Exercices de dynamique

Exercice 1 :

1) Une automobile assimilable à un solide de masse m=1200 kg, gravite une route rectiligne de pente 10 % (la route s'élève de 10 m pour un parcours de 100m) à la vitesse constante v=90 km/h. En dehors du poids, aucune force ne s'oppose à l'avancement du véhicule. Calculer la valeur de la force motrice F_m.

2) A une date que l'on choisi comme origine du temps (t = 0), le moteur est coupé et la voiture poursuit son ascension en roue libre.

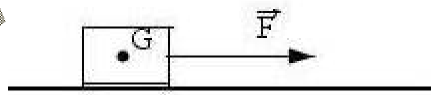
a) A quelle date t_1 la voiture s'immobilise-t-elle ?

b) Quelle distance x_1 a-t-elle parcourue depuis l'arrêt du moteur ? Donner deux méthodes pour résoudre cette question.

3) Reprendre la question 2) en supposant désormais que le véhicule est soumis à une force de freinage $\vec{F}$ constante d'intensité F=300 N.

Exercice 2

Un mobile de masse m = 0,60 kg, reposant sur une table horizontale, est soumis à une force constante $\vec{F}$ de valeur F=0,65 N et de direction parallèle au support.

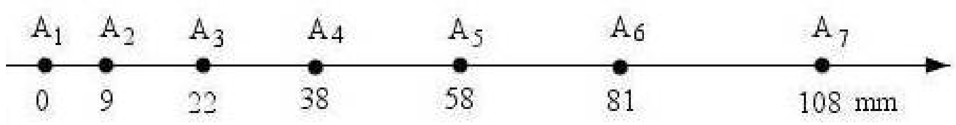


L'ensemble des frottements est assimilable à une force constante $\vec{f}$ parallèle à la trajectoire du mobile.

On se propose de déterminer la valeur de $\vec{f}$ par deux méthodes différentes dans les parties A et B.

A / On enregistre les positions successives de la projection A du centre d'inertie G du mobile toutes les $\tau = 60\ ms$ (fig. ci-dessous).

On a reproduit ci-dessous une partie de cet enregistrement en indiquant la position des points sur un axe dont l'origine a été choisie arbitrairement en A_1.



1) Déterminer la valeur de la vitesse aux points A_2, A_3, A_4, A_5 et A_6. On présentera les résultats sous forme d'un tableau.

2) On choisit comme origine des dates l'instant du passage en A_1. Représenter graphiquement la vitesse en fonction du temps. Échelles : 1 cm pour 30 ms / 1 cm pour 0,05 $m.s^{-1}$.

Déduire de ce graphe la nature du mouvement.

3) En expliquant votre raisonnement, déterminer la valeur de $\vec{f}$.

B / La valeur de la vitesse au passage en A_2 est : V_2=0,18 m/s. La valeur de la vitesse en A_6 est : V_6=0,42 m/s.

En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, que l'on énoncera, déterminer la valeur de la force $\vec{f}$.

Exercice 3

Un solide ponctuelle de masse m = 500 g, glisse sur un plan incliné AO d'un angle $\alpha = 30°$ par rapport à l'horizontale. On enregistre le mouvement de ce solide pendant des intervalles de temps successifs et égaux $\theta = 60\,ms$.

1/ Calculer les vitesses aux points M_2 ; M_3 ; M_4 et M_5.

2/ Calculer les accélérations aux points M_3 et M_4. En déduire la nature du mouvement.

3/ Le mouvement se fait-il avec frottement ? Si la réponse est positif déterminer la valeur de cette force de frottement.

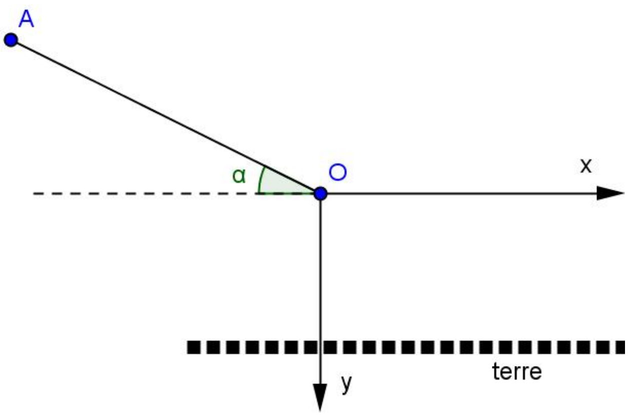
4/ Le solide quitte le plan incliné au point O avec une vitesse V_O = 2 $m.s^{-1}$ et continue son mouvement dans le vide.

a) Préciser la direction et le sens du vecteur $\vec{V}_O$.

b) Étudier le mouvement du solide S et établir l'équation de sa trajectoire.

c) Déterminer les coordonnées du point de chute du solide s'il a mis 0,5s pour effectuer son mouvement dans le vide.

d) En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, trouver la vitesse au point de chute.

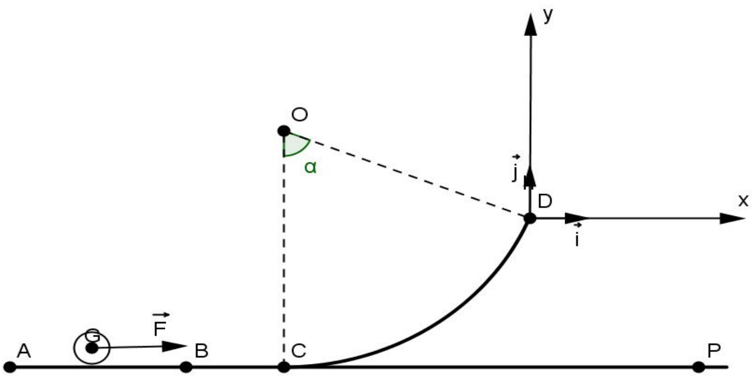


Exercice 4

On néglige tous les frottements et on prendra g=10 m/s^2. La piste de lancement d'un projectile M est située dans un plan vertical ; elle comprend une partie rectiligne horizontale ABC et une portion circulaire CD, centré en O, de rayon R = 1 m, d'angle au centre $\alpha = 60°$ (fig. ci-dessous).

Le projectile M, assimilable à un point matériel de masse m = 0,5 kg, est lancé sans vitesse initiale, suivant AB, avec une force constante $\vec{F}$, horizontale, s'exerçant entre A et B sur la distance AB = 1 m.

1) Quelle intensité minimum faut-il donner à $\vec{F}$ pour que le projectile quitte la piste en D ?



2) a) Avec quelle vitesse $\vec{V}_D$ le projectile quitte-t-il la piste en D quand F = 150 N ?

b) Donner l'équation de sa trajectoire dans un repère orthonormé d'origine D $(D, \vec{i}, \vec{j})$, $\vec{D}_x$ parallèle à ABC.

c) En déduire la hauteur maximale atteinte au-dessus de l'horizontale ABC.

2) Quelle est l'intensité de la force exercée par le projectile sur la piste, lorsqu'il quitte, en D, avec la vitesse $\vec{V}_D$?

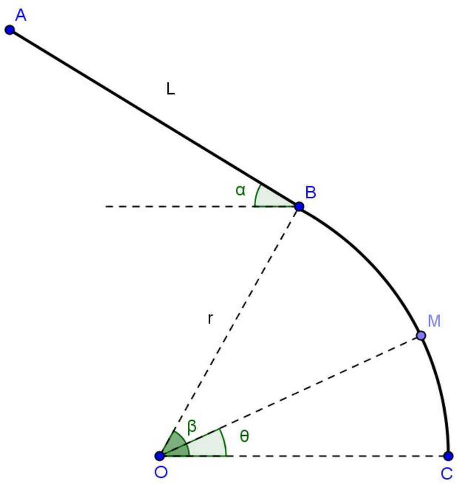
3) Le projectile tombe au point P de l'horizontale ABC.

a) Déterminer les coordonnées du point P, et la vitesse en ce point.

b) Calculer la durée du mouvement du point D au point P.

