

# « Systèmes de numération »

**Rappel**  
 $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

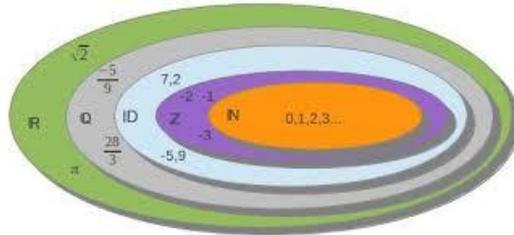
**N Entiers naturels** (0, 1, 2, 3, ...,  $\infty$ ) : Nombre positif pour dénombrer.

**Z Entiers relatifs** : entiers naturels avec un signe positif ou négatif, indiquant leur position par rapport à zéro (-5, -1, +2, +17). Entiers positifs (entiers naturels) et entiers négatifs.

**D Entiers décimaux** : nombre possédant un développement décimal limité (-1,7, -0.75, +4.8)

**Q Nombres rationnels** : quotient de deux entiers relatifs ( $\frac{12}{8}, \frac{-5}{3}$ ).  
 Souvent appelés fractions :  $\frac{a}{b}$ .  $a = \text{numérateur}$ ,  $b = \text{dénominateur}$ .

**R Nombres réels** : tous les nombres, avec ou sans virgules, positifs ou négatifs.



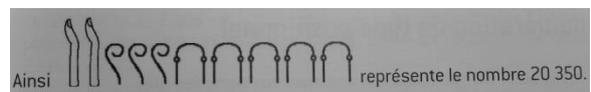
## SYSTEME DE NUMERATION DE TYPE ADDITIF

Ces systèmes a des inconvénients : pour grand nombre, pour diviser, multiplier ...

### Systeme égyptien

	Le bâton évoque l'unité
	L'anse de panier évoque la dizaine.
	Le rouleau de papyrus ou la corde enroulée évoque la centaine.
	La fleur de lotus évoque le millier.
	Le doigt levé évoque la dizaine de milliers.
	Le têtard évoque la centaine de milliers.
	Le dieu agenouillé évoque le million ou l'infini.

Les symboles sont juxtaposés les uns aux autres et doivent être additionnés.



## SYSTEME ROMAIN

I = 1	L = 50	M = 1000
V = 5	X = 10	
C = 100	D = 500	

## SYSTEME DE NUMERATION DE TYPE POSITIONNEL

**Un nombre est composé de chiffres.** Le nombre évoque des quantités, le chiffre est une écriture graphique.

### Principes de numération décimale

- La valeur d'un signe dépend de son rang dans le nombre : unité, dizaine, centaine, millier etc ...
- La méthode de groupement est régulière : en base dix (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10), on peut échanger une dizaine contre dix unités ...
- Chaque rang est occupé par un seul signe (non pas plusieurs).
- Absence de groupement à un certain rang : c'est le « 0 ». Dans « 102 » : pas zéro dizaine, il a dix dizaines regroupés pour former une centaine.

#### RAPPEL :

**Base 10** : on dispose de 10 chiffres 0, 1, 2, 3, ...9

**Base 2** : on dispose de 2 chiffres 0 et 1

**Base 20** : il faudrait 20 signes différents

### Décomposition additive d'un nombre en Base 10

$$235 = 200 + 30 + 5$$

### Décomposition canonique d'un nombre en Base 10

#### EXEMPLE AVEC 235 en base 10

Centaines de milliers	Dizaines de milliers	Milliers	Centaines	Dizaines	Unités
$10^5$	$10^4$	$10^3$	$10^2$	$10^1$	$10^0$
			2	3	5

#### RAPPEL :

$n$  facteurs égaux à 10 =  $n$  chiffres 0

$$235 = 2 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 5 \times 10^0$$

### Décomposition canonique d'un nombre en Base b

Rang 4 ( $X b^3$ )	Rang 4 ( $X b^2$ )	Rang 4 ( $X b^1$ )	Rang 4 ( $X b^0$ )
	2	3	5

$$235_b = 2 \times b^2 + 3 \times b^1 + 5 \times b^0$$

#### Exemple en base 6 (uniquement avec les chiffres 0, 1, 2, 3, 4, 5)

Rang 4 ( $X 6^3$ )	Rang 4 ( $X 6^2$ )	Rang 4 ( $X 6^1$ )	Rang 4 ( $X 6^0$ )
	2	3	5

$$235_6 = 2 \times 6^2 + 3 \times 6^1 + 5 \times 6^0$$

### Passer de la Base b à la base 10

En reprenant l'exemple précédent

Rang 4 ( $X 6^3$ )	Rang 4 ( $X 6^2$ )	Rang 4 ( $X 6^1$ )	Rang 4 ( $X 6^0$ )
	2	3	5

