette propriété est appelé inégalité triangulaire. Elle est connue en acte par tous et est équivalente à la propriété suivante : « pour aller d'un point à l'autre la plus courte distance est la ligne droite ».
Propriété 2 : la somme des angles d'un triangle est égale à 180°.

6.2- Droites particulières du triangle

	Hauteur	Médiane	Médiatrice	Bissectrice
Définition	**Une hauteur d'un triangle est la droite perpendiculaire à un côté qui passe par le sommet opposé.**	**Une médiane d'un triangle est la droite qui passe par le milieu d'un côté et le sommet opposé.**	**Une médiatrice d'un triangle est la médiatrice d'un de ses côtés.**	**Une bissectrice d'un triangle est la bissectrice d'un de ses angles.**
Tracé				

Propriété	Les 3 hauteurs d'un triangle sont concourantes en un point appelé orthocentre.	Les 3 médianes d'un triangle sont concourantes en un point appelé le centre de gravité tel que AG = 2/3 AA' (idem pour les autres médianes).	Les 3 médiatrices d'un triangle sont concourantes en un point qui est le centre du cercle circonscrit au triangle (cercle qui passe par les 3 sommets du triangle).	Les 3 bissectrices d'un triangle sont concourantes en un point qui est le centre du cercle inscrit (cercle qui est tangent aux 3 côtés du triangle).

6.3- Triangles particuliers

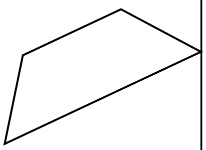
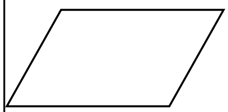
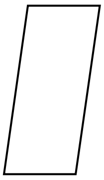
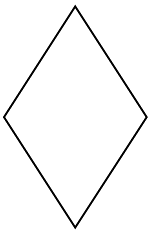
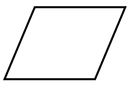
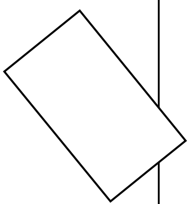
	Triangle rectangle	Triangle isocèle	Triangle équilatéral
Tracé			
Définition	C'est un triangle qui a un angle droit. Le côté opposé à l'angle droit est appelé hypoténuse.	C'est un triangle qui a 2 côtés égaux.	C'est un triangle qui a 3 côtés égaux.
Propriété	Le centre du cercle circonscrit est le milieu de l'hypoténuse.	La hauteur issue du sommet principal est aussi médiane, médiatrice, bissectrice. Les angles « à la base » sont égaux.	Toute hauteur est aussi médiane, médiatrice, bissectrice. Les 3 angles sont égaux à 60°.

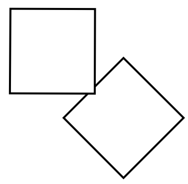
7.- Quadrilatères

7.1- Quelques définitions

Un quadrilatère est un polygone qui a 4 côtés.

7.2- Quadrilatères particuliers

Nom	Figures	Propriété caractéristique des côtés	Propriétés caractéristiques des diagonales	Propriétés caractéristiques des angles	Autres propriétés caractéristiq
Trapèze		Un trapèze est un quadrilatère, non croisés, qui a 2 côtés opposés parallèles. Un trapèze isocèle est un trapèze qui a 2 côtés de même longueur.		Un trapèze rectangle est un quadrilatère qui a 2 angles droits.	
Parallélogramme	 	Un parallélogramme est un quadrilatère qui a des côtés opposés parallèles deux à deux. Un parallélogramme est un quadrilatère non croisé qui a 2 côtés opposés parallèles et de même longueur. Un parallélogramme est un quadrilatère non croisé qui a des côtés opposés de même longueur.	Un parallélogramme est un quadrilatère qui a des diagonales qui ont le même milieu	Un parallélogramme est un quadrilatère qui a des angles opposés égaux et des angles adjacents supplémentaires.	
Losange	 	Un losange est un quadrilatère qui a 4 côtés de même longueur. Un losange est un parallélogramme qui a 2 côtés consécutifs de même longueur.	Un losange est un quadrilatère qui a des diagonales perpendiculaires et qui ont le même milieu. Un losange est un parallélogramme qui a des diagonales perpendiculaires.		
Rectangle	 		Un rectangle est un quadrilatère qui a ses diagonales de même longueur et qui ont le même milieu. Un rectangle est un parallélogramme qui a des diagonales de même longueur.	Un rectangle est un quadrilatère qui a 4 angles droits. Un rectangle est un parallélogramme qui a un angle droit.	Un carré est

