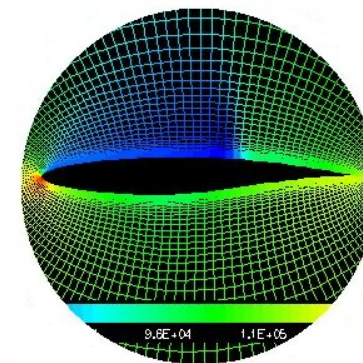
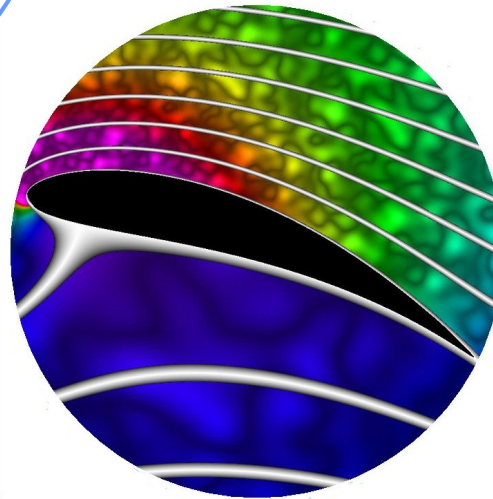
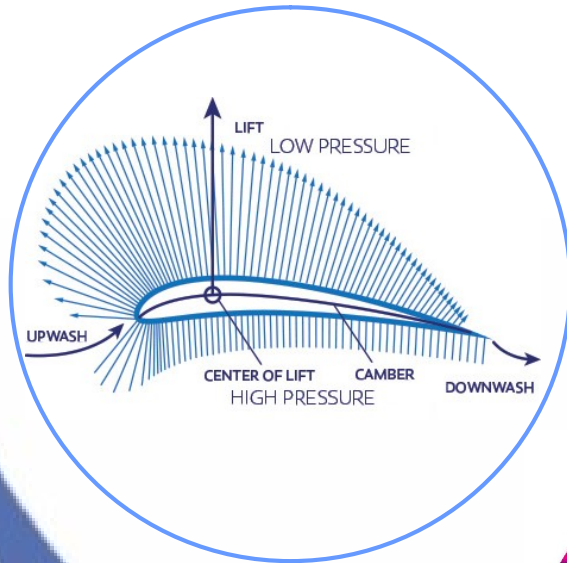


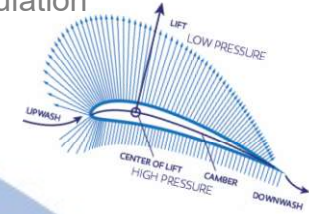
Notions d'aérodynamique:

Chapitre 01-01

# La Portance



V10  
01/09/2017



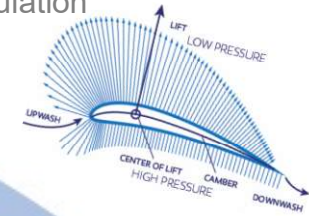
# AVERTISSEMENT:

Ceci n'est pas un cours académique et ne peut pas servir en tant que tel.

Ceci est une approche simplifiée à l'intention des jeunes ingénieurs qui désirent se lancer dans l'aéromodélisme.

Pour une étude plus approfondie, il est indispensable de consulter la documentation spécialisée.

# Introduction

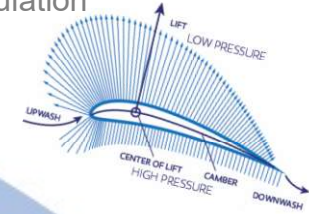


- Ce chapitre est consacré à « découvrir » la force de portance.
- Il est clair que nous sommes familiers avec la manifestation la plus naturelle de la portance, à savoir *les oiseaux*.



- Mais, on verra le long de ce chapitre qu'il s'agit de trouver une explication à l'origine de cette force via les théories physiques existantes.

# Sommaire:

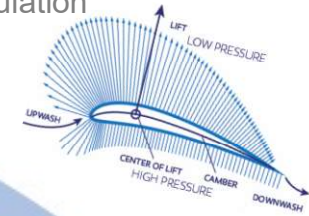


CLARK Y

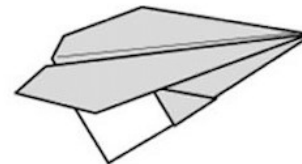
## Découvrir la portance

- « Modèle » simpliste
- Théorème de Bernoulli
- Equal Transit Time
- Notion de circulation

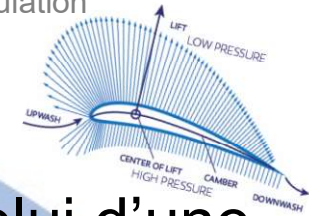
# Expérience: l'avion en papier



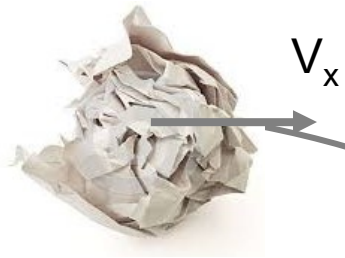
- Une approche simple consiste à réaliser un avion en papier à partir d'une feuille A4 (technique de l'origami).
- Voici la forme la plus classique:
- D'autres formes existent sur youtube:



# Avion en papier



- On compare la trajectoire de l'avion en papier à celui d'une boule en papier de même poids (en dehors du régime transitoire):

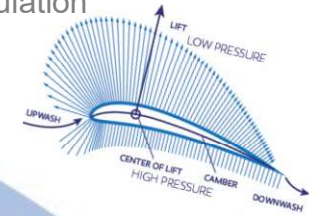


Trajectoire  
**parabolique**



Trajectoire  
rectiligne uniforme

Deux trajectoires différentes  
=  
Deux forces « aérodynamiques » différentes



# Avion en papier

- Cas de la boule en papier:



- La trajectoire parabolique conduit ensuite à une *chute rectiligne uniforme* à la verticale.

Traînée

Poids

- Cette trajectoire révèle la nature de la force aérodynamique en jeu.

- Elle s'oppose en permanence au vecteur vitesse.

Traînée

Poids

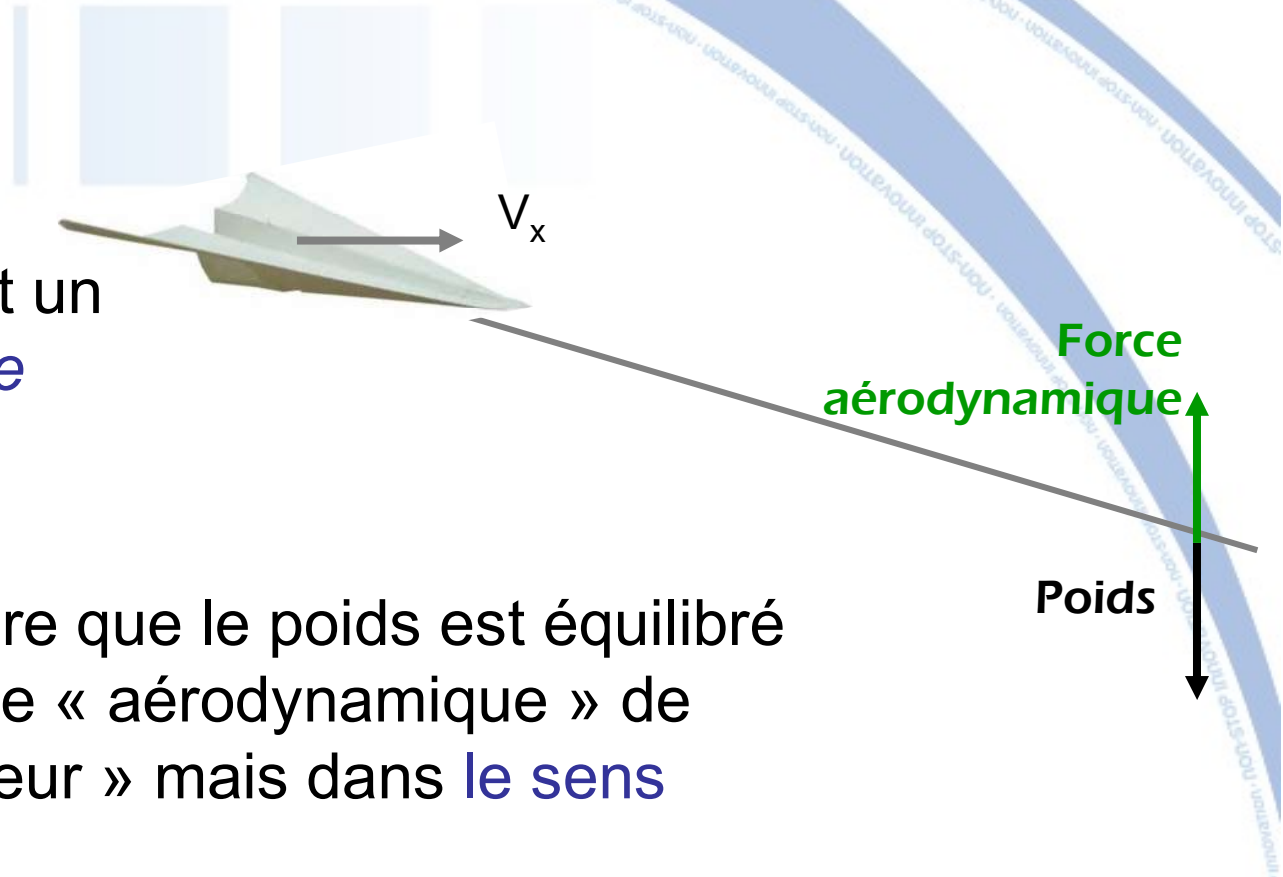
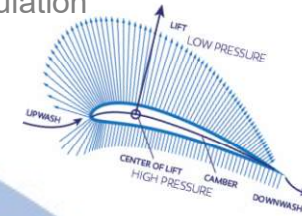
- On parle de *traînée aérodynamique*.

# Avion en papier

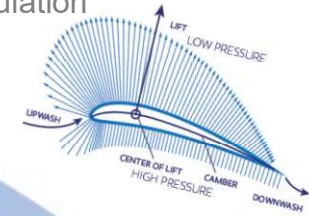
- Pour l'avion en papier:

Après un régime transitoire, on obtient un mouvement *rectiligne uniforme en pente*.

- Ceci suggère que le poids est équilibré par une force « aérodynamique » de même « valeur » mais dans **le sens contraire**.

