

## Chap 6 : Les décimaux (aspects didactiques)

### 1. Les conceptions des élèves avant le CM

Les élèves entrent au CM avec certaines connaissances issues des pratiques sociales ou des classes antérieures sur :

- les fractions simples : à travers des expressions comme « un demi », « un quart » mais aussi en référence parfois à des parts figurées sur un disque...
- des expressions composées qui font intervenir plusieurs unités (3h25mn, 3 m 25 cm, 3€ 25c...) et des expressions à virgule (comme 3,25€).

### 2. Principales difficultés rencontrées par les élèves

#### 2.1 Comparaison des nombres décimaux

- **Beaucoup d'élèves comparent les parties décimales comme s'il s'agissait d'entiers.**
- Autres erreurs :
  - o Le nombre le plus grand est celui qui a le plus de chiffres après la virgule.
  - o Le nombre le plus grand est celui qui a le moins de chiffres après la virgule.
  - o Quand un des nombres a une partie décimale qui commence par 0, ce nombre est le plus petit.
- Des difficultés se rencontrent aussi pour l'intercalation d'un nombre décimal entre 2 nombres décimaux.

#### 2.2 Signification des chiffres dans l'écriture à virgule

Beaucoup d'élèves assimilent la partie décimale à un nombre entier.

#### 2.3 Calculs sur les décimaux

##### Exemples d'erreurs sur les calculs additifs et soustractifs

Ex :  $7,24 - 4,3$

Certains élèves effectuent les additions, ou les soustractions, sans prendre en compte correctement la virgule :

- en positionnant les nombres décimaux « à partir de la droite ».
- en ajoutant les parties entières entre elles et les parties décimales entre elles.

##### Exemples d'erreurs sur les calculs multiplicatifs et divisifs

Les principales erreurs relatives aux calculs multiplicatifs proviennent de l'extension aux nombres décimaux des propriétés de la multiplication sur les entiers :

- pour certains élèves, la multiplication « agrandit toujours » : le résultat d'une multiplication doit être plus grand que chacun des termes du produit.
- oubli (ou non prise en compte) de la virgule.
- produit des parties entières entre elles et produit des parties décimales entre elles.

#### 2.4 Résolution de problèmes

- Dans des problèmes du type *0,750 kg de gruyère à 13€ le kg*, certains élèves ne reconnaissent pas que ce type de problème peut être résolu à l'aide d'une multiplication.  
→ tient au fait que la conception antérieure que les élèves ont de la multiplication sur les entiers, comme addition réitérée, ne fonctionne plus. Il faudra donc engager avec les élèves la construction d'une nouvelle signification pour la multiplication quand le multiplicateur est un décimal.

- Difficultés révélatrices des conceptions que les élèves se sont forgés à propos des décimaux, dans le prolongement de leurs connaissances sur les naturels.

### 3. Situations d'enseignement des décimaux

- **Les nombres décimaux doivent apparaître comme de nouveaux nombres.**
- Beaucoup d'élèves prolongent sur les décimaux des règles de fonctionnement valables avec les entiers et considèrent qu'un nombre décimal est constitué par 2 nombres entiers séparés par une virgule.
- En conséquence, ne pas utiliser le recodage de 3m25cm en 3,25m.
- Nécessité de proposer dans les progressions sur ce thème des activités qui permettent aux élèves de prendre conscience :
  - o Que les nombres décimaux permettent de résoudre des problèmes que les entiers ne permettent pas de résoudre de façon satisfaisante.
  - o Que les propriétés et les théorèmes qui sont valables dans le champ des entiers ne le sont pas nécessairement dans celui des décimaux et que ceux-ci vérifient d'autres propriétés.

Les écritures fractionnaires et décimales vont prendre du sens notamment :

- Comme moyen d'exprimer le résultat d'un mesurage (de longueur, d'aire...) avec une seule unité.
- Comme moyen de graduer complètement la droite numérique.
- En lien avec le système métrique.
- Comme moyen permettant d'approcher tout quotient d'entiers.