Exercice 5

Une glissière est formée de deux parties (fig. ci-contre) : AB est un plan incliné d'un angle $\alpha = 30°$ par rapport à l'horizontal, de longueur AB = l = 1 m ; BC est une portion de cercle, de centre O, de rayon r = 2 m et d'angle : $\beta = (OC, OB) = 60°$. Dans tout le problème on prendra g = 10 m/s^2 et on considérera les frottements comme négligeables.



1) Un solide ponctuel, de masse m = 100 g, quitte A sans vitesse initiale.

Exprimer et calculer la vitesse du solide V_B en B.

2) Le solide aborde la partie circulaire avec la vitesse V_B. Exprimer, pour un point M du cercle tel que $\theta = (OC, OM)$, la vitesse V_M en fonction de V_B, r, g et θ.

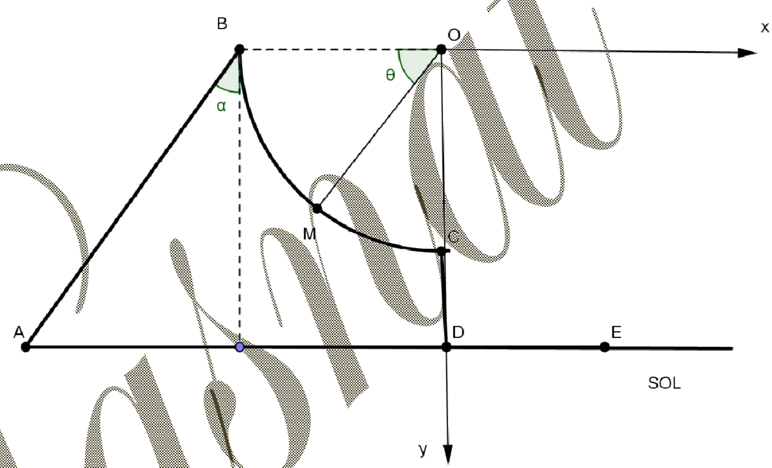
3) Quelle est, au point M, la réaction R de la glissière sur l'objet ? Exprimer R en fonction de, r, g, θ, V_B et m.

4) Montrer que le solide quitte la piste en un point N et calculer θ' = (OC, ON).

Indication : un mobile quitte son support lorsque la réaction exercée par ce dernier s'annule.

Exercice 6

Une piste ABCD est formée d'une partie AB rectiligne qui fait un angle α avec la verticale, une partie BC ayant la forme d'un arc de cercle de centre O et de rayon r, et enfin une partie CD verticale (voir fig). Données :$\alpha = 60°$, g=10 m/s^2 ,BO=CO=r=1m, OD=2m .



Un solide S de masse m = 200g est lancé de A vers B avec une vitesse V_A.

1. Déterminer la nature du mouvement de A à B. Les frottements sont assimilables à une force f=mg/4 (les frottements n'existent qu'entre A et B seulement.)

2. Calculer la vitesse minimale avec laquelle il faut lancer le solide S du point A pour qu'il arrive en B avec une vitesse nulle.

3. Le solide S descend de B vers C sans vitesse initiale.

3.1 Donner l'expression de sa vitesse en M en fonction de g, r et $\theta = (\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OM}) = 30°$.

3.2 Trouver l'expression de la réaction en M de la piste en fonction de g, m et θ. La calculer.

4. Donner les caractéristiques de la vitesse du solide S en C.

5. Le solide S quitte la piste à t=0 et arrive au sol au point E.

5.1 Donner l'équation de la trajectoire du solide dans le repère (O ;x ;y).

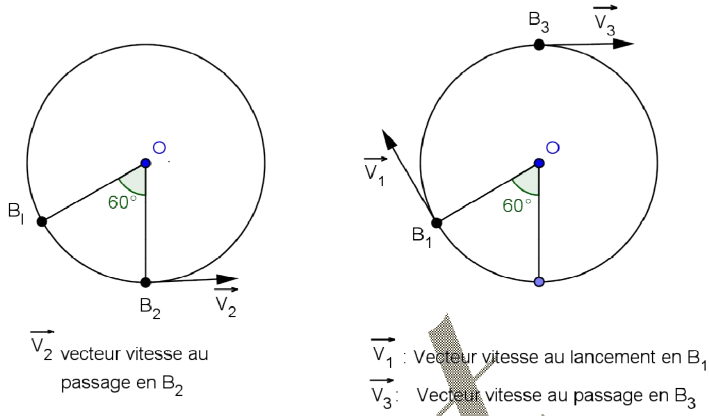
5.2 Déterminer les coordonnées du point de chute E.

(Bac 2004 SN)

Exercice 7

Une petite bille, considérée comme un point matériel de masse m, est accrochée à l'extrémité d'un fil inextensible, de masse négligeable et de longueur l. L'autre extrémité du fil est fixée en un point O. On néglige tous les frottements et on donne :

$l = 40\ cm$; $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$



1/ Dans une première expérience le fil est écarté de sa position d'équilibre verticale d'un angle $\theta = 60°$ et lâché sans vitesse.

a) En utilisant la relation $\vec{f} = m.\vec{a}$ et le théorème de l'énergie cinétique, calculer les valeurs numériques des accélérations normales et tangentielles de la bille en B_1 et B_2.

b) Représenter ces valeurs en B_1 et B_2.

2/ Dans une deuxième expérience, le fil est écarté de sa position d'équilibre verticale d'un angle $\theta = 60°$ et la bille est lancée vers le haut avec un vecteur vitesse $\vec{V_1}$, perpendiculaire à OB_1, OB_1 et $\vec{V_1}$ étant dans un même plan vertical. Le système fait alors dans ce plan un tour complet en passant par la position B_3 étant au dessus de O.

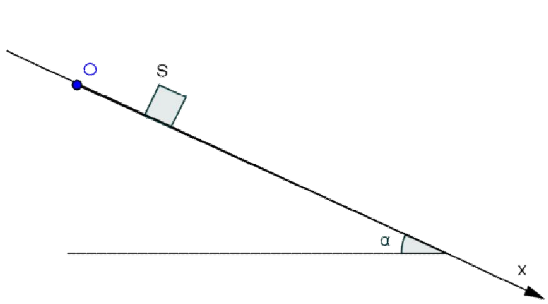
a) Donner l'expression de la tension du fil dans la position B_3 en fonction de m, g, l, V_3, puis en fonction de m, g, l, V_1, θ.

b) Quelle doit être la valeur minimale de V_1 pour que la position B_3 puisse être atteinte, le fil restant tendu ?

c) Représenter pour les positions B_1 et B_3 les vecteurs accélération normale et accélération tangentielle de la bille, celle-ci étant lancée vers le haut en B_1 avec une vitesse $V_1 = 5\ m.S^{-1}$.

Exercice 8

Un solide S, de masse $m = 200\ g$, se déplace sur un plan incliné d'un angle $\alpha = 30°$ par rapport à l'horizontal.



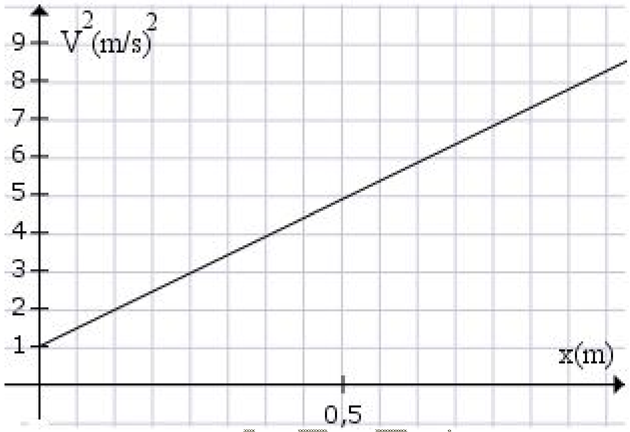
Il part du point O origine de l'axe avec une vitesse initiale de valeur V_0. Au cours de son mouvement, S est soumis à une force de frottement constante de valeur f opposée au mouvement. Un dispositif approprié permet de mesurer la valeur de la vitesse pour différentes positions la courbe représentative de $V^2 = f(x)$ est donnée sur la figure suivante.