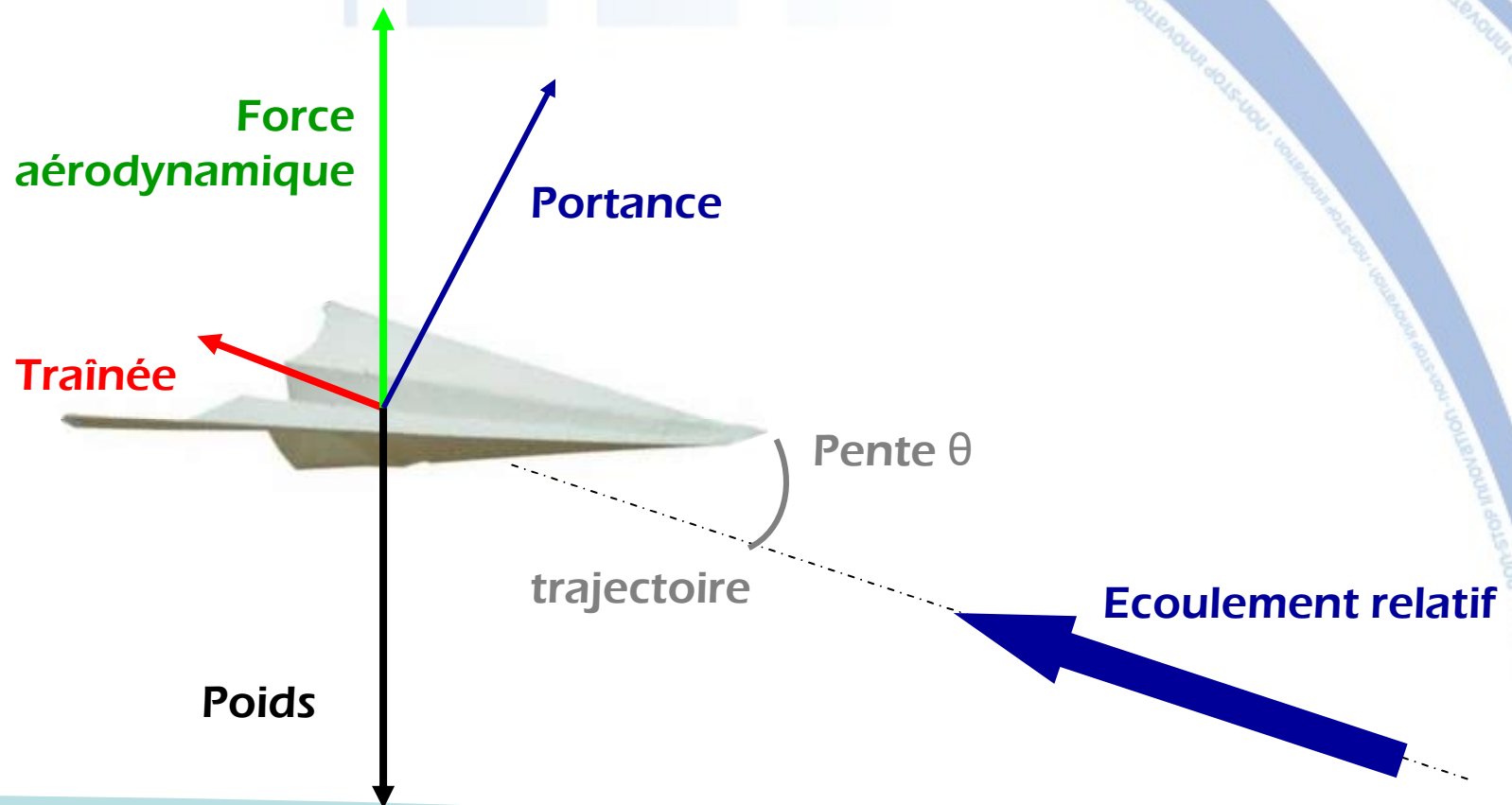




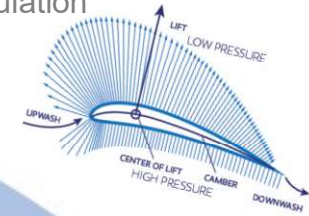


# Avion en papier

- On peut décomposer cette force aérodynamique en:
  - Une composante qui s'oppose à la vitesse: **Trainée**
  - Une composante perpendiculaire à la vitesse: **Portance**



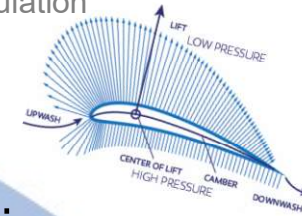
# Sommaire:



- Découvrir la portance
- « **Modèle** » simpliste
- Théorème de Bernoulli
- Equal Transit Time
- Notion de circulation



# Approche « simpliste »

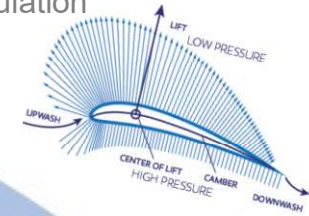


- Une approche simpliste consiste à prendre le modèle du « ski nautique ».



L'écoulement de l'eau subit une variation de sa vitesse.  
 $\vec{V}_2 - \vec{V}_1 \neq 0$   
 2<sup>ème</sup> loi de Newton: les skis exercent une force sur l'écoulement  
 $m \cdot \vec{a}_{\text{accélération}} = \vec{F}_{\text{skieur/eau}}$

# Approche « simpliste »

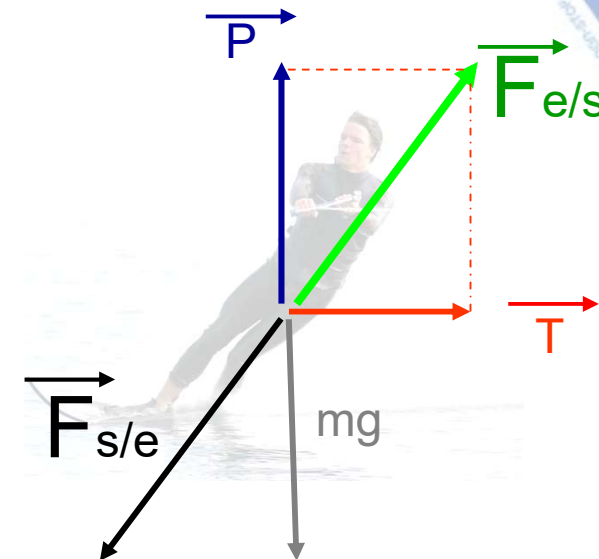


- 3<sup>ème</sup> loi de Newton: l'écoulement exerce une force sur les skis de même valeur que  $F_{\text{skieur/eau}}$  et dans le sens opposé.

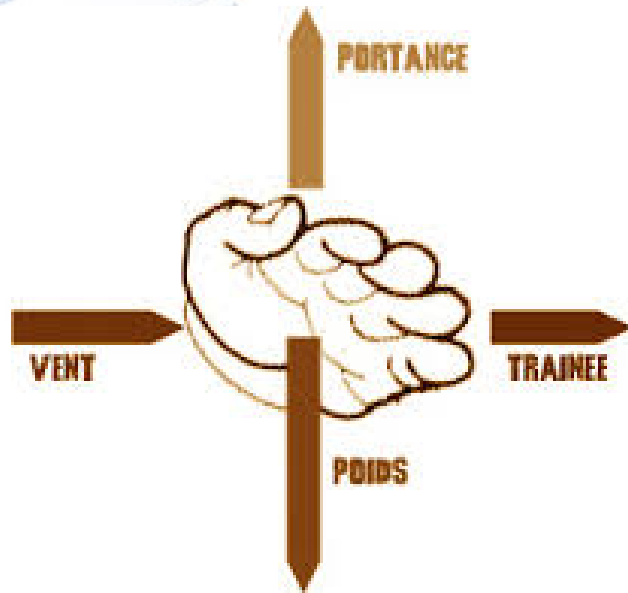
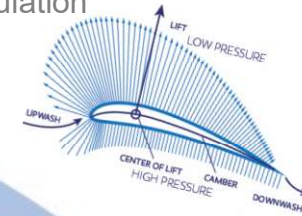


- Cette force peut être décomposée en

- Composante verticale: **portance**
- Composante horizontale: **traînée**



# Approche « simpliste »



- Une autre illustration de cette approche consiste à mettre la main dans un écoulement ( voiture en marche par exemple).
- En partant de la position horizontale, on pivote la main légèrement pour orienter le flux vers le bas

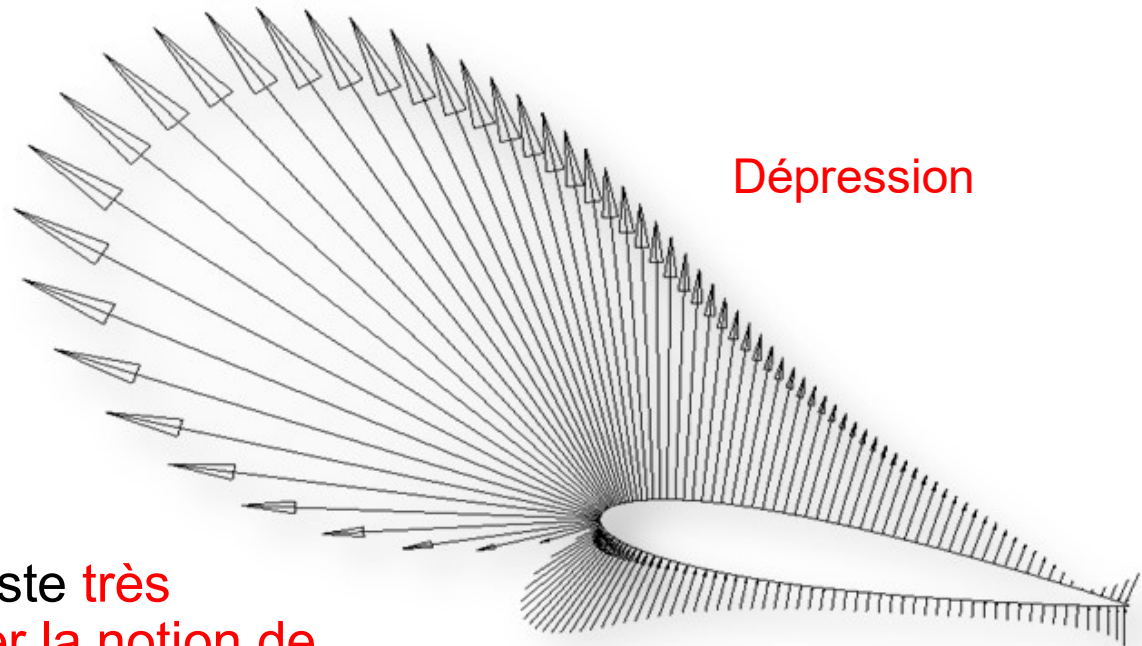
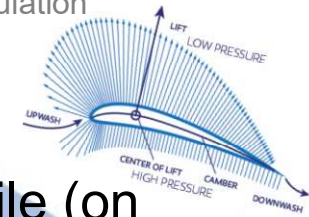
On a une sensation de légèreté qui s'explique par la *présence d'un composante verticale* (portance) qui s'oppose (légèrement) au poids.

# Le contre exemple

- Cette approche **ne s'intéresse pas** à la partie supérieure de l'aile (on l'appellera *extrados*).

- Or, certaines études montrent que l'extrados génère 75% de la portance (\*).

- Donc, cette explication reste **très intéressant pour vulgariser la notion de portance** et elle est à la portée de Mr tout le monde.