Carré		**Un carré est un rectangle qui a 2 côtés consécutifs de même longueur.**	**Un carré est un quadrilatère qui a ses diagonales égales, qui ont le même milieu et qui sont perpendiculaires.**	**Un carré est un losange qui a un angle droit.**	**un quadrilatère qui a 4 côtés de même longueur et 4 angles droits.**

REPERES POUR UNE ANALYSE DIDACTIQUE

1- Qu'est ce que le savoir géométrique ?

1.1- Le savoir géométrique se caractérise par une distinction entre l'espace physique et l'espace géométrique

L'espace physique est celui qui nous entoure. L'espace géométrique est constitué en partie comme une modélisation de l'espace physique. Cad qu'il nous permet de comprendre, de prévoir certains phénomènes.

L'espace géométrique se caractérise par sa dimension.
Par exemple, le plan d'une feuille est de dimension 2 dans la mesure où il faut 2 informations, son abscisse et son ordonnée pour y repérer un point (on parle de géométrie plane). L'espace géométrique peut être également de dimension 3 (on parle de géométrie dans l'espace) ou de dimension 1 (géométrie de la droite).

Les problèmes de géométrie s'appuient sur un espace qui n'est plus l'espace physique, mais un espace conceptualisé où les objets sont représentés par des figures. La validation ne se fait que par le recours d'un dessin, mais par l'absence de contradiction dans le raisonnement.

1.2- Le savoir géométrique s'appuie sur des représentations graphiques

Ces représentations graphiques sont les figures de la géométrie plane (droites, segments,…), ainsi que les représentations de la géométrie dans l'espace. Toute représentation d'un objet suppose une sélection parmi les info que nous possédons sur cet objet . Ces infos sont de nature visuelle (ce que je vois) ou intellectuelle (ce que je sais sur set objet).

Cette sélection d'info est évidemment fonction du but que l'on vise en représentant l'objet. Si on utilise, par exemple, une représentation pour raisonner, on ne sera pas très vigilant sur la précision du tracé, ce qui ne sera pas le cas si on souhaite effectuer des mesures sur cette représentation.

Dans le cas de la représentation d'objets pour raisonner, on est amené à faire une distinction entre **dessin** (qui est le tracé physique constitué da la trace du crayon) et **figure** (qui est un objet idéal représenté par des dessins).

Ainsi, suivant la nature du problème de géométrie proposé, on pourra faire référence à 3 problématiques :

- **Une problématique pratique** dans laquelle les objets sur lesquels on travaille sont des objets physiques (dessins) : la validation se fait en restant dans l'espace sensible.

- **Une problématique géométrique** dans laquelle les objets ne sont plus des objets physiques : la validation se fait par un raisonnement qui s'appuie uniquement sur des connaissances géométriques reconnues ;

- **Une problématique de modélisation** dans laquelle on travaille sur des objets physiques : la validation se fait dans l'espace sensible, mais la démarche de résolution est totalement différente puisqu'elle s'appuie sur la problématique géométrique.

1.3- Le savoir géométrique est constitué de plusieurs systèmes de signifiants

Un même dessin peut représenter des objets différents.