1/ Déterminer graphiquement l'équation $V^2 = f(x)$.

2/ En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au entre le point O et un point d'abscisse x quelconque, établir l'expression de $V^2 = f(x)$.

3/ En déduire la valeur de la force de frottement et celle de V_0.

4/ Au point d'abscisse $x = 0{,}5\,m$, l'énergie mécanique E_m du système (solide-Terre) est égale au double de l'énergie cinétique. En déduire la position adoptée pour le plan de référence de l'énergie potentielle de pesanteur.



5/ a) Donner l'expression de E_c et de E_p du système en fonction de x.

b) Sur le même graphique, représenter les courbes $E_c = f(x)$ et $E_p = g(x)$ pour les valeurs de x telles que $0 \leq x \leq 1m$.

c) En déduire l'expression de E_m en fonction de x puis tracer la courbe $E_m = h(x)$.

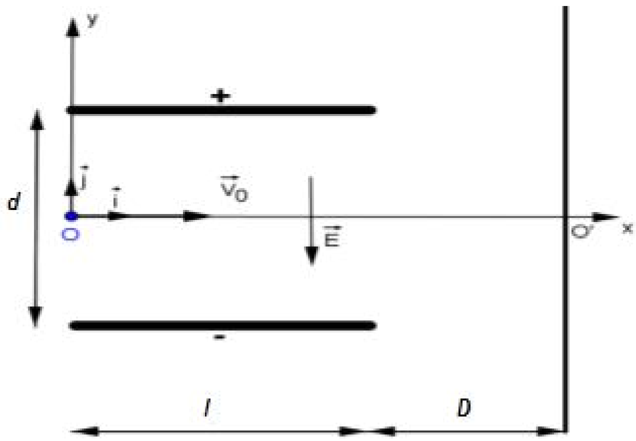
On donne : $g = 10\,m/s^2$.

Exercice 9

On maintient entre deux plaques (voir fig. ci-dessous) une différence de potentielle U. La longueur de ces plaques est l et leur distance est d. Un électron est injecté dans une direction perpendiculaire au champ avec une vitesse initiale $\vec{V}_0$, au point O milieu des plaques.

Données : l= 2 cm ; d = 1 cm ; D = 50 cm ; U = 100 V ; V_O = 107 m/s; $m_e = 9,\ 1.10^{-31}$ kg; $e = 1,\ 6.10^{-19}$C.

On néglige le poids de l'électron.



1) Calculer le champ électrique (supposé uniforme) entre les deux plaques.

2) L'électron sort de la région où règne le champ électrique en un point S. Calculer les coordonnées de S et celles du vecteur vitesse V_s en ce point. En déduire V_S.

3) On place un écran à la distance D de l'extrémité des plaques.

Quelle est la position du point d'impact de l'électron sur l'écran ?

Exercice 10

Dans tout l'exercice, on considérera que le mouvement des ions a lieu dans le vide et on néglige le poids des ions devant les autres forces.

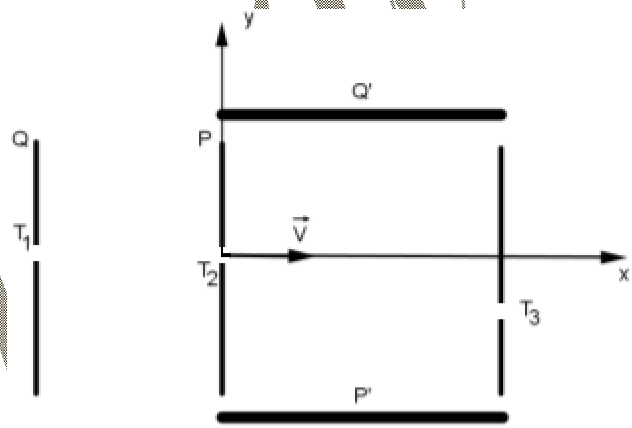
1) On fait arriver, avec une vitesse négligeable, des ions $^{35}Cl^-$ et $^{37}Cl^-$ par un trou T_1 percé dans une plaque Q. Ils sont accélérés par une différence de potentielle U_{PQ} de valeur U_0, entre la plaque P et la plaque Q qui sont parallèles.

a) Déterminer le signe de la tension U_0.

b) Exprimer les valeurs V_1 et V_2 des vitesses respectivement des ions $^{35}Cl^-$ et $^{37}Cl^-$ lorsqu'ils arrivent sur la plaque P en fonction de U_0, des masses respectives m_1 et m_2 de ses ions et de leur charge q.

c) Faire l'application numérique : U_0=100 V ; e=$1,6.10^{-19}$C ; M($^{35}Cl^-$)=35 g/mol ; M($^{37}Cl^-$)=37 g /mol ; N=$6,02.10^{23}$ mol^{-1}.

2) En sortant de la plaque P par le trou T_2 avec les vitesses précédentes, les ions sont soumis à un champ électrique $\vec{E}$ orthogonal à $\vec{V}_1$ et $\vec{V}_2$. Ce champ $\vec{E}$ est créé par une tension U_{PQ} entre deux plaques parallèles P' et Q' distantes de d et a pour valeur U_1.



a) Justifier le sens de déviation des ions entre les plaques Q' et P'.

b) Établir l'équation numérique des trajectoires des ions entre les plaques Q' et P'.

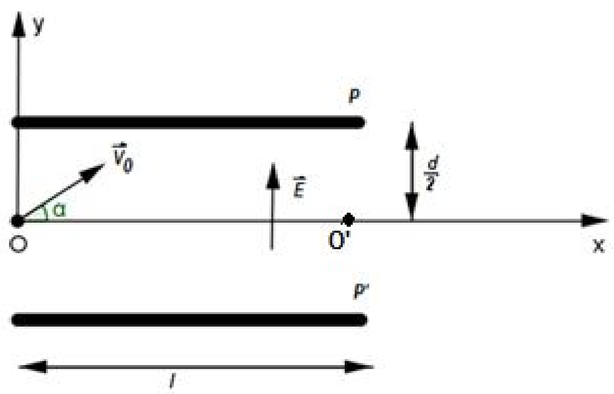
c) Déterminer la position du trou T_3 permettant aux ions $^{35}Cl^-$ de passer au travers de l'écran (S).

On donne : U_1=200 V ; d=5 cm ; l=4 cm.

d) Les ions $^{37}Cl^-$ sortent-ils par ce même trou ? Ce dispositif permet-il de séparer les deux isotopes du chlore ?

Exercice 11

Entre deux plaques P et P' d'un condensateur plan, des électrons de charge q=-e et de masse m pénètrent en O avec une vitesse initiale de valeur V_0. La direction du vecteur vitesse initiale fait un angle α avec l'axe (Ox) (fig.). Le champ électrique est créé par une tension $U_{PP'} = U < 0$ appliquée entre les deux plaques,



la longueur des plaques est l, leur distance est d.

1) Écrire la relation entre le vecteur accélération et le vecteur champ électrique.

2) Exprimer en fonction de U ; V_0 ; α ; e ; d et du temps t, les coordonnées des différents vecteurs suivants :

a) accélération $\vec{a}$; b) vitesse $\vec{V}$; c) position $\overrightarrow{OM}$.

3) Déterminer l'équation de la trajectoire.

4) Calculer les coordonnées du point M où le vecteur vitesse devient parallèle à l'axe (Ox). En déduire la relation liant V_0 ; α ; e et m pour que l'électron ne soit pas capté par la plaque supérieure.

5) On veut que l'électron ressort en O'.