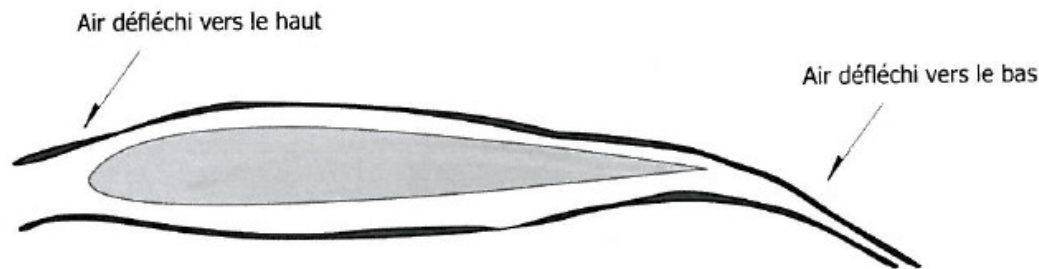
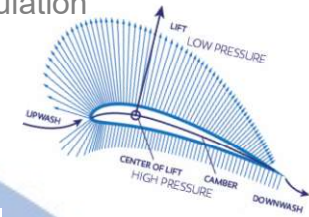
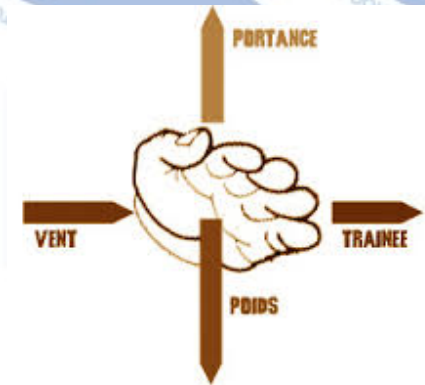
***Pour le niveau ingénieur, il faut passer à la méca flu!***

(\*). Pour plus d'info sur ce sujet, à consulter le site foilers: <http://foils.wordpress.com/2011/12/07/portance-13/>



# Attention :

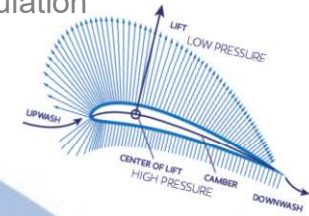
- Même si ce modèle simpliste n'est pas valable, ceci ne met pas en doute le principe d'action/réaction.



Si l'écoulement exerce une force aérodynamique sur une aile, alors **l'aile exerce une force** qui **dévie** l'écoulement **vers le bas**, on parle de **down wash**.

- Ce **down wash** ne peut être calculé par une approche méca solide. Il est nécessaire de passer en mécanique de fluide.

# Sommaire:



- Découvrir la portance
- « Modèle » simpliste

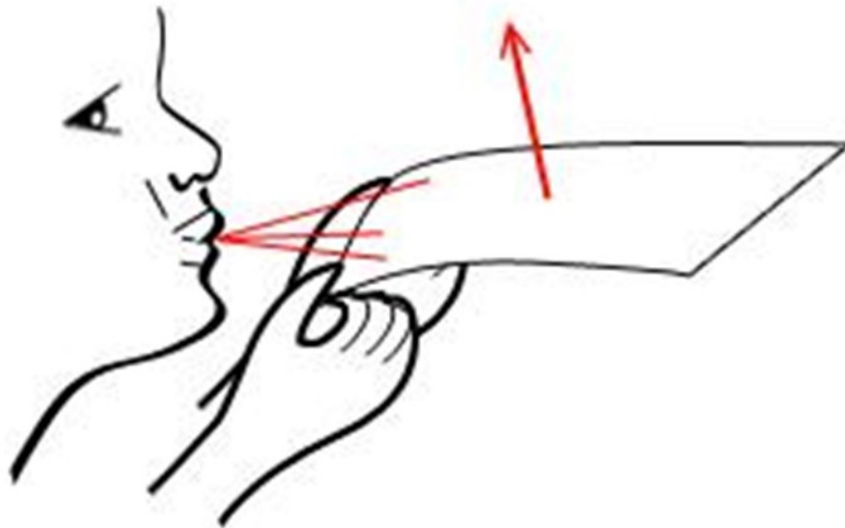
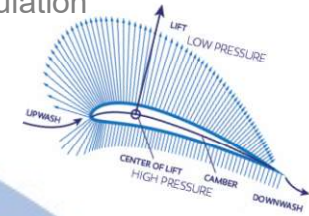


## Théorème de Bernoulli

- Equal Transit Time
- Notion de circulation



# Expérience simple

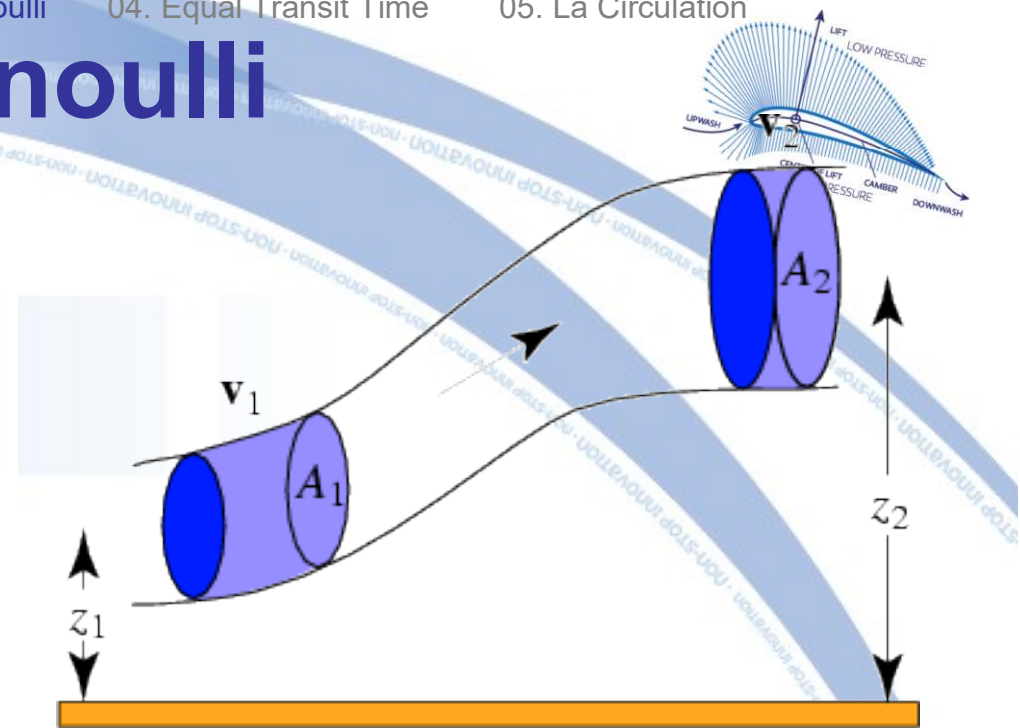


- Une expérience simple illustre le théorème de Bernoulli.
  - Il s'agit de souffler au-dessus d'une feuille en papier.
- 
- On remarque que la feuille se soulève.
  - La force en question résulte d'une différence de pression entre les deux faces de la feuille en papier.

N déduit qu'il y a une relation entre la vitesse d'un écoulement et sa pression statique: c'est le **théorème de Bernoulli**

# Théorème de Bernoulli

- Le théorème de Bernoulli s'applique pour un fluide incompressible, irrotationnel, **parfait (non visqueux)**.
- Ces hypothèses sont bien vérifiées dans la plage de vol qui nous concerne (vol subsonique).
- Le théorème de Bernoulli découle de l'application du **théorème de l'énergie cinétique**.



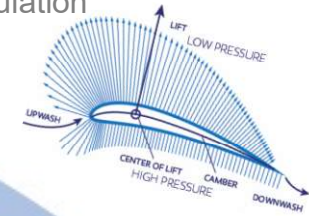
$$\Delta E_c = \sum W(F_{ext}) \quad \longrightarrow \quad \text{Théorème de Bernoulli:} \quad \frac{v^2}{2} + gh + \frac{p}{\rho} = C$$

- Une version simplifiée (**on néglige h**) sera:

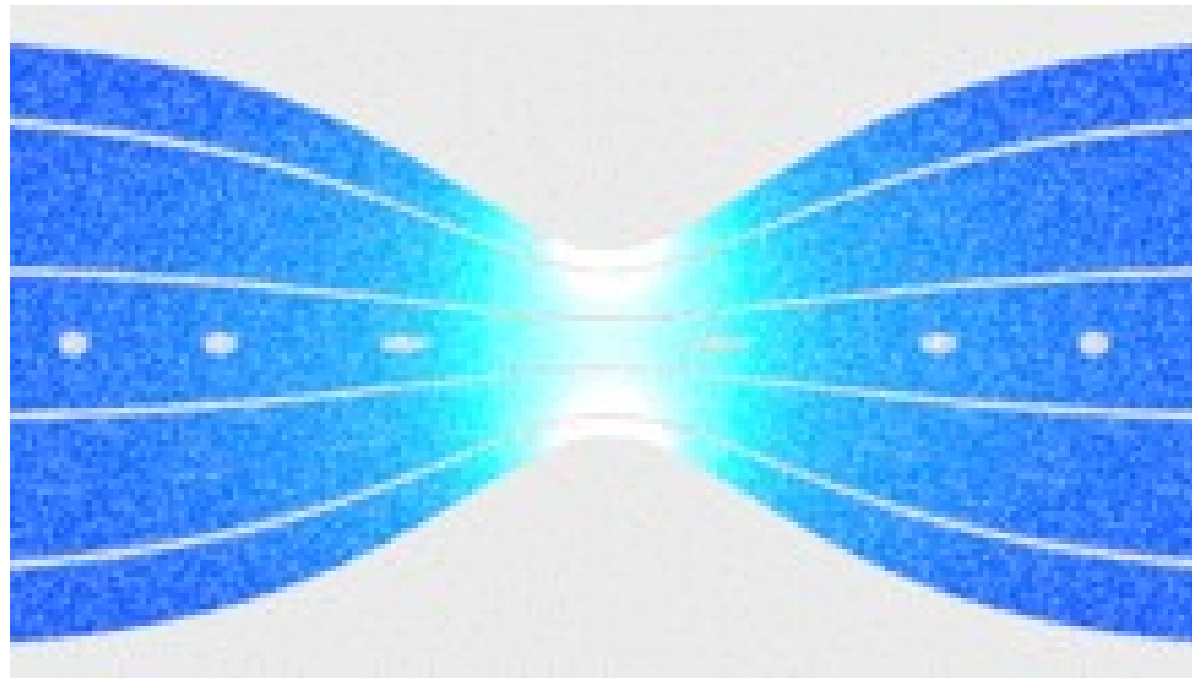
$$P_{statique} + 0,5 \cdot \rho \cdot V^2 = Cste$$

$$P_{statique} + P_{dynamique} = P_{totale}$$

# Pour info: effet venturi

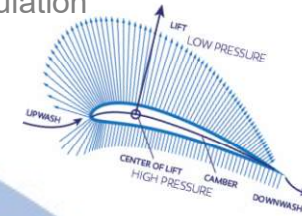


- L'application la plus connue du théorème de Bernoulli en mécanique et le célèbre **effet Venturi(\*)**.
- Lorsque le fluide traverse une zone rétrécie (un convergent), la vitesse augmente (pour conserver le débit) et la pression diminue (**dépression**).