1.4- Le savoir géométrique à l'école

Dès l'école maternelle, il existe une approche de la géométrie à travers le dessin, la reconnaissance des formes, le repérage dans l'espace.
Dans les programmes de cycle 1 et 2, la distinction entre les activités de structuration de l'espace physique et les connaissances géométriques est nette.
Au C3, les connaissances géométriques s'articulent autour de 4 grands types d'activités : **reproduire, construire, représenter, décrire.**

2- Les principales compétences demandées aux élèves

On ne peut analyser les compétences relatives aux 4 grandes activités demandées aux élèves sans aborder **la taille de l'espace** dans lequel elles devront être réalisées.
G.Brousseau distingue 3 tailles d'espace (à ne pas confondre avec sa dimension) :

- **Le micro-espace** : c'est l'espace des petits objets que l'on peut déplacer, manipuler. On peut les percevoir de façon exhaustive. Le sujet est à l'extérieur de cet espace.
- **Le méso-espace** : c'est l'espace des objets fixes qui ont une taille comprise entre 0.5 et 50 fois la taille de l'enfant. Ces objets peuvent être vus globalement, pratiquement de façon simultané. Le sujet fait partie de cet espace. C'est par exemple l'espace de la classe, la cour de récréation,…
- **La macro-espace** : c'est celui de l'espace urbain. Le sujet ne peut en avoir que des visions locales, la vision globale ne peut être qu'une construction intellectuelle. Le sujet est à l'intérieur de cet espace.

2.1- Reproduire, construire, représenter

Reproduire : l'élève doit réaliser une copie d'un objet. Il peut s'agir d'un dessin, d'une figure cartonnée, d'un objet familier de l'élève (rectangle, carré, cercle,…) ou d'un objet plus complexe (association de figures,…). Différents outils et matériaux peuvent être mis à sa disposition (calques, cartons, papiers blancs ou quadrillés, instruments de dessin,…). La validation de la reproduction peut se faire par superposition avec le modèle, dans ce cas, il est souhaité de préciser le degré de conformité souhaité.
Construire : construire se distingue de reproduire dans la mesure où l'objet à construire n'est pas présent, on dispose seulement d'une description de l'objet.
Représenter : l'objet à représenter peut être présent ou éloigné du lieu où se trouve l'enfant ; dans ce dernier cas, il ne pourra prélever que certaines infos sur cet objet. Dans tous les cas , il s'agit d'utiliser des procédés conventionnels qui obligent à abandonner certaines propriétés de l'objet. Par exemple, si l'on veut représenter un cube, des faces ne seront pas

représentées. La représentation peut avoir 2 buts : aider une personne soit à identifier un objet, soit à le reproduire.
Dans le cas de la **reproduction d'une figure complexe** (association de figures de base) sur du papier blanc **avec les instruments classiques**, l'élève doit :

- repérer dans la figure des figures de base ;
- repérer les liens entre ces différentes figures : par exemple que tel côté du triangle est commun avec le côté de ce carré… ;
- définir une chronologie pour l'exécution de différents tracés ;
- exécuter différents tracés.

- **La reconnaissance de figures de base**
- **Le tracé de figures géométriques**

Tracer une figure non présente suppose des compétences maniplulatoires, des aptitudes à mobiliser des images mentales de la figure à tracer et enfin des connaissances mathématiques concernant les propriétés des figures.

2.2- Décrire

La description d'une figure dépend du but visé et de son destinataire.

- **Dans le cas de la description d'une figure pour faciliter son identification**, le type des critères utilisés sera fonction de la figure à identifier mais aussi des caractéristiques des autres figures.
- **Dans le cas de la description d'une figure pour la représenter ou la reproduire**, il faut dans un 1er temps analyser la figure, puis communiquer les différentes étapes de construction. Pour cela l'élève doit utiliser un vocabulaire qui permette à l'interlocuteur de réussir le tracé. Ce vocabulaire n'est pas forcément un vocabulaire mathématique : on constate en effet souvent que les élèves arrivent parfaitement à se comprendre en utilisant un vocabulaire plus proche de la langue naturelle que de la « langue mathématique ».