235 en base 6

$$\begin{array}{r}
 235_6 = \begin{array}{ccc} 2 & 3 & 5 \\ 6^2 & 6^1 & 6^0 \\ 2 \times 6^2 & 3 \times 6^1 & 5 \times 6^0 \\ 2 \times 36 & 3 \times 6 & 5 \times 1 \\ 72 & + 18 & + 5 \\ \hline 95 \end{array}
 \end{array}$$

**DONC**

$$235 \text{ en base } 6 = 95 \text{ en base } 10$$

2034 en base 5

$$\begin{array}{r}
 2034_5 = \begin{array}{cccc} 2 & 0 & 3 & 4 \\ 5^3 & 5^2 & 5^1 & 4^0 \\ 2 \times 5^3 & 0 \times 5^2 & 3 \times 5^1 & 4 \times 5^0 \\ 2 \times 125 + 0 + & & 3 \times 5 & 4 \times 1 \\ 250 + 0 + 15 + 4 & & & \\ \hline 269 \end{array}
 \end{array}$$

**DONC**

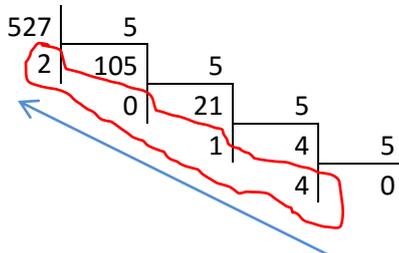
$$2034_5 = 269$$

$$2034 \text{ base } 5 = 269 \text{ base } 10$$

## Passer de la Base 10 ➔ à la base b

### Ecrire 527 en base 5

#### Par division



#### RESOLUTION =

$$527 / 5 = \text{quotient } 105, \text{ reste } 2$$

$$105 / 5 = \text{quotient } 21, \text{ reste } 0$$

$$21 / 5 = \text{quotient } 4, \text{ reste } 1$$

$$4 / 5 = \text{quotient } 0, \text{ reste } 4$$

$$527 = \overline{4102}_5$$

#### Avec tableau de numération

1/ Dresser un tableau avec les puissances correspondant à la base demandée.

Ici exemple de 442 à donner base 5 :

$5^4 = 625$	$5^3 = 125$	$5^2 = 25$	$5^1 = 5$	$5^0 = 1$

2/ Placer dans une colonne le nombre de fois que l'on trouve 125 dans 442 :

$$442 = 3 \times 125 \text{ (reste } 67)$$

$5^4 = 625$	$5^3 = 125$	$5^2 = 25$	$5^1 = 5$	$5^0 = 1$
	3			

3/ Reste 67 = combien de fois trouve-t-on 25 dans 67 ?

$$67 = 2 \times 25 \text{ (reste } 17)$$

$5^4 = 625$	$5^3 = 125$	$5^2 = 25$	$5^1 = 5$	$5^0 = 1$
	3	2		

4/ Reste 17 = combien de fois trouve-t-on 5 dans 17 ?

$$17 = 3 \times 5 \text{ (reste } 2)$$

$5^4 = 625$	$5^3 = 125$	$5^2 = 25$	$5^1 = 5$	$5^0 = 1$
	3	2	3	

5/ Reste 2 = combien de fois trouve-t-on 1 dans 2 ?

$$2 = 2 \times 1 \text{ (reste } 0)$$

$5^4 = 625$	$5^3 = 125$	$5^2 = 25$	$5^1 = 5$	$5^0 = 1$
	3	2	3	2

**DONC 442 = 3232<sub>5</sub>**

## NUMERATION ORALE

### Pour les nombres de 0 à 100 = 24 mots-nombres :

« Zéro, un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit, neuf, dix, onze, douze, treize, quatorze, quinze, seize, vingt, trente, quarante, cinquante, soixante, cent, et »

### Lecture des grands nombres (règle légale depuis 1961) :

Million =  $10^6$

Billion =  $10^{12}$

Trillion =  $10^{18}$

Quatrillion =  $10^{24}$

Quintillion =  $10^{30}$

Sextillion =  $10^{36}$

13 254 369 478 000

↓ Billion    ↓ million

Treize-billions-deux-cent-cinquante-quatre-mille-trois-cent-soixante-neuf-millions-quatre-cent-soixante-dix-huit-mille

### Milliards

= mille millions : pas d'existence légale mais s'utilise.

## ECRITURE DES NOMBRE EN LETTRES

Depuis 1990 : nouvelle règle orthographique : **les nombres composés s'écrivent avec des traits d'union.**

Permet de distinguer « vingt et un tiers » (20 + 1/3) de « vingt-et-un-tiers » (21/3).

**Vingt et cent s'accordent au pluriel s'ils ne sont pas suivis d'autres nombres.**

« quatre-vingts » « quatre-vingt-sept »

« cent-quatre » « quatre-cents »

**« Mille » est toujours invariable**

**« milliers » et « millions » s'accordent.**