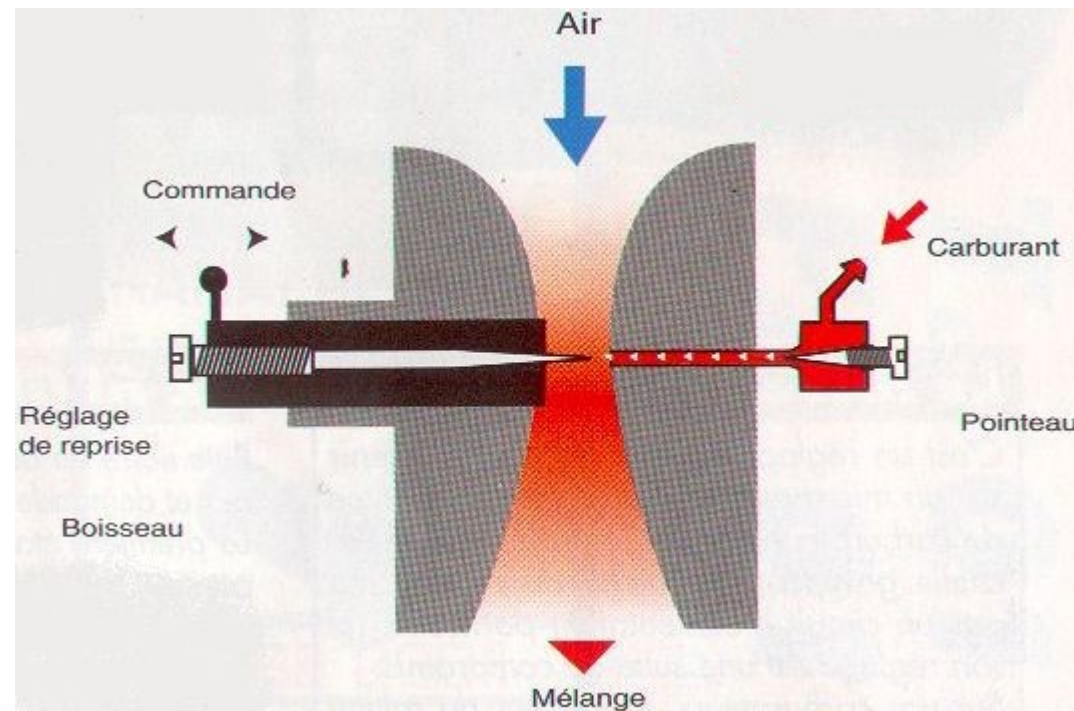


(\*) du nom du physicien italien Giovanni Battista Venturi

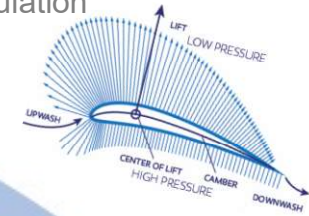
# Pour info: effet venturi



- L'effet venturi est utilisé dans le carburateur.
- **La dépression aspire le carburant:** on obtient le mélange air / carburant qui sera injecté dans les cylindres.



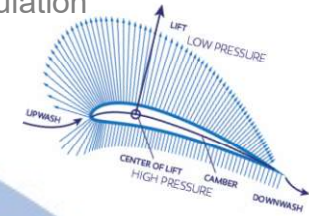
# Sommaire:



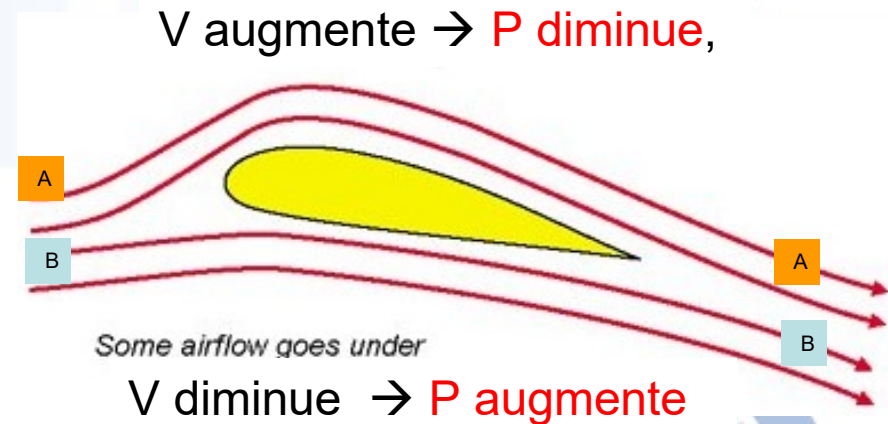
- Découvrir la portance
- « Modèle » simpliste
- Théorème de Bernoulli
- **Equal Transit Time**
- Notion de circulation



# Explication « populaire »



- Les particules A et B se séparent **en amont** et se rejoignent à **l'aval** de l'écoulement.
- La vitesse de la particule **A** est **plus importante** que celle de **B** (distance à parcourir plus grande).

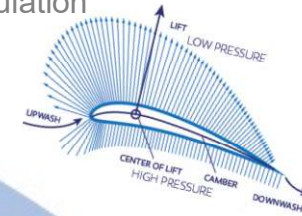


- On applique le théorème de Bernoulli: on obtient une différence de pression et donc **une portance**.

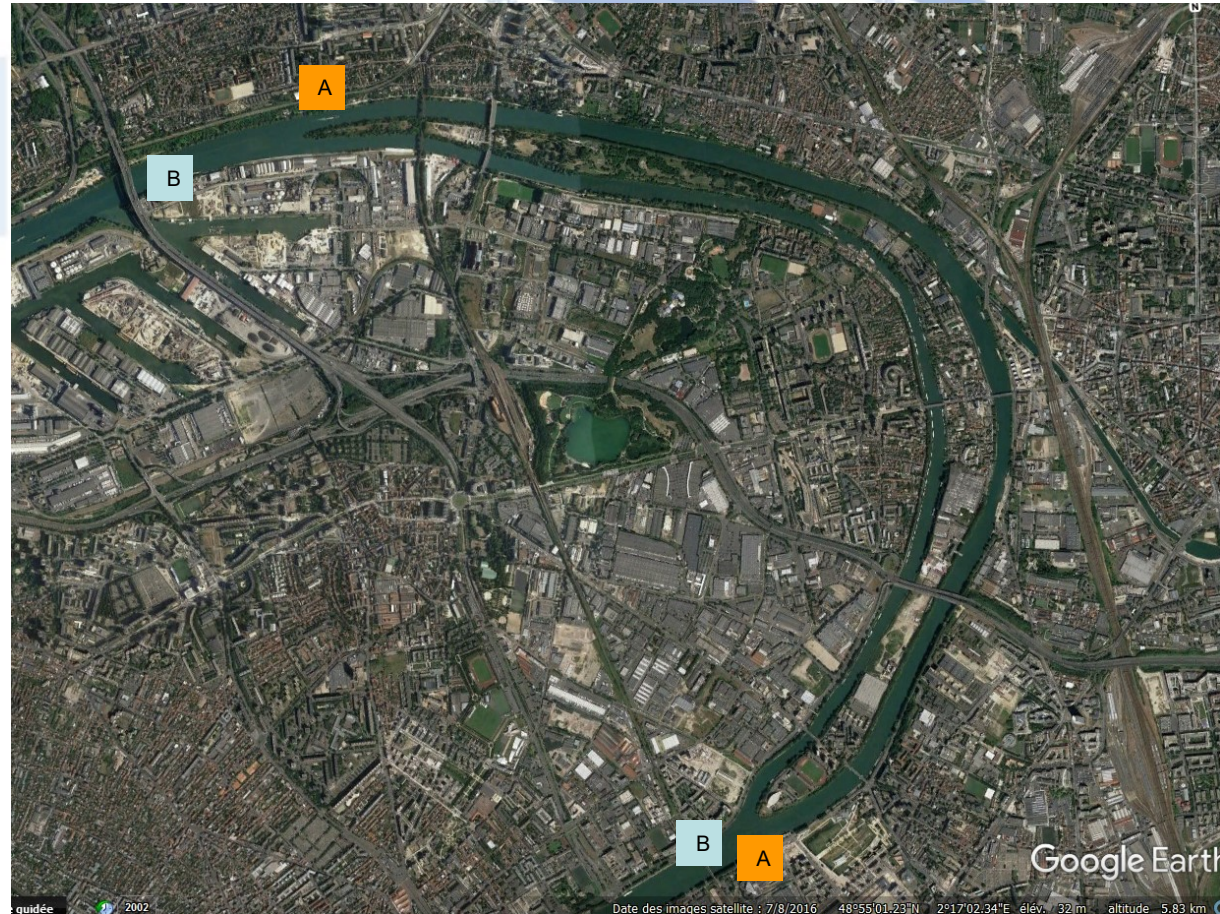


Ce modèle appelé « *equal transit time* » est très connu. Mais il souffre d'une « erreur » subtile qu'on se propose d'illustrer.

# Approche critique



- Si on prend une rivière (la seine par exemple) et qu'on s'intéresse à une bifurcation de l'écoulement, on constate que deux particules adjacentes au départ, ne le seront plus à l'arrivée:



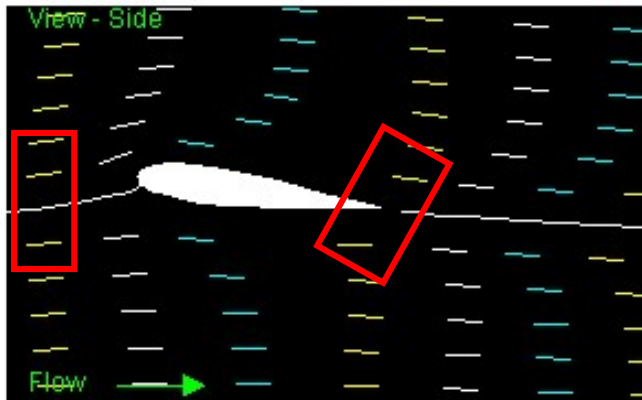
- Dans l'exemple précédent, l'écoulement est toujours stationnaire mais A et B n'arrivent pas en même temps ce qui met en cause l'explication « populaire » de l'« *equal transit time* » !