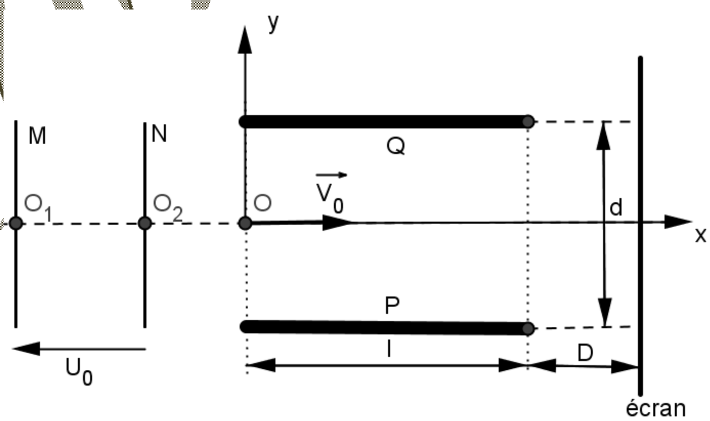
a) Déterminer la tension U à appliquer entre les plaques en fonction de V_0 ; α ; e ;d et m.

b) Montrer que le vecteur vitesse en O' a la même valeur qu'en O, mais fait un angle α avec l'axe (Ox).

c) Calculer la valeur de U pour que l'électron ressort en O'.

Données : $V_0 = 8.10^6\ m/s$; $\alpha = 30°$; $d = 7\ cm$; $l = 20\ cm$; $e = 1{,}6.10^{-19}C$; $m = 9.1.10^{-31}Kg$

Exercice 12



1/ Des ions $^{10}_{5}B^+$ et $^{11}_{5}B^+$ pénètrent en O_1 entre deux plaques verticales M et N entre lesquelles est appliquée une tension $U_0 = V_M - V_N$. La vitesse des ions en O_1 est nulle.

a) Préciser la nature du mouvement des ions entre M et N.

b) Exprimer l'énergie cinétique et la vitesse de chaque type d'ion à l'arrivée en O_2 sur la plaque N. Cette énergie dépend-t-elle de la masse de l'ion ?

Application numérique : $U_0 = 2000\ V$; $e = 1{,}6.10^{-19}C$; *masse d'un ion = A .u (A :nombre de masse ; u :unité de masse atomique =* $1{,}67.10^{-27}\ kg$*).*

2/ Les ions pénètrent ensuite entre deux plaques P et Q horizontales. La tension entre ces plaques est $U = V_P - V_Q$, la distance entre les plaques est d, la longueur des plaques est l.

a) Établir l'expression de la trajectoire des ions.

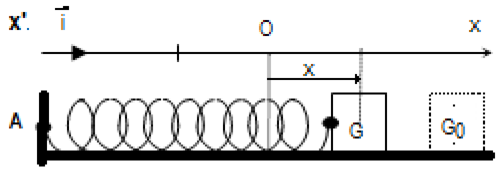
b) Déterminer les coordonnées du point S ou les ions sortent du champ ; quelle est la nature des trajectoires au-delà de ce point ?

c) Déterminer les positions des points d'impact des ions sur un écran (E) placé à une distance D des extrémités des plaques P et Q.

Application numérique : $U = 5000\ V\ ; l = 5\ cm\ ; d = 4\ cm;\ \ D = 2cm.$

d) Ce dispositif permet-il la séparation des ions du bore ? Justifier.

Exercice 13



Un solide de masse m et de centre d'inertie G peut se déplacer sans frottement sur une table horizontale. Un ressort horizontal de constante de raideur K, relie le mobile à un point fixe A, un guidage sans frottement contraint le mobile à effectuer un mouvement de translation, le point G se déplaçant le long d'un axe x'x passant par A. La position d'équilibre de G est un point fixe O. On posera OG=x.

Le solide est écarté de sa position d'équilibre et son centre d'inertie se trouve en un point G_0 *tel que :* $OG_0=a$*. A la date t=0, le solide est lâché sans vitesse initiale.*

1/ Faire le bilan des forces agissant sur le solide à un instant t. Représenter ces forces sur un schéma en supposant qu'à l'instant considéré x est positif.

2/ Établir l'équation différentielle du mouvement de G. Puis déterminer l'équation horaire et donner l'expression de la période T.

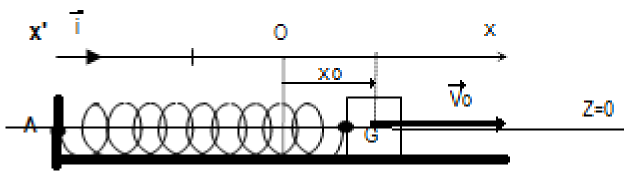
3/ Exprimer, à la date t, l'énergie cinétique du mobile, l'énergie potentille du ressort et l'énergie mécanique du système (ressort-mobile). Que peut-on dire de cette énergie ?

On choisira nulle l'énergie potentielle du système lorsque le ressort n'est pas déformé.

4/ Calculer la constante de raideur K du ressort. On donne : $m = 1\ kg,\quad T = 1\ s.$

5/ L'élongation maximale est de 1 cm. Calculer l'énergie mécanique du système ressort-mobile ainsi que la vitesse du point G à l'instant où ce point est confondu avec O.

Exercice 14

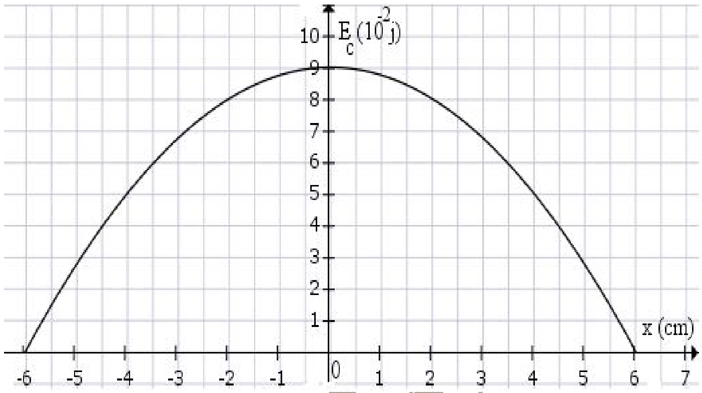


Un solide S de masse m=100g et de centre d'inertie G peut se déplacer sans frottement sur une table horizontale. Un ressort R horizontal de constante de raideur K, relie le mobile à un point fixe A, le point G se déplaçant le long d'un axe x'x passant par A. La position d'équilibre de G est un point fixe O. On posera OG=x.

On tire le solide S à partir de sa position d'équilibre O de façon que l'élongation initiale est $x_0 = 2\,cm$, puis on lui communique à t=0, une vitesse initiale $\vec{V}_0$ dans le sens positif de l'axe x'x.

1/ Monter que le système (S, R) est conservatif.

2/ Donner les expressions de E_{Pp}, E_{Pe}, E_C, et E_m du système défini en fonction de x, k, m et V à une date t quelconque. Le plan horizontal passant par le point O est pris comme plan de référence de l'énergie potentielle de pesanteur.



3/ Montrer qu'à tout instant on a la relation :

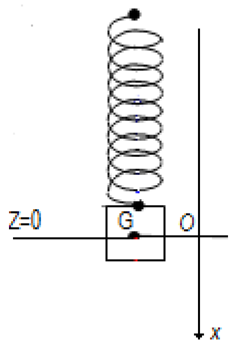
$$\frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2}mV_{max}^2$$

4/ On donne la courbe de variation de l'énergie cinétique du système en fonction de x. Déduire de la courbe :

- La constante de raideur K du ressort.
- La valeur V_{max} de la vitesse.
- La valeur V_0 de la vitesse initiale.

Exercice 15

Un pendule élastique, est constitué d'un solide S de masse m, accroché à l'extrémité d'un ressort vertical de raideur K. La figure donne les variations de l'énergie mécanique E_m et potentielle E_P du système (solide, ressort, Terre) en fonction de l'abscisse x du centre d'inertie G du solide dans le repère $(O,\vec{i})$. La position d'équilibre du solide coïncide avec l'origine O, et le plan horizontal passant par O est pris comme plan de référence de l'énergie potentille de pesanteur du système.