#### 3.1 Exprimer le résultat d'un mesurage

Ex de situation : mesurer des segments à l'aide d'une bande unité (les segments ne correspondent pas à une valeur entière).

#### Procédures possibles

Les élèves sont confrontés à plusieurs problèmes successifs :

- Mesurer en reportant la bande unité un nombre entier de fois, puis quand ce n'est plus possible utiliser par exemple des fractions de cette unité qui peuvent être des moitiés, puis des quarts, obtenus par pliages successifs.
- Ecrire un message rendant compte du résultat obtenu.
- Reproduire un segment à partir d'un message communiqué par un autre élève.
- Comparer les productions (tracés de l'élève émetteur et de l'élève récepteur) et chercher les causes d'erreurs éventuelles.
  
- Les erreurs constatées à partir de la comparaison des productions peuvent provenir du producteur de message soit :
  - o lors de la mesure du segment.
  - o Lors de la production de son message qui peut être incompréhensible, incomplet ou erroné.
- Les erreurs peuvent aussi provenir de l'élève récepteur, dans l'interprétation du message ou dans le report des longueurs pour le tracé.

#### Variables didactiques

- **La longueur  $u$  de la bande unité** : fractionnable facilement ou non ? Si la bande unité est très petite, l'élève se contentera d'une valeur entière, reportera simplement la bande unité et ne pourra pas exprimer le résidu de manière précise.
- **Le rapport entre la longueur à mesurer ( $l$ ) et la bande unité ( $u$ )** :

- Si la longueur  $l$  est obtenue en reportant  $n$  fois l'unité de longueur  $u$ , la solution est entière, il n'y a pas de recours aux fractions.
- Si la longueur  $l$  n'est pas un multiple de  $u$ , il est nécessaire en théorie d'avoir recours à des nombres différents des entiers pour exprimer ce rapport mais ceci peut ne pas apparaître de manière évidente aux élèves.
  - Si  $u$  est très petit par rapport à  $l$ , les élèves négligeront plus facilement de mesurer le résidu.
  - Si le rapport des 2 longueurs est plus grand, il faut s'intéresser à la longueur du résidu.
- **Le rapport entre le résidu et la longueur  $u$  de la bande unité.** Si la longueur du résidu est :
  - Voisine de la longueur de l'unité, des élèves peuvent être amenés à négliger la différence et assimiler le résidu à une bande unité.
  - Très petite par rapport à la longueur de l'unité », il y a le risque de la négliger.
  - Voisine de la moitié de la longueur de l'unité, les élèves n'affirmeront peut-être pas leurs propositions.
- **La largeur de la bande unité :**
  - Largeurs différentes pour que les élèves n'utilisent pas la largeur de la bande comme unité complémentaire.
  - Faire tracer des segments par les élèves eux-mêmes :
    - Si la bande unité est donnée avant de leur demander de dessiner le trait, les élèves risquent de la reporter pour tracer leur trait ; ils n'auront alors besoin que des entiers.
    - Si la bande unité est donnée après qu'ils aient dessiné un trait, la longueur du trait a de fortes chances de ne pas correspondre à une mesure entière.

### 3.2 Graduer la droite numérique

- On peut demander à placer un point sur un axe gradué dont la distance à l'origine est exprimée sous forme de fraction.  
Ex : Placer  $7/4$  sur une droite graduée.
- Faire graduer un segment en prenant comme unité la longueur totale de ce segment.

### 3.3 Relations avec les mesures et le système métrique

- La mesure des longueurs ou des masses : le système métrique usuel est fondé sur des relations décimales entre les unités.  $1 \text{ dm} = 1/10 \text{ m}$ , etc.
- La mesure des aires, en utilisant les différentes unités du système métrique, est plus complexe (relations du type  $1/100$ ) et sera plutôt travaillée au collège.

### 3.4 Approcher le quotient de deux entiers