# Approche critique

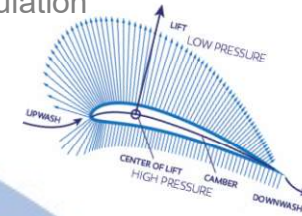
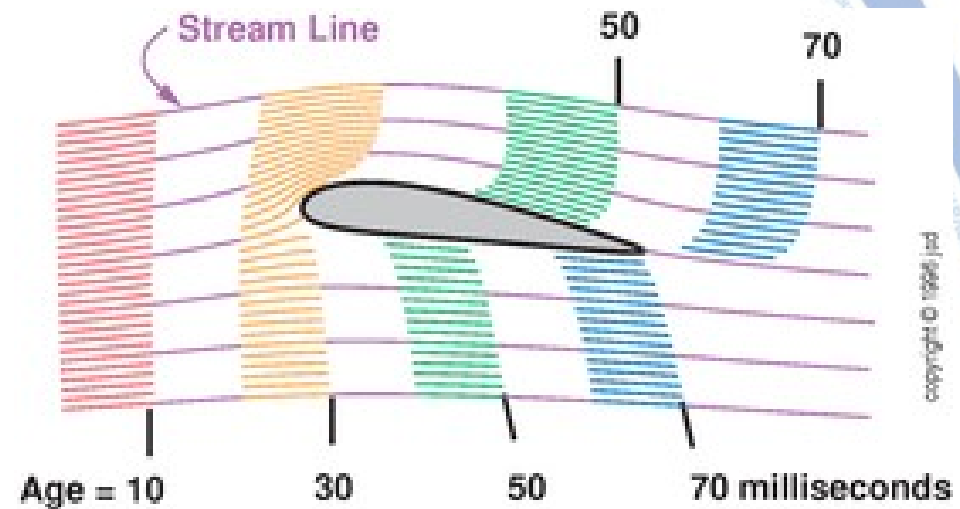


## Incorrect Theory #1

### "Longer Path" or "Equal Transit" Theory



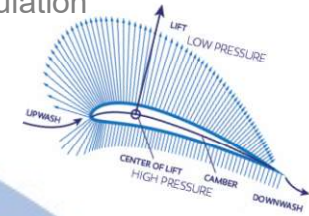
- La simulation de J Denker (1) donne le même résultat.



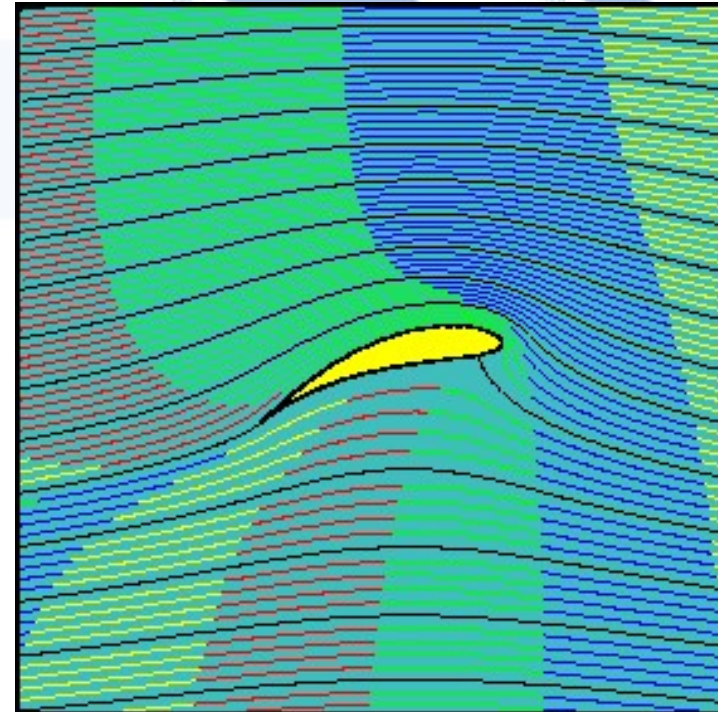
(1) <http://www.av8n.com/how/htm/airfoils.html>



# Approche critique



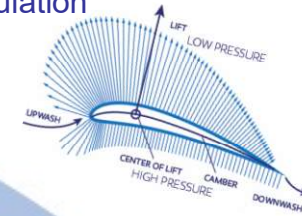
- Sur le site de Mr La J Denker (1), une simulation dynamique démontre l'erreur du modèle « equal transit time ».
- Le mythe des particules qui se retrouvent en aval est parfaitement erroné.



Mais ceci ne met pas en cause le théorème de Bernoulli.

(1) <http://www.av8n.com/how/htm/airfoils.html>

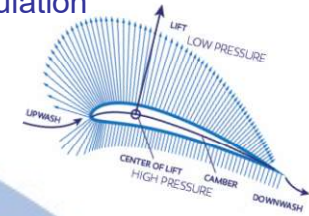
# Sommaire:



- Découvrir la portance
  - « Modèle » simpliste
  - Théorème de Bernoulli
  - Equal Transit Time
- ## Notion de circulation



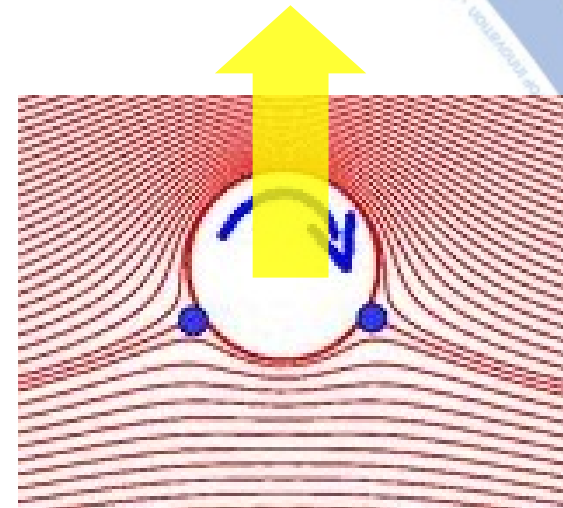
# Notion de circulation



- C'est une notion bien connue dans le milieu de la « méca flu ».
- Elle implique un bagage « mathématique » de quelques pages A4.
- Alors pour faire simple, on va essayer de comprendre l'esprit de cette notion.

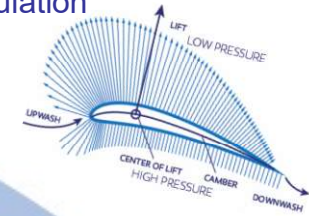
## *Cylindre 2D en rotation*

- On démontre théoriquement et expérimentalement qu'un cylindre en rotation dans un écoulement « crée » de la portance .



On parle de *l'effet Magnus*

# Notion de circulation

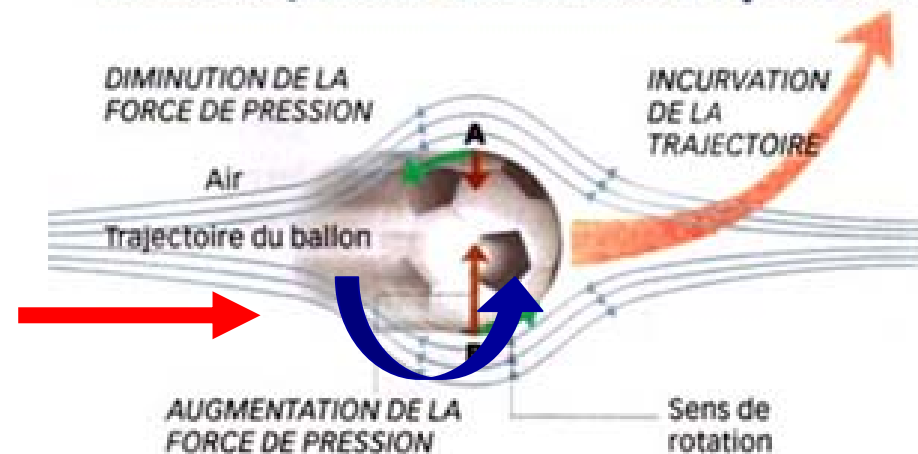


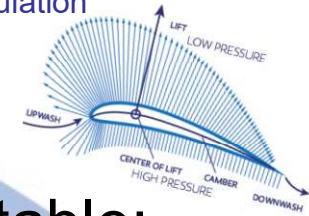
- Cet effet est connu par le grand public: c'est la balle **liftée** de « Roberto Carlos » dans le match France-Brazil:



3/06/1997

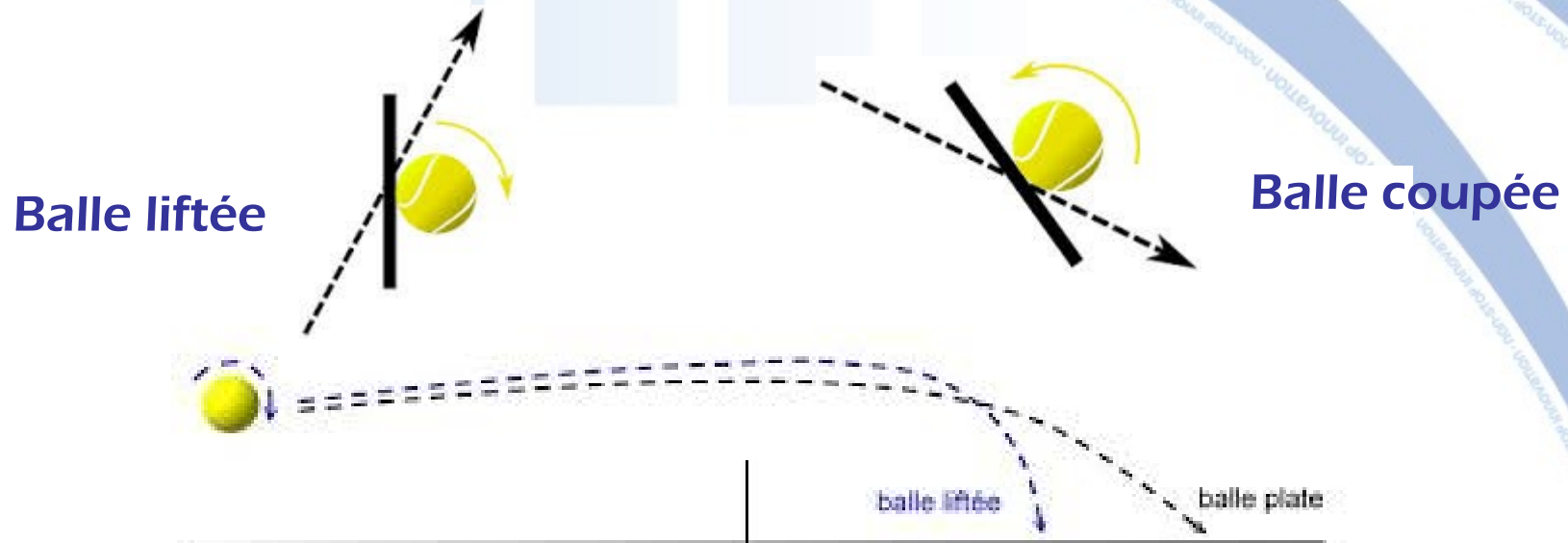
## Un déséquilibre des forces de pression





# Exemple pratique:

- Cet effet est très utilisé aussi au tennis / tennis de table: balle liftée ou balle coupée.