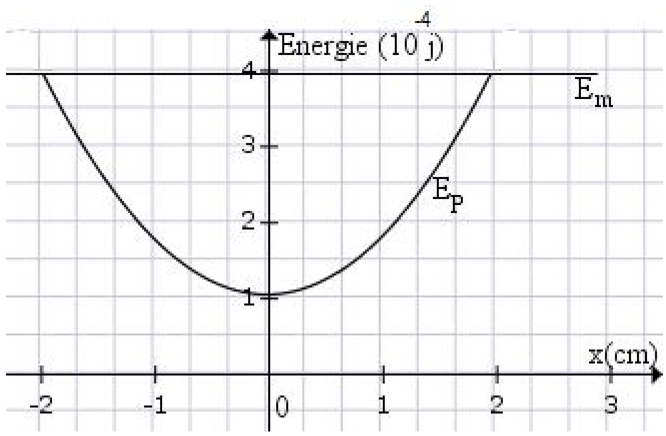


1/ Trouver l'équation différentielle du mouvement.

2/ Établir l'expression de l'énergie potentielle du système en fonction de K, x et x_0 où x_0 est l'allongement à l'équilibre.

3/ L'énergie mécanique est-elle conservée au cours du mouvement ?

4/ Trouver l'expression de l'énergie mécanique du système en fonction de K, x_m et x_0 où x_m est l'amplitude des oscillations.



5/ En basant sur la courbe. Déterminer l'amplitude x_m, la raideur K du ressort et son allongement initial x_0.

6/ a) Montrer que l'énergie cinétique E_C du solide peut être exprimée en fonction de K, x_m et x.

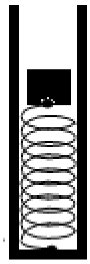
b) Quelle est sa valeur pour $x = 0$ et $x = -2\ cm$?

c) Tracer dans le même repère d'axes l'allure de la courbe $E_c=f(x)$.

7/ Sachant que la période est $T = 0{,}2\pi\ s$; déterminer les vitesses du pendule en $x = 1\ cm$.

Exercice 16

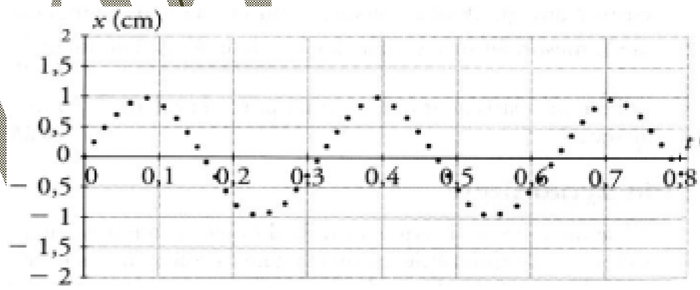
On dispose d'un ressort, de masse négligeable et de constante de raideur $K = 10\ N/m$; placé à l'intérieure d'un tube vertical.



Son extrémité inférieure, est fixée au sol. Sur l'autre extrémité, on fixe un solide pouvant glisser sans frottement à l'intérieure du tube. Le solide de dimensions négligeables a une masse m. Le ressort se raccourcit alors de b.

1/ Déterminer l'expression de la compression b du ressort lorsque le solide est en équilibre.

2/ On écarte le solide de sa position d'équilibre de x_0 et on le lâche. Un dispositif approprié permet d'enregistrer les variations de l'élongation x du solide en fonction du temps.



a) Déterminer, à partir du graphe, l'équation horaire du mouvement du solide.

b) Calculer la masse m du solide et en déduire la compression b du ressort.

c) Montrer que la valeur V de la vitesse est donnée par l'équation : $V^2 = \omega^2(x_m^2 - x^2)$; en déduire la valeur de V si $x = 0{,}5\ cm$.

Exercice 17

Une fusée de masse m_0 = 100 tonnes est destinée à placer un satellite en orbite autour de la Terre.

1/ Calculer l'accélération de la fusée lorsqu'elle quitte le sol sachant que les moteurs exercent une force vertical d'intensité $f = 2.10^8\ N$. On néglige les forces de frottement. Au niveau du sol, on prendra : $g_0 = 9{,}8.m.s^{-2}$.

2/ Le satellite de masse m a une orbite circulaire de rayon r dans le plan équatorial terrestre à l'altitude z = 36 000 km. On considère que la Terre est une sphère de rayon R, pour laquelle la répartition de la masse possède la symétrie sphérique.

a) Calculer la valeur de l'intensité g du champ de pesanteur à l'altitude z en fonction de : g_0, R et r. Application numérique : R = 6 400 km.

b) En précisant le référentielle choisi, calculer la vitesse du satellite et sa période.

Exercice 18

1/On étudie le mouvement d'un satellite de la Terre, dans le repère géocentrique. La Terre est supposé homogène, sphérique, de centre O, de rayon R, de masse M.

a) Le satellite, assimilable à un point matériel de masse m, décrit une orbite circulaire de rayon r, et de centre O.

Exprimer la force d'attraction que la Terre exerce sur le satellite en fonction de la constante de gravitation universelle G, M, m et r. Montrer que le mouvement du satellite est uniforme.

b) Exprimer la vitesse du satellite sur sa trajectoire, sa période de révolution T et son énergie cinétique en fonction des même données.

c) Exprimer littéralement le rapport $\frac{r^3}{T^2}$ *et vérifier qu'il ne dépend pas de la masse du satellite.*

d) On rappelle l'expression de l'énergie potentielle d'un satellite : $E_P = -\frac{G.M.m}{r}$ *en choisissant de prendre conventionnellement cette énergie nulle à l'infini. Exprimer l'énergie mécanique totale du satellite.*

2/ Un satellite géostationnaire demeure, en permanence, à la vertical d'un point de la surface terrestre et à une altitude fixe.

a) Déterminer le plan de la trajectoire, le sens de révolution et l'altitude z d'un tel satellite. Donner la valeur numérique de z.

b) Un satellite géostationnaire est lancé depuis un point de l'équateur. Quelle énergie mécanique minimale doit-il avoir dans le repère géocentrique, pour se mettre sur l'orbite, si l'on néglige les frottements dus à la résistance de l'air ? Donner la valeur numérique de cette énergie.

c) Préciser la direction et le sens de la vitesse de lancement de ce satellite si l'on veut profiter de l'effet de rotation de la Terre.

Données : $M = 6 \times 10^{24}\ kg$; $R = 6\,400\ km$; $m = 10^3\ kg$; $G = 6{,}67.10^{-11}\ S.I.$

Exercice 19

Un satellite supposé ponctuel, de masse m_s décrit une orbite circulaire d'altitude h autour de la Terre assimilée à une sphère de rayon R_T. On fera l'étude dans un référentiel géocentrique considéré comme galiléen.

1/ Établir l'expression de la valeur g du vecteur champ de gravitation à l'altitude h en fonction de g_0 au niveau du sol, de R_T et de h.

2/ Déterminer l'expression de la vitesse V_s du satellite, celle de sa période et celle de son énergie cinétique.

A.N. : $m_s = 1\,020\ kg$; $R_T = 6\,400\ km$; $h = 400\ km$.

3/ L'énergie potentielle du satellite dans le champ de pesanteur à l'altitude h est donnée par la relation :

$$E_P = -\frac{G.m_s.M_T}{R_T + h}$$

Avec G la constante de gravitation et M_T masse de la Terre et en convenant que $E_P = 0$ pour $h = \infty$. Justifier le signe négatif et exprimer E_P en fonction de m_s ; g_0 ; R_T et h. Déterminer l'expression de l'énergie mécanique du satellite puis comparer E_P à E_C et E à E_C.

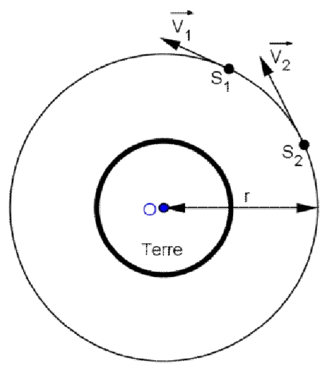
4/ On fournit au satellite un supplément d'énergie $\Delta E = +5 \times 10^8\ J$; Il prend alors une nouvelle orbite circulaire.

En utilisant les résultats de 3/, déterminer :

- Sa nouvelle énergie cinétique et sa vitesse.
- Sa nouvelle énergie potentille et son altitude.

