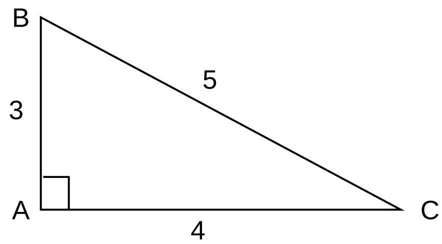
Chapitre 8 : Théorème de Pythagore

I. L'égalité de Pythagore

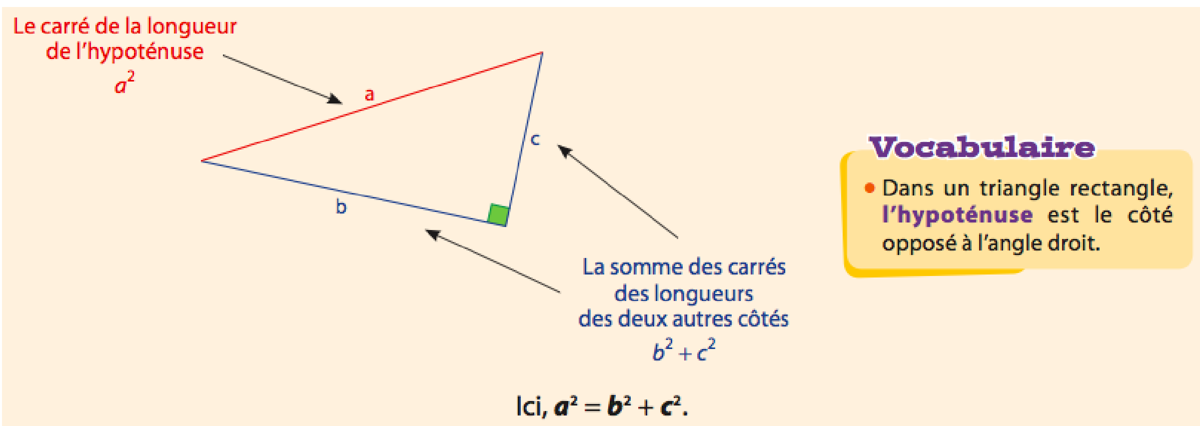
Exemple :



ABC est un triangle rectangle en A,
$BC^2 = 5^2 = 25$
$AB^2 + AC^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$
On constate que **$BC^2 = AB^2 + AC^2$**

Egalité de Pythagore :

Un triangle rectangle est un triangle dont le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.



L'égalité $a^2 = b^2 + c^2$ s'appelle **l'égalité de Pythagore.**

Exercices : 5, 8, 10, 11 p 200-201

II. Racine carrée d'un nombre

Lien vidéo : https://www.youtube.com/watch?v=Gb9IBXthyu0

Définition :
Soit *a* un nombre positif.
On appelle « racine carrée de *a* » le nombre dont le carré est égal à *a*. On le note $\sqrt{a}$.

1) Exemples : On peut utiliser la calculatrice pour calculer la racine carré
Lien pour Valeurs exactes, approchées et utilisation de la calculatrice
https://www.youtube.com/watch?v=GNit9hrlbv4

x^2	5	7	3,1	6	7	2,36	2,3	$\sqrt{x}$
	25	49	9,61	36	49	5,5696	5,29	

Par exemple, le nombre dont le carré est égal à 36 est 6 et on note : $\sqrt{36} = 6$.

<u>Remarque :</u> $\sqrt{-5} = ?$
La racine carrée de -5 est le nombre dont le carré est -5.

Un nombre au carré est toujours positif (règle des signes), donc la racine carrée d'un nombre négatif est impossible. $\sqrt{-5}$ n'existe pas !

<u>Méthode :</u> Calculer la racine carrée d'un nombre

Dans chaque cas, trouver un nombre qui vérifie l'égalité :

1) $x^2 = 81$ 2) $y^2 = 5,5225$ 3) $z^2 = 14$

1) $x^2 = 81$ donc

$x = \sqrt{81} = \mathbf{9}$

2) $y^2 = 5,5225$ donc

$y = \sqrt{5,5335} = \mathbf{2,35}$

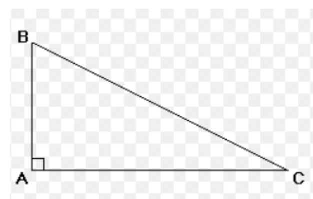
3) $z^2 = 14$
On cherche un nombre dont le carré est égal à 14.

Il n'existe pas de valeur connue alors on utilise la calculatrice pour obtenir <u>**une valeur approchée**</u> du résultat.
En effet, il n'existe pas de valeur décimale exacte dont le carré est égal à 14.