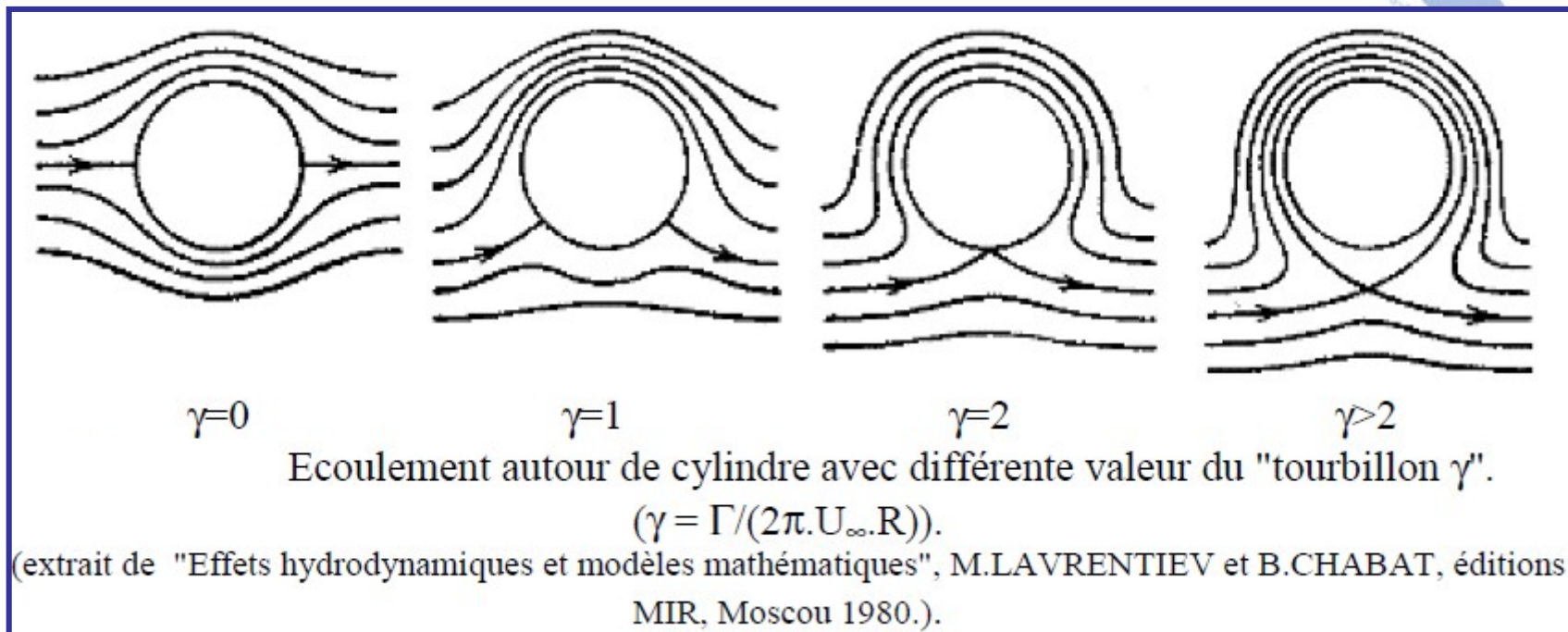
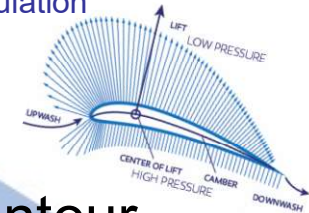


- On peut rajouter un effet de rotation vers la droite ou la gauche pour obtenir un **slice**.

**La dépression qui apparaît d'un côté et la surpression de l'autre sont à l'origine de la force qui dévie la balle.**

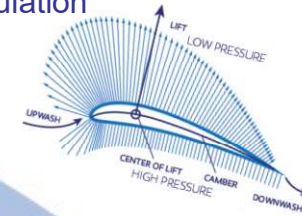
# Explication

- Donc, on considère que la différence de vitesse sur le contour du cylindre, génère une différence de pression (Bernoulli) et donc *une Portance*.
- C'est le concept de **la circulation**, noté Gamma:  $\Gamma$ .



© J.H. 2004 Cylindre 2D

# Théorème de Kutta -Jukowski



- Ceci nous conduit à la formule suivante, appelée théorème de **Kutta-Jukowski**:

$$Portance = \rho \cdot U_0 \Gamma$$

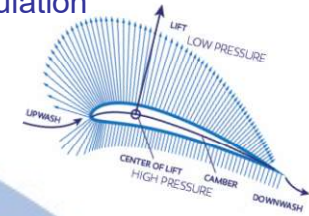
- $U_0$  est la vitesse amont.
- La circulation est une intégrale des composante **u** et **v** de la vitesse  $U$  sur le contour du profil.

$$\Gamma = \int_c u \, dx + v \, dy$$

- Des outils mathématiques permettent de créer une transformation entre les profils « minces » et un cylindre: **transformation conforme**.

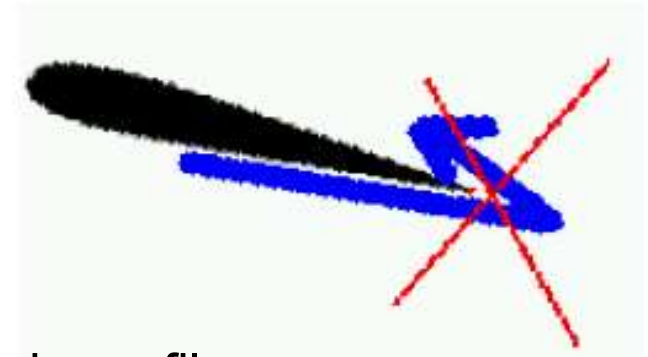
La théorie de la circulation très utilisée car elle permet de prédire la portance autour d'un profil 2D.

# Naissance de la circulation



On peut se demander **comment la circulation apparaît-elle autour du profil ?**

- Les spécialistes préconisent **qu'à cause du bord de fuite** et de **la viscosité** (voir annexe), le fluide ne peut pas passer de l'intrados à l'extrados(\*).
- Donc, au démarrage, un vortex se produit en aval du profil -> une circulation égale est de sens opposé se forme autour de l'aile -> **c'est la circulation du profil.**



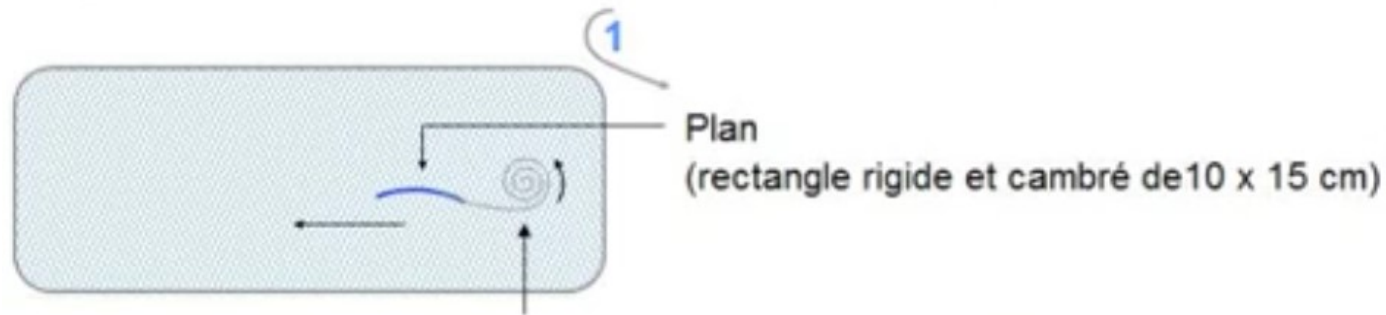
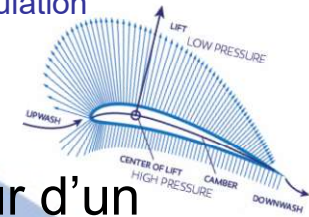
(\* ) on parle de condition de **Kutta-Jukowski**, nécessaire pour créer la portance.



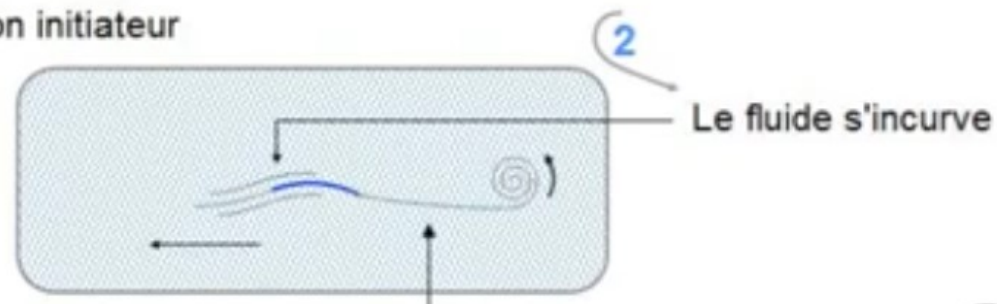
# Illustration

- Sur le site Foilers, on propose de visualiser la circulation autour d'un profil dans une baignoire...voici le mode d'emploi pour les curieux:

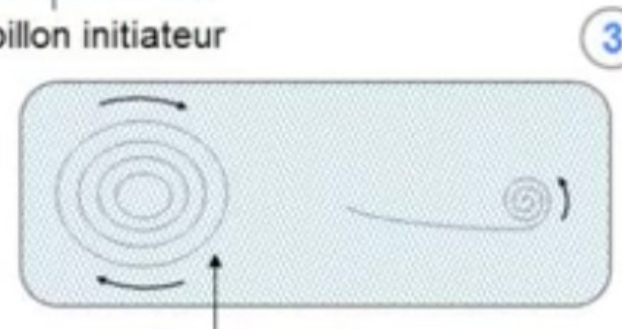
Baignoire + 10 cm d'eau, recouverte de talc ou de poivre



Création du tourbillon initiateur



Détachement du tourbillon initiateur



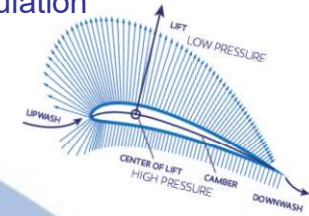
Plan retiré : la circulation apparaît !



Gabin et Fred Monsonnec  
07/05/2011

<http://foils.wordpress.com/>

# Tourbillon de démarrage

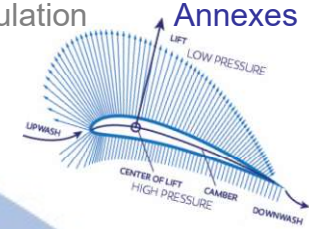


- Exemple de tourbillon de démarrage:

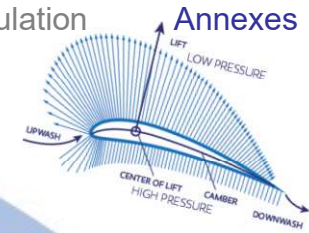


Dans cette zone, il faut observer le tourbillon de démarrage qui se forme au niveau du bord de fuite.