Exercice 20

Un satellite artificiel S_1 de masse m_1, est assimilable à un point matériel. Dans le repère géocentrique, supposer parfaitement galiléen, son orbite est assimilée à un cercle de rayon r et de même centre O que celui de la Terre. Le satellite S_1 n'est soumis qu'à l'attraction terrestre.



1/ Exprimer littéralement la valeur V_1 du vecteur vitesse $\vec{V}_1$ de ce satellite en fonction de la constante de gravitation G, de la masse m_T de la Terre et de r.

Calculer numériquement V_1 sachant que :

$m_T = 6 \times 10^{24}\ kg$; $r = 7\,000\ km$ et $G = 6{,}67.10^{-11}\ S.I.$

2/ Un satellite S_2, de masse m_2, cherche à rejoindre le satellite S_1. S_2 se déplace sur la même orbite que S_1 mais a une vitesse V_2 supérieure à V_1.

Montrer qu'en plus de l'attraction terrestre le satellite S_2 doit être soumis à une force $\vec{f}$ préciser la direction de $\vec{f}$ (cette force est produite par un moteur auxiliaire).

Exprimer littéralement f en fonction de m_2, r, V_1, V_2.

On pourra montrer que si $(V_2 - V_1)$ est très inférieure à V_1, f peut se mettre sous la forme : $f = k(V_2 - V_1)$, k étant une constante (pour cela on posera $V_2^2 - V_1^2 \approx (V_2 - V_1) \times 2V_1$).

Calculer numériquement f, sachant que $V_2 = V_1 + 5\ m.s^{-1}$ *et que* $m_2 = 2 \times 10^3\ kg$.

Exercice 21

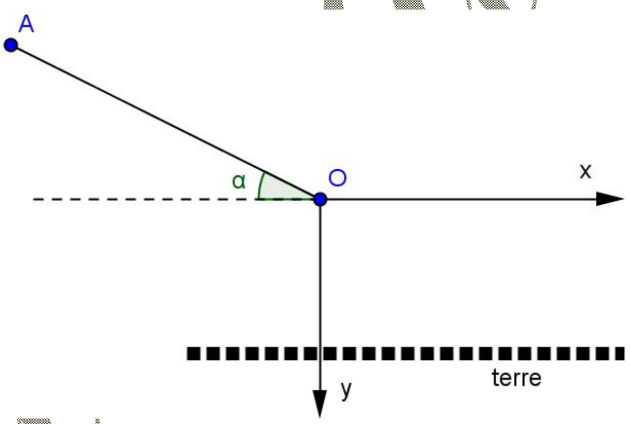
Un solide ponctuelle de masse m = 500 g, glisse sur un plan incliné AO d'un angle $\alpha = 10°$ *par rapport à l'horizontale. Un dispositif approprié permet de mesurer la durée t mise par le centre d'inertie du solide pour parcourir la distance x à partir de sa position de départ A d'où il a été libéré sans vitesse initiale. Une série de mesure a permis d'obtenir le tableau suivant :*

x (cm)	20	40	60	80	100	120
t (s)	0,57	0,81	0,99	1,15	1,28	1,41

1/ a) Tracer le graphe de le fonction $x = f(t^2)$ *en respectant l'échelle :*

1 cm pour 0,2 s^2 *(en abscisse) / 1 cm pour 10 cm (en ordonnée)*

b) En déduire la nature du mouvement du centre d'inertie G du solide, puis calculer la valeur expérimentale a_{ex} *de son accélération.*



c) Déterminer théoriquement l'accélération a_{th} *qu'aurait le solide s'il glissait sans frottement.*

d) Le mouvement se fait-il avec frottement ? Si la réponse est positif déterminer la valeur de cette force de frottement.

2/ Le solide quitte le plan incliné au point O avec une vitesse $V_O = 2\ m.s^{-1}$ *et continue son mouvement dans le vide.*

a) Préciser la direction et le sens du vecteur $\vec{V}_O$.

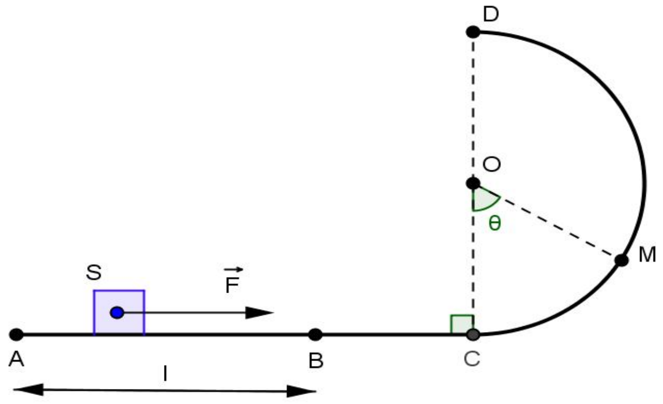
b) Étudier le mouvement du solide S et établir l'équation de sa trajectoire.

c) Déterminer les coordonnées du point de chute du solide s'il a mis 0,5s pour effectuer son mouvement dans le vide.

d) En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, trouver la vitesse au point de chute.

Exercice 22

On étudie le mouvement d'un solide ponctuel S dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Ce solide, de masse m, est initialement au repos en A. On le lance sur la piste ACD, en faisant agir sur lui, le long de la partie AB de sa trajectoire, une force $\vec{F}$ *horizontale et d'intensité F constante. On pose AB = l.*



La portion AC de la trajectoire est horizontale et la portion CD est un demi-cercle de centre O et de rayon r ; ces deux portions sont dans un même plan vertical (voir fig. ci-contre).

On suppose que la piste ACD est parfaitement lisse et que la résistance de l'air est négligeable.

1) Déterminer, en fonction de F, l, et m, la valeur V_B de la vitesse de S en B.

2) Au point M défini par l'angle $\theta = (OC, OM)$, établir, en fonction de F, l, r, m, θ et g, l'expression de :

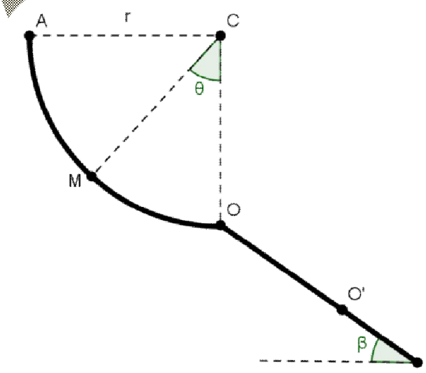
a) La valeur V de la vitesse de S.

b) L'intensité R de la réaction $\vec{R}$ de la piste.

3) De l'expression de R, déduire, en fonction de m, g, r et l, la valeur minimale F_0 de F pour que S atteigne D.

Calculer F_0 sachant que : m = 0,5 kg ; r = 1 m ; l = 1,5 m ; g = 9,8 N/kg.

Exercice 23



On prendra : accélération de pesanteur $g = 10\ m.s^{-2}$.

On dispose d'un rail AO dont la forme est celle d'un quart de cercle, de centre C, et de rayon $r = 1{,}0\ m$ (fig.).

Un corps considéré ponctuel de masse m est abandonné en A sans vitesse initiale, glisse sur le rail, sans frottement. En O est fixé un plan incliné, vers le bas, de $\beta = 45°$. Le corps quittant le rail en O décrit une trajectoire qui rencontre le plan en un point O'.

1/ On repère la position du corps par l'angle θ. Exprimer le module V_M de la vitesse du corps au point M en fonction de : θ, r et g.

2/ Exprimer en fonction de : θ, r, g et m ; l'intensité de la force $\vec{R}_N$ que le rail exerce sur le corps. En quel point cette intensité est maximale ? La calculer, on donne $m = 10\ g$.

3/ Après avoir déterminé les caractéristiques de la vitesse $\vec{V}_O$ au point O, déterminer l'équation de la trajectoire du corps entre O et O' point de contact avec le plan incliné dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

4/ Exprimer la distance OO' en fonction de V_0 et g, et la calculer.