Si l'élève doit représenter lui-même la figure, il devra se mettre à la place du récepteur du message. Le codage de la figure facilite alors la description.

3- Les principales difficultés des élèves et leur analyse

3.1- Difficultés liées aux connaissances spatiales

Les connaissances spatiales sont étroitement liées à la structuration de l'espace par l'enfant.
Concernant cet aspect, **les travaux de Piaget mettent en évidence 2 points importants** :

- **Les connaissances spatiales des élèves se forment de manière progressive** : certaines connaissances ne seront pas disponibles à certains âges ;
- **La construction des connaissances spatio-géométriques se fait par l'intériorisation des actions du sujet**, cad par l'aptitude à penser les actions sans les exécuter. Cette intériorisation passe par des actions effectives et non simplement par un enseignement qui consiste à montrer des objets, des dessins d'enfants.

En ce qui concerne **la structuration de l'espace**, 2 types d'obstacles peuvent apparaître :

- **Le nombre insuffisant d'expériences que peuvent vivre les élèves** ;
- **Le fait que l'élève vive essentiellement dans un monde de représentation** (influence de la télé et des jeux vidéos).

Cette représentation quoique rapide montre cependant tout l'intérêt qu'il y a à se préoccuper d'un enseignement des connaissances spatiales dès l'école primaire.

3.2- Difficultés liées aux représentations des objets géométriques

- **Les élèves ont des difficultés à prendre conscience que le tracé géométrique (qui est un trait continu) est un ensemble de points.**
- **Ils ont du mal à faire la distinction entre la représentation d'une droite et celle d'un segment.**
- **Certains élèves ne reconnaissent pas que deux droites sont perpendiculaires** si elles ne sont pas sur les axes horizontaux et verticaux.

2 types d'obstacles peuvent être à l'origine de cette difficulté :

Un obstacle de nature épistémologique, cad imputable à la connaissance elle-même : la conception d'une droite, d'un segment, soit l'ensemble infini de points fait intervenir des notions aussi difficiles que celles de « point », « infini », « continuité », qui historiquement ont mis très longtemps à se stabiliser.

Un double obstacle de nature didactique, cad imputable au type d'enseignement et aux activités proposés aux élèves :

- Les 1ères activités géométriques proposées se placent essentiellement dans le micro-espace dans lequel, rappelons-le, les objets sont perçus de façon exhaustive ? **Les élèves transposent naturellement cette vision exhaustive aux représentations graphiques**.
- L'enseignement de la géométrie s'appuie traditionnellement sur une pratique essentiellement ostensive où « l'enseignant présente directement les connaissances en s'appuyant sur l'observation « dirigée » d'une réalité sensible ou d'une de ses représentations et suppose les élèves capables de se les approprier et d'en étendre l'emploi à d'autres situations.

Dans cette pratique les connaissances ne sont pas perçues par les élèves comme des outils pour résoudre des problèmes. On est proche d'une conception béhavioriste de l'apprentissage.

Les limites de l'ostension sont celles de **l'approche transmissive et béhavioriste de l'apprentissage :**

- les élèves pensent que tous les objets géométriques ainsi que leurs représentations sont des objets qui ont une réalité physique ;
- les élèves peuvent être amenés à se construire des représentations erronées de certains concepts de géométrie (penser que 2 droites perpendiculaires sont des droites verticales et horizontales, qu'un carré est une figure « posée » sur un côté…) .

3.3- Difficultés liées aux tâches de reproduction, représentation et construction de figures géométriques

Nous avons vu que pour réaliser ces tâches l'élève devait passer par un certain nombre d'étapes. Pour certaines de ces étapes, l'élève peut être confronté à des difficultés.