# Sommaire:



## Annexe 1: l'air est-il visqueux ou pas ?



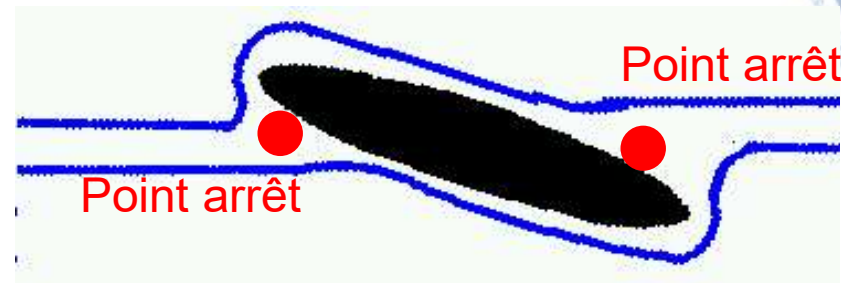
# L'air est-il visqueux ou pas ?

? Une question qui peut venir à l'esprit: **est-ce que l'air est visqueux ou pas ?**

- Si on considère que l'air n'est pas visqueux (pour pouvoir appliquer le théorème de Bernoulli) on arrive au paradoxe d'Alembert:

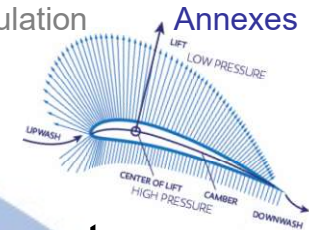
## Paradoxe d'Alembert

- Lors d'un écoulement permanent, non visqueux le point d'arrêt arrière est au-dessus du bord de fuite (\*).
- La distance au-dessus et au-dessous sont les mêmes.
- La vitesse est la même d'un côté ou de l'autre
- D'après le TH de Bernoulli, la pression reste constante: **il n'y a ni portance ni trainée.**



(\* ) L'écoulement est réversible: identique dans un sens comme dans l'autre.

# L'air est-il visqueux ou pas ?



- Mais comme on sait qu'il y a **une portance & une trainée** et que **la viscosité** de l'air **n'est pas nulle**, on est obligé de considérer l'air comme étant visqueux.
- Mais dans ce cas, il n'est plus possible de parler de Bernoulli.

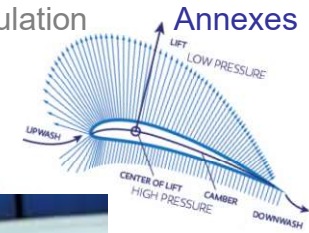
## Solution

- L'air est **visqueux** au voisinage de la paroi de l'aile (**couche limite**). Elle est indispensable pour créer la portance.
- **Loin de la paroi**, on peut **négliger la viscosité** et appliquer Bernoulli.

L'introduction de la notion de couche limite (voir ch 2) permet de résoudre le paradoxe d'Alembert

# L'air est-il visqueux ou pas ?

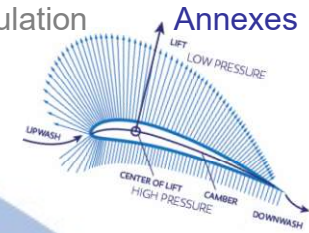
- Cette situation est identique aux exercices de physique qui consistent à **calculer le mouvement** d'un skieur en considérant le **frottement nulle**.



- Ceci semble logique mais dans la réalité, **sans le frottement, le skieur ne peut pas démarrer** (en poussant sur le sol). Le frottement (aussi faible soit il) est indispensable pour démarrer le mouvement.

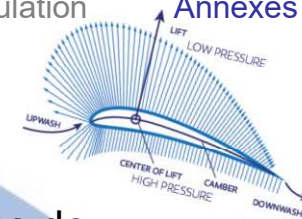
De la même façon, **la viscosité**, aussi faible soit elle, **est indispensable** pour générer le tourbillon de démarrage et mettre en place **la circulation**.

# Sommaire:



## Annexe 2: Equations de Navier-Stocks

# Navier-Stocks



- Certains peuvent se demander pourquoi on ne fait pas allusion aux équations de Navier et Stocks (+ l'équation d'état en cas de fluide compressible):

- Équation de continuité (ou équation de bilan de la masse)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0$$

- Équation de bilan de la quantité de mouvement

$$\frac{\partial (\rho \vec{v})}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v} \otimes \vec{v}) = -\vec{\nabla} p + \vec{\nabla} \cdot \bar{\bar{\tau}} + \rho \vec{f}$$

- Équation de bilan de l'énergie

$$\frac{\partial (\rho e)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot [(\rho e + p) \vec{v}] = \vec{\nabla} \cdot (\bar{\bar{\tau}} \cdot \vec{v}) + \rho \vec{f} \cdot \vec{v} - \vec{\nabla} \cdot (\vec{q}) + r$$

Équation d'état:

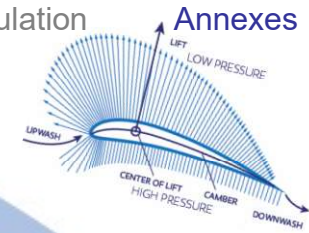
$$f(p, \rho, T) = 0$$

Exemple gaz parfait:  $PV=NRT$

- $t$  représente le temps (unité SI : s) ;
- $\rho$  désigne la **masse volumique** du fluide (unité SI :  $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ) ;
- $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$  désigne la vitesse eulérienne d'une particule fluide (unité SI :  $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ) ;
- $p$  désigne la **pression** (unité SI : Pa) ;
- $\bar{\bar{\tau}} = (\tau_{i,j})_{i,j}$  est le **tenseur des contraintes visqueuses** (unité SI : Pa) ;
- $\vec{f}$  désigne la résultante des forces massiques s'exerçant dans le fluide (unité SI :  $\text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$ ) ;
- $e$  est l'énergie totale par unité de masse (unité SI :  $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$ ) ;
- $\vec{q}$  est le **flux de chaleur** perdu par conduction thermique (unité SI :  $\text{J} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ ) ;
- $r$  représente la perte de chaleur volumique due au rayonnement (unité SI :  $\text{J} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}$ ).



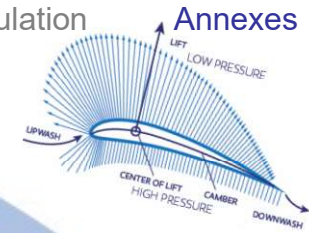
# Navier-Stocks



- Les équations de **Navier et Stocks** n'ont pas de solutions analytiques (sauf des cas particuliers)\*.
- Elles sont difficiles à manipuler pour comprendre l'origine de la portance.
- C'est pourquoi un modèle comme celui de la circulation permet mieux de comprendre les paramètres qui influent sur la portance (angle d'attaque, vitesse, etc...)
- Mais les équations de Navier-Stocks sont indispensables pour les calculs numériques.

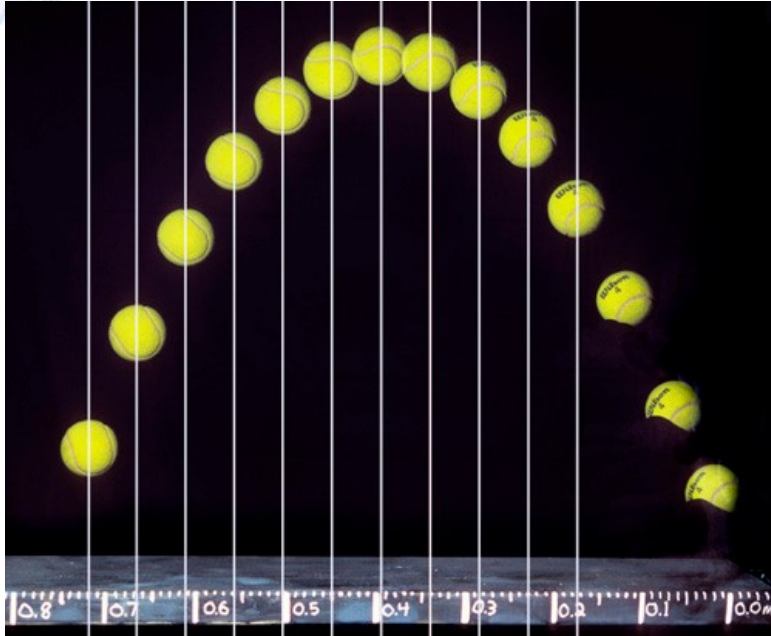
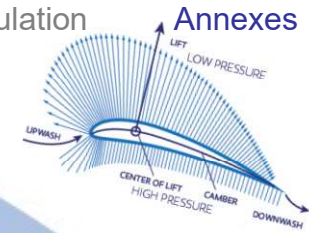
La résolution de ces équations est dotée d'un prix d'1 million \$ offert par l'institut.

# Sommaire:



## Annexe 3: Calculer la trajectoire d'une balle

# Annexe 2: Exercice

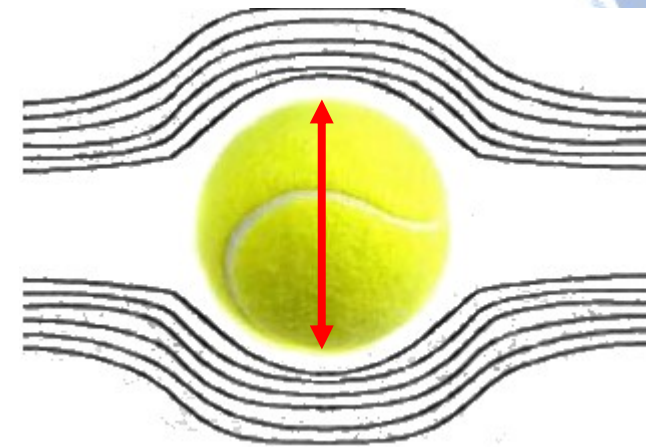


- On souhaite concevoir un programme informatique (le plus simple est une feuille de calcul xls) qui permet de **déterminer la trajectoire d'une balle** (rayon  $R$ ) de masse  $M$  lancée avec une vitesse  $(V_x, V_z)$  et qui subit une traînée  $C_x=0.6$  (\*).

- La formule de la traînée est:

$$\text{Trainée} = 0,5 \cdot \rho \cdot C_x \cdot S \cdot V^2$$

- $S$  étant la surface de balle (disque) en face de l'écoulement.



(\* ) Exercice simple mais qui sera très utile lorsqu'on souhaitera modéliser le mouvement d'un planeur ou d'un avion.