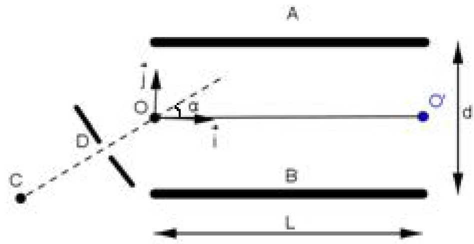
5/ En réalité, la force de frottement agissant tangentiellement entre les points A et O n'est pas négligeable, et d'intensité constante. Ainsi, l'expérience donne $OO' = 4{,}7\ m$.

Évaluer, alors, l'intensité f de cette force responsable de l'écart entre la valeur théorique et la valeur expérimentale de OO'.

Exercice 24

Un condensateur plan, est constitué de deux plaques parallèles horizontales A et B de longueur L et séparées par une distance d.

On raisonnera dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$, orthonormé. Le point O est équidistant des deux plaques.



Un faisceau homocinétique de protons émis en C avec une vitesse nulle, est accéléré entre les points C et D, situés dans le plan $(O,\vec{i},\vec{j})$. Il pénètre en O, en formant un angle α avec $\vec{i}$, dans le champ électrique supposé uniforme $\vec{E}$ du condensateur.

a) Après avoir indiquer, en le justifiant, le signe de $V_D - V_C$, calculer, en fonction de $U = |V_D - V_C|$, la vitesse V_0 des protons à leur entrée dans le champ électrique uniforme.

A.N. : $U = 1000\ V$, masse du proton $m = 1{,}6\ .\ 10^{-27}\ kg$, charge eléctrique élementaire $e = 1{,}6.\ 10^{-19}\ C$.

b) Indiquer en le justifiant le signe de $V_A - V_B$ tel que le faisceau des protons puisse passer par le point O'. Donner l'équation de la trajectoire des protons dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$. En fonction de U, $U' = |V_D - V_C|$, α et d.

Quelle est la nature du mouvement des protons ?

Calculer la valeur numérique de U' qui permet de réaliser la sortie en O' pour :

$\alpha = 30^\circ$, $L = 20\ cm$, et $d = 7\ cm$.

c) Dans le cas où la tension U' a la valeur précédemment calculée, déterminer à quelle distance minimale du plateau supérieure passe le faisceau des protons.

Toute l'expérience a lieu dans le vide et on néglige les forces de pesanteur.

Exercice 25

Le dispositif étudié se trouve dans une enceinte où règne le vide.

L'étude est faite par rapport au repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ supposé galiléen ; $\vec{i}$ étant horizontal et $\vec{j}$ vertical.

Des électrons pénètrent en O, avec un vecteur vitesse $\vec{V}_O$ horizontal, à l'intérieure d'un condensateur plan. Entre les deux plaques horizontales P_1 et P_2 de ce condensateur, séparée par une distance d, est appliquée une tension constante $U = V_{P1} - V_{P2} = 140\ V$. On admet que le champ électrostatique qui en résulte agit sur les électrons, sur une distance l mesurée à partir du point O.

On donne : charge élémentaire $e = 1{,}6.10^{-19}\ C$, masse de l'électron : $m = 9{,}1.10^{-31}\ kg$

Accélération de pesanteur : $g = 9{,}8\ m/s^2$, vitesse de l'électron arrivant en O :

$V_O = 30\,000\ km/s$, $l = 15\ cm$, distance entre les plaques $d = 3\ cm$.

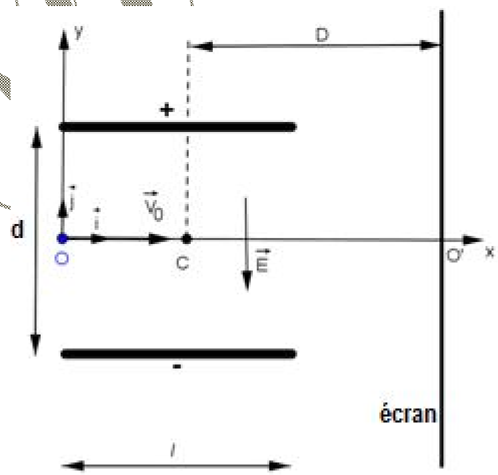
1/ Comparer les valeurs du poids d'un électron et de la force électrostatique. Conclure.

2/ a) Donner les équations horaires des coordonnées x et y d'un électron dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$, lors de son passage entre les plaques P_1 et P_2.

b) Établir l'équation de la trajectoire d'un électron dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.

3/ a) De quelle distance verticale les électrons sont-ils déviés à la sortie du condensateur ?

b) Quelle est la condition pour que les électrons sortent du champ électrostatique ?



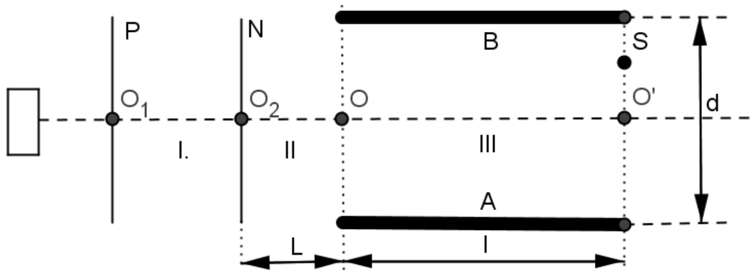
c) Calculer la vitesse des électrons à la sortie du champ ?

d) Déterminer la nature du mouvement des électrons au-delà du champ.

4/ Ces électrons forment un spot sur un écran luminescent E placé perpendiculairement à $(O,\vec{i})$, à la distance $D = 20\ cm$ du centre C du condensateur. Quelle est la distance de se spot au centre O' de l'écran ?

Exercice 26

Des particules α (noyaux d'hélium ${}_2^4He^{2+}$) de masse m, sont émises avec une vitesse négligeable à travers l'ouverture O_1 d'une plaque métallique P. Ils traversent successivement trois régions I ; II et III d'une enceinte où l'on fait le vide.



On néglige l'action de pesanteur sur leur mouvement.

1/ La région I est limitée par les plaques P et N, planes parallèles et perpendiculaires au plan du schéma. Entre les deux plaques P et N, existe une tension $U_{PN} = V_P - V_N$. On veut qu'en O_2, les particules α aient une vitesse $\vec{V}_0$ dirigée selon (O_1O_2).

a) Préciser en le justifiant le signe de U_{PN}.

b) Établir l'expression littérale de V_O en fonction de : e (charge élémentaire), m et $U_0 = |V_{PN}|$.

Calculer sa valeur numérique. Données : $m = 6{,}67.10^{-27}\,kg;\ U_0 = 2000\,V,\ e = 1{,}6.10^{-19}\,C$

2/ Dans la région II, le champ électrique est nul. Quel est la nature du mouvement des particules α, dans cette région ?

3/ Après avoir franchi la région II, de longueur $O_2O = L = 50\,cm$, les particules α pénètrent en O dans la région III. Entre les armatures planes A et B, parallèles, perpendiculaires au plan de la figure, distantes de d et de longueur l, existe une tension U_{AB} telle que $U=|U_{AB}|$. On veut que les particules sortent de cette région au point S tel que O'S=5 mm. Données : l=20 cm ; d=5 cm.

a) Déterminer le sens du vecteur champ électrique supposé uniforme dans cette région III. En déduire le signe de U_{AB}.

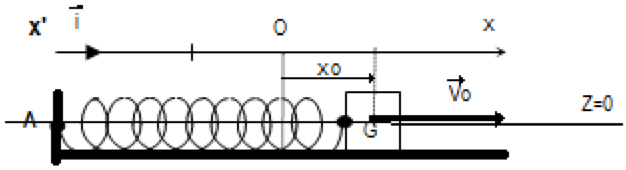
b) Choisir un repère d'espace dans la région III, puis établir l'équation de la trajectoire des particules α (faire apparaitre dans cette équation les tensions U et U_0).

c) Quelle doit être la valeur de U_{AB} ?

d) Déterminer la durée θ du trajet des particules α entre O_2 et S.