$z = \sqrt{14} \approx \mathbf{3,74}$

2) <u>Racines de carrés parfaits</u>

$\sqrt{4} = 2$	$\sqrt{36} = 6$	$\sqrt{100} = 10$
$\sqrt{9} = 3$	$\sqrt{49} = 7$	$\sqrt{121} = 11$
$\sqrt{16} = 4$	$\sqrt{64} = 8$	$\sqrt{144} = 12$
$\sqrt{25} = 5$	$\sqrt{81} = 9$	$\sqrt{169} = 13$



<u>Exercices 16 et 17 p 202</u>

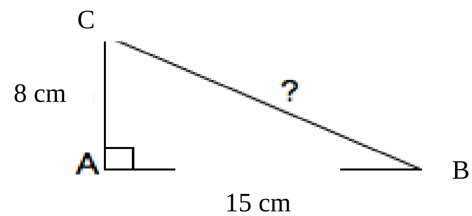
III. <u>Calculer une longueur</u>

<u>**LE THÉORÈME DE PYTHAGORE**</u> : <u>**Si**</u> un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres cotés.

<u>**Exemple**</u> : Si le triangle ABC est rectangle en A alors $BC^2 = AB^2 + AC^2$

Méthode : Appliquer le théorème de Pythagore pour calculer la longueur de l'hypoténuse

https://www.youtube.com/watch?v=M9sceJ8gzNc



ABC est un triangle rectangle en A tel que AB = 6cm et AC = 9cm.
Calculer BC. Donner la valeur exacte.

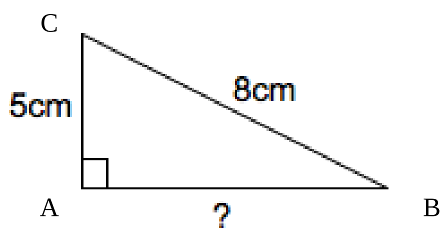
Je sais que le triangle ABC est rectangle en A.
Son hypoténuse est le côté **CB**
J'utilise l'égalité de Pythagore, donc :
$BC^2 = AB^2 + AC^2$
$BC^2 = 15^2 + 8^2$
$BC^2 = 225 + 164$
$BC^2 = 289$

$BC = \sqrt{289} = 17$ cm

Méthode : Appliquer le théorème de Pythagore pour calculer la longueur d'un côté de l'angle droit

https://www.youtube.com/watch?v=9CIh6GGVu_w

ABC est un triangle rectangle en A tel que AC = 5cm et CB = 8cm.
Calculer AB. Donner la valeur exacte et un arrondi au dixième de cm.



Je sais que le triangle ABC est rectangle en A.
Son hypoténuse est le côté **CB**
J'utilise l'égalité de Pythagore, donc :
$CB^2 = AC^2 + AB^2$
$64 = 5^2 + AB^2$
$AB^2 = 64 - 25$
$AB^2 = 39$
$AB \approx \sqrt{39} = 6.2$ cm

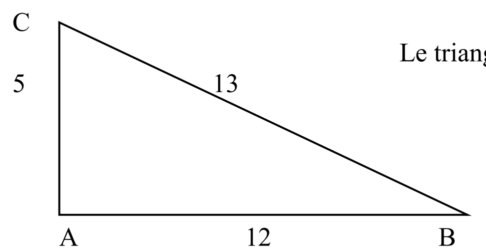
Exercice 21 p 202

IV. Démontrer qu'un triangle est rectangle

LA RÉCIPROQUE DU THÉORÈME DE PYTHAGORE : Si le carré du plus grand côté d'un triangle est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle.

Exemple : Si dans un triangle ABC, on a : $BC^2 = AB^2 + AC^2$ Alors le triangle ABC est rectangle en A.

Méthode : Démontrer qu'un triangle est rectangle
https://www.youtube.com/watch?v=puXyHcU5Awg



Le triangle ABC est-il rectangle ?

Dans le triangle ABC :
Le plus grand côté est BC = 13 cm

D'une part :
$BC^2 = 13^2 = 169$ (On calcule « seul » le carré du plus grand côté : hypoténuse probable)

D'autre part : $AC^2 + AB^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$

On en déduit que : $BC^2 = AC^2 + AB^2$

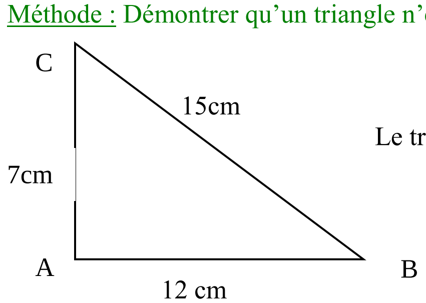
D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.

Exercice 32 p 204

V. Démontrer qu'un triangle n'est pas rectangle : Contraposé du Théorème de Pythagore

Propriété : Si le carré du plus grand côté d'un triangle n'est pas égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors ce triangle n'est pas rectangle.

Méthode : Démontrer qu'un triangle n'est pas rectangle https://www.youtube.com/watch?v=8vexpFayTbI



Le triangle ABC est-il rectangle ?

Dans le triangle ABC

Le plus grand côté est CB

D'une part :
$BC^2 = 15^2 = 225$ (On calcule « seul » le carré du plus grand côté)

D'autre part :
$AB^2 + AC^2 = 12^2 + 7^2$
$AB^2 + AC^2 = 144 + 49$
$AB^2 + AC^2 = 193$

On en déduit que : BC^2 *n'est pas égal* à $AB^2 + AC^2$
L'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée et donc le triangle ABC n'est pas rectangle.

Exercices 33, 36 p 204-205