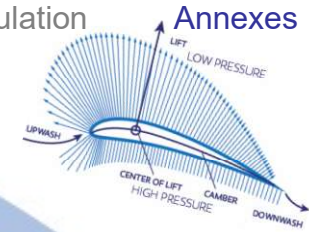
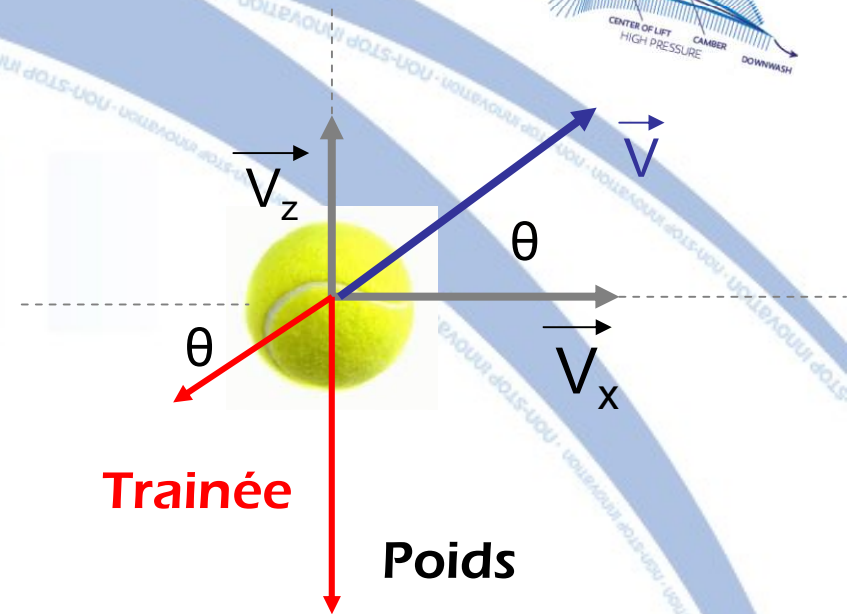
# Solution

## • Mise en équation (PFD)

$$\text{Sur Z: } -mg - 0.5\rho C_x S V^2 \cdot \sin\theta = mA_z$$

$$\text{Sur X: } -0.5\rho C_x S V^2 \cdot \cos\theta = mA_x$$

$$\sin\theta = V_z/V \quad V^2 = V_x^2 + V_z^2 (*)$$



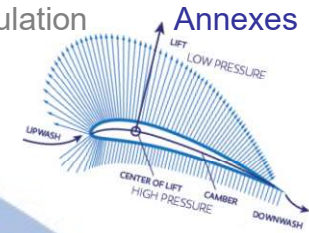
## • Mise en équation avec un pas de $\Delta t$

$$A_z(t_n) = -g - 0.5\rho C_x S V^2(t_{n-1}) \cdot \sin\theta(t_{n-1}) / m$$

$$A_x(t_n) = -0.5\rho C_x S V^2(t_{n-1}) \cdot \cos\theta(t_{n-1}) / m$$

(\*) On évite ici l'utilisation du cosinus car la fonction ArcCos n'est pas bijective dans notre cas (2 angles possibles).

# Intégration numérique



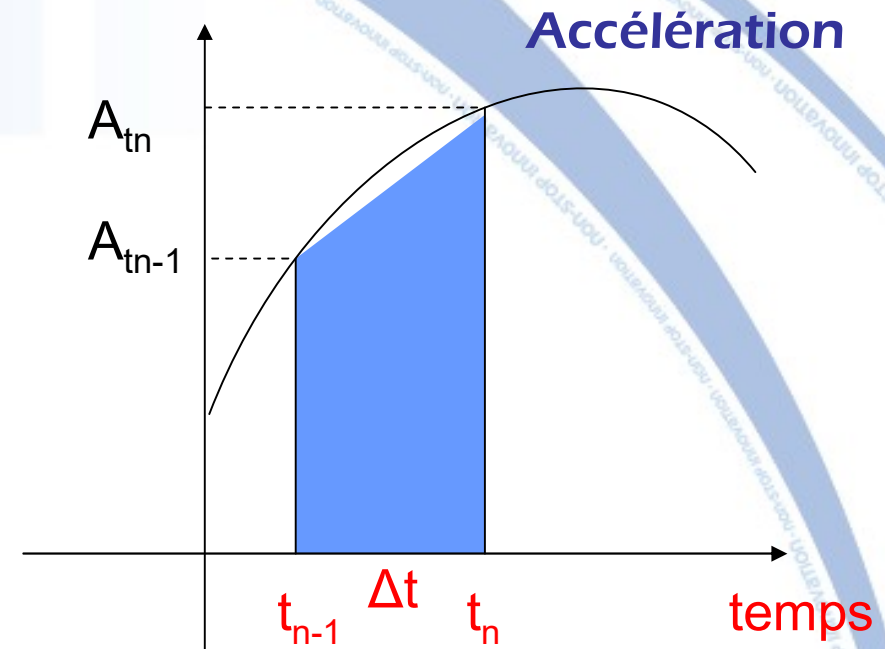
- L'intégration « discrète »

En toute rigueur, la vitesse à l'instant  $t_n$  est égale à:

$$V_{t_n} = \int_{t_{n-1}}^{t_n} A \cdot dt + V_{t_{n-1}}$$

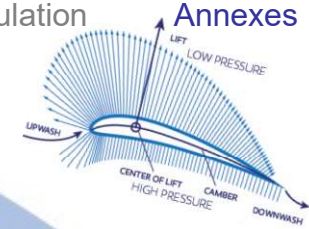
L'intégrale est la surface au-dessous de la courbe de l'accélération prise dans un intervalle  $\Delta t$ .

On approche ceci par la surface d'un trapèze:



$$V_{t_n} = \Delta t * (A_{t_n} + A_{t_{n-1}}) / 2 + V_{t_{n-1}}$$

# Formulation



- **Vitesse = Intégration de l'accélération:**

$$V_z(t_n) = \Delta t * (A_z(t_n) + A_z(t_{n-1}))/2 + V_z(t_{n-1})$$

$$V_x(t_n) = \Delta t * (A_x(t_n) + A_x(t_{n-1}))/2 + V_x(t_{n-1})$$

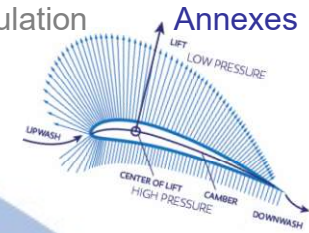
$$\sin(t_n) = V_z(t_n) / V(t_n) \quad V^2 = V_x^2 + V_z^2$$

- **Position = Intégration de la vitesse:**

$$Z(t_n) = \Delta t * (V_z(t_n) + V_z(t_{n-1}))/2 + Z(t_{n-1})$$

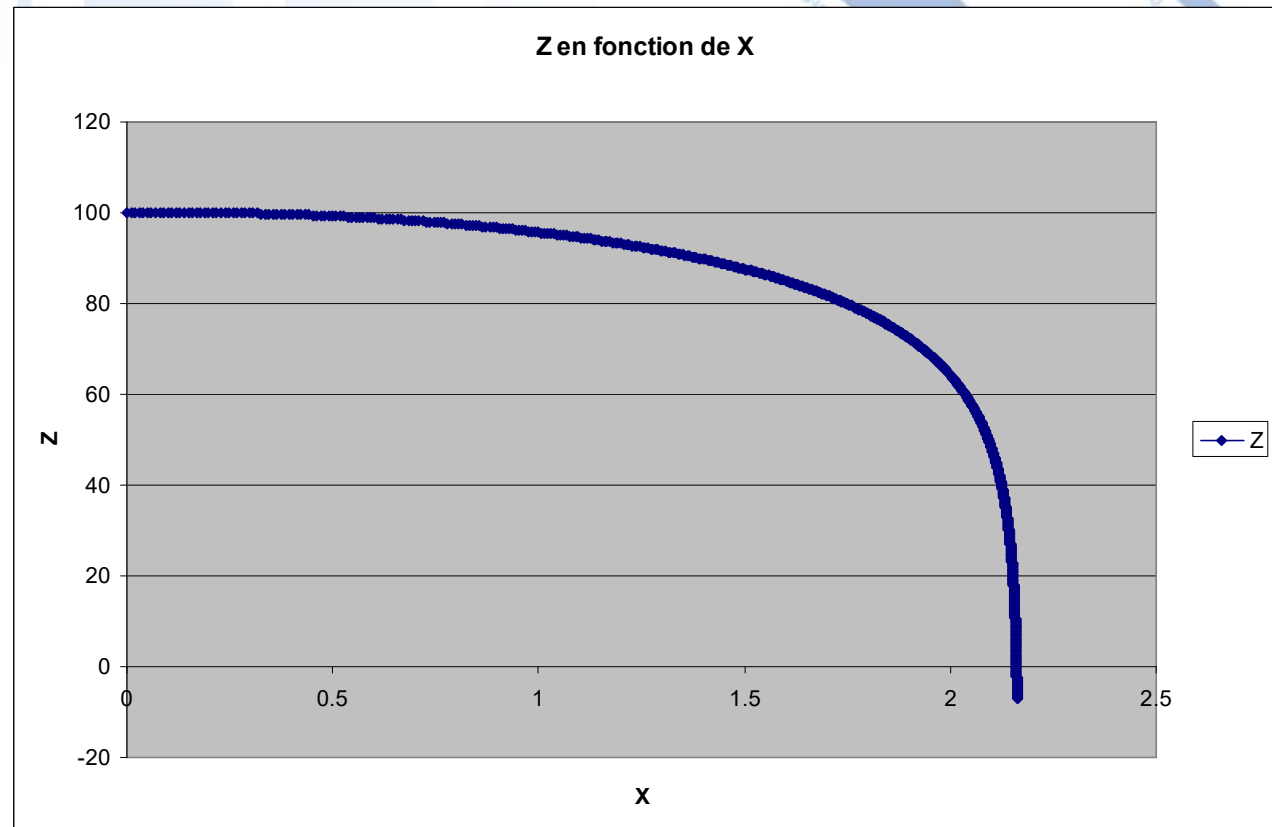
$$X(t_n) = \Delta t * (V_x(t_n) + V_x(t_{n-1}))/2 + X(t_{n-1})$$

# Solution graphique

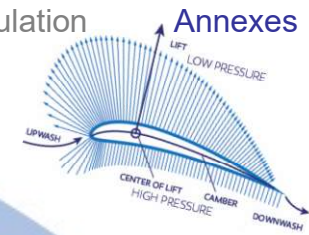


<b>M</b>	<b>0.2</b>	<b>kg</b>
<b>g</b>	<b>9.8</b>	<b>m/s</b>
<b>rou</b>	<b>1.22</b>	<b>Kg/m3</b>
<b>R</b>	<b>0.1</b>	<b>m</b>
<b>S</b>	<b>0.031415</b>	<b>m2</b>
<b>Cx</b>	<b>0.6</b>	
<b>Vx</b>	<b>1</b>	<b>m/s</b>
<b>Vz</b>	<b>1</b>	<b>m/s</b>
<b>X</b>	<b>0</b>	<b>m</b>
<b>Z</b>	<b>100</b>	<b>m</b>
<b>Teta</b>	<b>0.8</b>	<b>rd</b>
<b>Teta</b>	<b>45.0</b>	<b>degré</b>
<b>D T</b>	<b>0.01</b>	<b>s</b>

Le calcul est réalisable sur une [feuille xls](#).



# Références:



Foilers, le blog des bateaux volants

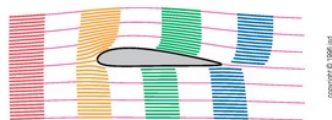
– <http://foils.wordpress.com/2011/12/07/portance-13/>



Nasa: Nationa Aironautics & Space Administration:

<http://www.grc.nasa.gov/WWW/K-12/airplane/wrong1.html>

## See How It Flies



See how it flies de John S. Denker

<http://www.av8n.com/how/htm/airfoils.html>