Exercice 27

Un solide C, de dimensions négligeables, de masse m =100 g, pouvant glisser sans frottement sur une table horizontale, est fixée à l'extrémité d'un ressort à spires non jointives, de masse négligeable, et de constante de raideur k. L'autre extrémité du ressort est accrochée en A.



On repère la position du centre d'inertie du solide C par son abscisse sur un axe X'X parallèle à la table. Quand l'ensemble est un équilibre, le ressort n'étant pas déformé, le centre d'inertie de C occupe la position G_0 d'abscisse x = 0.

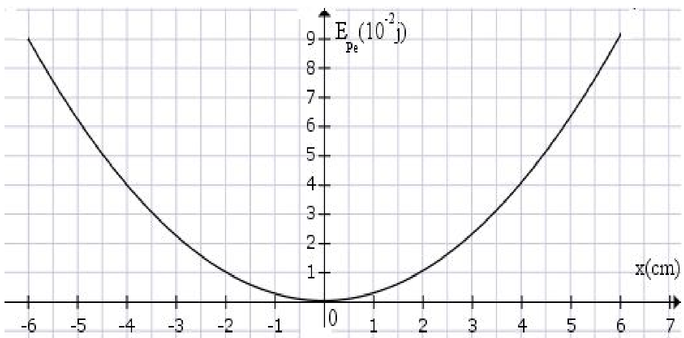
On tire le solide C à partir de sa position d'équilibre O de façon que l'élongation initiale est $x_0 = 3\,cm$, puis on lui communique à t=0, une vitesse initiale $\vec{V}_0$ dans le sens positif de l'axe x'x.

a. Établir l'équation différentielle du mouvement de C. En déduire la nature de ce mouvement.

b. On prend comme origine des dates, l'instant de passage de C par sa position d'équilibre avec une vitesse positive.

Établir l'équation horaire du mouvement de C.

1/ Monter que le système (C-ressort) est conservatif.



2/ Donner les expressions de E_{Pp}, E_{Pe}, E_C, et E_m du système défini en fonction de x, k, m et V à une date t quelconque. Le plan horizontal passant par le point O est pris comme plan de référence de l'énergie potentielle de pesanteur.

4/ On donne la courbe de variation de l'énergie potentielle élastique E_{Pe} du système en fonction de x. Déduire de la courbe :

- La constante de raideur K du ressort.
- La valeur V_{max} de la vitesse.
- La valeur V_0 de la vitesse initiale.

d) Représenter dans le même repère, l'énergie mécanique E du système (C-ressort) et l'énergie cinétique E_C du solide C, en fonction de x.

Exercice 28

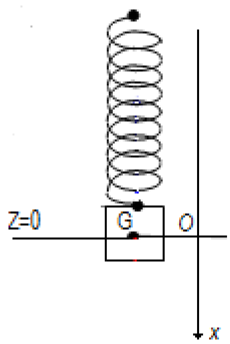
On étudie les oscillations libres de l'oscillateur suivant : où R désigne un ressort de raideur K=20 N.m^{-1}, alors que S est un solide de masse m=200 g.

À l'équilibre le ressort s'allonge de Δl_0 et le centre d'inertie G de S est au point O origine des élongations de S. On écarte le solide S de $x_0 = 3\,cm$ à partir de sa position d'équilibre et on l'abandonne à la date t=0, avec la vitesse $V_0 = 0{,}4\ m.s^{-1}$.

1/ Calculer Δl_0.

2/ a) Établir l'équation différentielle du mouvement de S.

b) Déterminer l'équation horaire du mouvement de S.



3/ Déterminer la date t_1 à laquelle le solide S atteint son élongation maximale pour la première fois.

4/ On considère le système (oscillateur, Terre), et on prend l'énergie potentielle de pesanteur du système nulle dans la position d'équilibre O du solide.

a) Exprimer l'énergie potentielle E_P du système en fonction de l'abscisse x de S.

b) Montrer que E_P s'écrit sous la forme $E_P = bx^2 + c$ où b et c sont des constantes que l'on déterminera.

c) Exprimer l'énergie mécanique E du système pour une position quelconque du solide. Montrer qu'elle est constante et calculer sa valeur.

d) Représenter dans le même repère : E, E_P et E_C en fonction de x.

Exercice 29

Dans cet exercice, les mouvements étudiés sont rapportés à des repères que l'on admet êtres galiléens. Seules les interactions gravitationnelles sont prises en compte. Les mobiles concernés (astres ou satellites) présentent une répartition de masse à symétrie sphérique.

1/ Dans un repère $\mathcal{R}$, on considère un astre et son satellite : A (de masse M) et B (de masse m). A, dont la masse est très grande devant celle de B, est supposé être immobile dans $\mathcal{R}$; dans ce repère, B tourne autour de A d'un mouvement uniforme et son centre décrit un cercle de rayon R.

a) Établir la relation qui lie la vitesse V du centre de B ; le rayon R de l'orbite ; la masse M de A et la constante de gravitation universelle G.

b) Soit T la période de révolution de B autour de A ; exprimer V en fonction de T, en déduire la troisième loi de Kepler :

$$\frac{R^3}{T^2} = C.M$$

Et donner l'expression littérale de C en fonction de G.

2/ Application/

Un satellite artificiel tourne autour de la Terre en 134 min, selon une orbite circulaire dont le rayon vaut : $R_S = 8{,}713\,.10^3\ km$. Sachant que la Terre décrit autour du Soleil, en 365,25 jours, une orbite que l'on pourra considérer comme circulaire et de rayon $R_T = 1{,}496\,.\,10^8\ km$, calculer le rapport de la masse de la Terre à celle du soleil.

Exercice 30

La Terre est assimilée à une sphère de rayon $R = 6370\ km$ animée d'un mouvement de rotation uniforme autour de la ligne des pôles (qui est perpendiculaire à l'Équateur). On suppose que le repère géocentrique, dont l'origine coïncide avec le centre de la Terre et dont les axes ont une direction fixe par rapport aux étoiles, est galiléen. A la surface de la Terre, l'intensité du champ de pesanteur est $g_0 = 9{,}8\ N.kg^{-1}$. À l'altitude h, elle est égale à :

$$g_h = g_0 \times \frac{R^2}{(R+h)^2}$$

1/ Un satellite, assimilé à un point matériel, décrit d'un mouvement uniforme une orbite circulaire à l'altitude $h = 400\ km$.

L'orbite est dans le plan de l'Équateur.

a) Déterminer la vitesse V du satellite dans le repère géocentrique.

b) Déterminer, dans le même repère, la période T et la vitesse angulaire ω_0 du satellite.

c) le satellite se déplace vers l'Est. Calculer l'intervalle de temps qui sépare deux passage successifs du satellite à la verticale d'un point donné de l'Équateur (la vitesse angulaire de rotation de la Terre dans le repère géocentrique est $\omega_T = 7{,}29 \,.\, 10^{-5}\, rad.s^{-1}$, et on rappelle que , dans ce repère, la vitesse d'un point de l'Équateur est dirigée vers l'Est).

2/ Un satellite géostationnaire reste en permanence à la vertical d'un même point du globe. Son est dans le plan de l'Équateur.

a) Quelle est la vitesse angulaire de se satellite ?

b) Calculer le rayon de son orbite.

Exercice 31

Un satellite artificiel de masse $m = 200\ kg$ tourne autour de la terre sur une orbite circulaire de rayon r.

1/ Calculer la vitesse V_1 de ce satellite en fonction de r, de la masse M de la Terre et de la constante de gravitation G.

A.N. : $r = 7000\ km$; $G = 6{,}67 \,.\, 10^{-11}\ N.m^2.kg^{-2}$ et $M = 6 \,.\, 10^{24}\ kg$.

2/ L'énergie potentielle du système (satellite-Terre) étant : $E_P = \frac{G.M.m}{R} - \frac{G.M.m}{r}$ où R le rayon de la Terre ; donner l'expression de l'énergie mécanique de ce système en fonction de G, M, m, r et R. La calculer. On donne $R = 6400\ km$.

3/ Calculer l'énergie à fournir à ce satellite pour qu'il passe de l'orbite de rayon r à une autre de rayon $r' = 7100\ km$.

Bonne réussite