Université Constantine 2
Faculté des TIC
Tronc commun «MI»
Algèbre I
Année 2012–2013

Première série d'exercices

Notions de logique

Exercice 1

Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

1. Si $a > 0$ et $b > 0$ alors $ab > 0$
2. Si $ab > 0$ alors $a > 0$ et $b > 0$
3. Si $ab \leq 0$ alors $a \leq 0$ ou $b \leq 0$
4. Si $ab \leq 0$ alors $a \leq 0$ et $b \leq 0$
5. Si $a \leq 0$ ou $b \leq 0$ alors $ab \leq 0$
6. Si $a \leq 0$ et $b \leq 0$ alors $ab \leq 0$
7. Si $a \leq 0$ et $b \leq 0$ alors $ab \geq 0$
8. Si $ab \geq 0$ alors $a \leq 0$ et $b \leq 0$
9. Si $a < 0$ alors $a > 0$ ou $b > 0$
10. Si $a > 0$ ou $b > 0$ alors $ab < 0$

Exercice 2

Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

1. Pour que ab soit positif ou nul, il suffit que a et b soient positifs ou nuls.
2. Pour que ab soit positif ou nul, il faut que a et b soient positifs ou nuls.
3. Pour que ab soit positif ou nul, il suffit que a et b soient négatifs ou nuls.
4. Pour que ab soit positif ou nul, il faut que a et b soient négatifs ou nuls.

Exercice 3

Donner les contraposées et les réciproques des implications des exercices 1 et 2.

Exercice 4

Compléter les pointillés par le connecteurs logique qui convient parmi : $\Leftrightarrow, \Leftarrow, \Rightarrow$

1. $x \in \mathbb{R}\ x^2 = 4$........$x = 2$;
2. $z \in \mathbb{C}\ z = \overline{z}$........$z \in \mathbb{R}$
3. $x \in \mathbb{R}\ x = \pi$........$e^{2ix} = 1$.

Exercice 5

Soit les quatre assertions suivantes :
$(a) \exists x \in \mathbb{R} x + y > 0;$
$(b) \forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} x + y > 0;$
$(c) \forall x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R}\ x + y > 0;$
$(d) \exists x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R} y^2 > x.$

Exercice 6

On note P, Q, R, S quatre propositions données.

1. Expliciter les tables de vérité des propositions suivantes :
   $\overline{P}$, $P \wedge Q$, $P \vee Q$, $P \implies Q$, $P \iff Q$
   $P \wedge \overline{P}$, $P \vee \overline{P}$, $\overline{P \wedge Q}$, $\overline{P \vee Q}$, $\overline{P \implies Q}$, $\overline{P \iff Q}$
2. Vérifier que :
$$P \wedge (Q \vee R) \iff (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$$
$$P \vee (Q \wedge R) \iff (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$$
3. Trouver une proposition équivalente à : $(P\ \vee Q) \wedge (R \vee S)$.
   Appliquer ce résultat aux propositions P, Q, R, S pour en déduire une proposition équivalente à : $(P \wedge Q) \vee (R \wedge S)$
   Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système : $\begin{cases} (x-1)(y-2) = 0 \\ (x-2)(y-3) = 0 \end{cases}$