- **Repérage des figures de base d'une figure complexe**

L'élève ne peut pas arriver à repérer les figures de base ou en oublier. Les origines de cette difficulté sont multiples :

- l'élève n'a pas stocké de figures prototypiques correspondant aux figures à repérer, par manque d'expérience.
- Les figures de base ne correspondent pas aux caractéristiques des figures prototypiques : l'élève ne reconnaît pas des perpendiculaires parce que les droites

ne sont pas « horizontales » et « verticales » ou bien l'élève ne reconnaît pas un rectangle parce qu'il est très allongé,…
- Des figures de base trop prégnantes empêchent l'élève d'en voir d'autres.
- L'élève a du mal à isoler les figures de base des autres éléments de la figure. A noter que des jeunes élèves ne peuvent repérer que des figures de base isolées, cad qui n'ont pas de côté commun avec d'autres figures.

- **Repérage de sur-figures**

L'élève ne repère pas les figures qui ne sont pas totalement tracées, en particulier les sur-figures. Ce sont des figures dont certains éléments ne sont pas tracés et qui englobent des figures de base.

A l'origine de cette difficulté on retrouve le fait que pour l'élève une figure est un objet matériel du micro-espace, cad un objet qu'on ne peut modifier au risque de les dénaturer ou de les détruire.

- **Etablissement d'une chronologie des tracés**

L'établissement d'une chronologie suppose de construire mentalement au moins une partie de la figure, opération délicate.

- **Exécution des tracés géométriques**

Les origines des difficultés sont nombreuses :

- Difficulté de manipulation des instruments de tracé,
- Difficulté pour mobiliser des images mentales anticipatrices dont on a vu antérieurement l'importance,
- Non-connaissance des propriétés des figures à tracer,
- Conception incomplète d'un instrument : par exemple pour bcp d'élèves un compas sert à tracer des cercles mais non à reporter des longueurs.

L'expérience mentale joue un rôle essentiel dans la reconnaissance de figures, dans le tracé géométrique, mais aussi au niveau du raisonnement lorsque le tracé ne permet pas d'apporter de réponse.

3.4- Difficultés liées aux descriptions de figures

En plus des difficultés déjà citées, peuvent apparaître des difficultés liées à la communication des instructions. Elles peuvent se situer à plusieurs niveaux :

- **Au niveau du vocabulaire** : l'élève ne connaît pas certains mots mathématiques (paraphrases longues et imprécises) ; l'élève confond certains mots ; il utilise certains mots de langage courant qui n'ont pas de sens en mathématiques(rond, trait,…)
- **Au niveau de la connaissance des propriétés** : si l'élève ne connaît pas ces propriétés, il ne pourra pas décrire correctement ces figures.
- **Au niveau de l'effort de décentration** qu'oblige toute description : il faut se mettre à la place de l'autre (présence d' implicite dans la description)
- **Au niveau du codage de figures** qui au départ ne sont pas codées : bcp d'élèves pensent qu'ils n'ont pas le droit de transformer un dessin proposé par le maître (rajout de lettres)
- **Au niveau du sens que l'élève donne à l'activité de description** qui lui est proposée :
  - s'agit-il d'être compris par son interlocuteur ?
  - s'agit-il de montrer (au maître) ce qu'il sait, sans se soucier d'être compris par l'interlocuteur ?

4- Conclusion

Les analyses que nous venons de faire montrent qu'une pratique « ostensive » de l 'enseignement de la géométrie crée des obstacles importants.

« Montrer n'aide pas forcément à reconnaître ». D'où la nécessité de trouver des **situations-problèmes** pour favoriser cet enseignement.
L'élève vit dans un monde d'objets matériels, réels. Il transpose naturellement ses conceptions aux objets géométriques sur lesquels on lui propose de travailler. Il mobilise alors des connaissances de ce que nous avons appelé « la problématique pratique », ce qui est un obstacle à l'appropriation de la problématique de la géométrie. Il est nécessaire de négocier avec l'élève ce changement de problématique. Le passage par **la problématique de modélisation** semble être une stratégie prometteuse. Il semble également nécessaire de proposer aux élèves des activités qui ne soient **pas exclusivement du domaine du micro-espace**.