نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين

تمرين 1

نعتبر النظمة التالية : $\begin{cases}3x-4y=10\\2x+5y=22\end{cases}$

حدد من بين الأزواج التالية الزوج الذي يكون حلا للنظمة: $(-4,1)$ ، $(0,-2,5)$ ، $(6,2)$ ، $(3,-5)$

تمرين 2

مستعملا طريقة التعويض حل النظمات التالية : $\begin{cases}x-5y=-1\\3x-4y=8\end{cases}$ و $\begin{cases}2x-5y=-1\\-5x+y=-4\end{cases}$ و $\begin{cases}\sqrt{2}x-3y=0\\-x+\sqrt{2}y=-\sqrt{2}\end{cases}$

تمرين 3

مستعملا طريقة التأليفة الخطية حل النظمات التالية : $\begin{cases}7x-5y=1\\3x+4y=25\end{cases}$ و $\begin{cases}3x-2y=9\\2x-6y=-8\end{cases}$ و $\begin{cases}3x+7y=8\\2x+5y=11\end{cases}$

تمرين 4

حل النظمات التالية : $\begin{cases}x+y=24\\2x-y=0\end{cases}$ و $\begin{cases}-2x+13y=1\\5x-26y=7\end{cases}$ و $\begin{cases}3y=1-x\\x=13-y\end{cases}$ و $\begin{cases}\frac{x}{3}=\frac{y}{5}\\3x-5y=15\end{cases}$ و $\begin{cases}\frac{x}{3}=\frac{y}{-2}\\\frac{1-x}{4}=\frac{y+4}{3}\end{cases}$

تمرين 5

حل النظمتين التاليتين : $\begin{cases}x+y=5\\2x+2y=11\end{cases}$ و $\begin{cases}-x+3y=1\\2x-6y=-2\end{cases}$

تمرين 6

1 - أنشئ في معلم متعامد ممنظم المستقيمين : $(D)\ 2x+y=7$ و $(\Delta)\ x-y=2$

2- استنتج مبيانيا حل النظمة : $\begin{cases}2x+y=7\\x-y=2\end{cases}$

تمرين 7

تحتوي مزرعة على عدد غير معروف من الخرفان و الدجاج.

قام صاحب المزرعة بعد الرؤوس (الخرفان و الدجاج) فوجد 70 ثم عد الأرجل(الخرفان و الدجاج) فوجد 174

كم هو عدد الخرفان و عدد الدجاج ؟

نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين - حلول

تمرين 1

انتبه ← تعليق

$\begin{cases}3x-4y=10\\2x+5y=22\end{cases}$	$(-4,1)$	$(0,-2,5)$	$(6,2)$	$(3,-5)$
	لدينا : $3\times(-4)-4\times1=-12-4=-16$ إذن $(-4,1)$ ليس حلا للمعادلة الأولى ، فهو إذن ليس حلا للنظمة	لدينا : $2\times0+5\times(-2,5)=0-12,5=-12,5$ إذن $(0,-2,5)$ ليس حلا للمعادلة الثانية ، فهو إذن ليس حلا للنظمة رغم أن الزوج حل للمعادلة الأولى فإننا في الجواب نذكر المعادلة الثانية، لأنها هي سبب عدم كونه حلا للنظمة.	لدينا : $3\times6-4\times2=18-8=10$ و $2\times6+5\times2=12+10=22$ إذن $(6,2)$ حل للمعادلتين معا ، فهو إذن حل للنظمة.	لدينا : $3\times3-4\times(-5)=9+20=29$ إذن $(-4,1)$ ليس حلا للمعادلة الأولى ، فهو إذن ليس حلا للنظمة

تمرين 2

انتبه ← تعليق

$\begin{cases}x-5y=-1\\3x-4y=8\end{cases}$	$\begin{cases}2x-5y=-1\\-5x+y=-4\end{cases}$	$\begin{cases}\sqrt{2}x-3y=0\\-x+\sqrt{2}y=-\sqrt{2}\end{cases}$
لدينا : $\begin{cases}x=5y-1\\3x-4y=8\end{cases}$	لدينا: $\begin{cases}2x-5y=-1\\y=-4+5x\end{cases}$	لدينا: $\begin{cases}\sqrt{2}x-3y=0\\\sqrt{2}y+\sqrt{2}=x\end{cases}$
منه : $\begin{cases}x=5y-1\\3(5y-1)-4y=8\end{cases}$	منه : $\begin{cases}2x-5(-4+5x)=-1\\y=-4+5x\end{cases}$	$\begin{cases}\sqrt{2}\left(\sqrt{2}y+\sqrt{2}\right)-3y=0\\x=\sqrt{2}y+\sqrt{2}\end{cases}$
منه : $\begin{cases}x=5y-1\\15y-3-4y=8\end{cases}$	منه : $\begin{cases}2x+20-25x=-1\\y=-4+5x\end{cases}$	منه : $\begin{cases}2y+2-3y=0\\x=\sqrt{2}y+\sqrt{2}\end{cases}$
منه: $\begin{cases}x=5y-1\\11y=11\end{cases}$	منه: $\begin{cases}-23x=-21\\y=-4+5x\end{cases}$	منه: $\begin{cases}-y+2=0\\x=\sqrt{2}y+\sqrt{2}\end{cases}$
منه : $\begin{cases}x=5y-1\\y=\frac{11}{11}=1\end{cases}$	منه: $\begin{cases}x=\frac{21}{23}\\y=-4+5x\end{cases}$	منه: $\begin{cases}2=y\\x=\sqrt{2}y+\sqrt{2}\end{cases}$
منه : $\begin{cases}x=5\times1-1=5-1=4\\y=1\end{cases}$	$\begin{cases}x=\frac{21}{23}\\y=-4+5\times\frac{21}{23}=\frac{-92+105}{23}=\frac{13}{23}\end{cases}$	$\begin{cases}y=2\\x=2\sqrt{2}+\sqrt{2}=3\sqrt{2}\end{cases}$
بالتالي حل هذه النظمة هو : $(4,1)$	بالتالي حل هذه النظمة هو : $\left(\frac{21}{23},\frac{13}{23}\right)$	بالتالي حل هذه النظمة هو : $\left(3\sqrt{2},\sqrt{2}\right)$

لاحظ أن الحلول قد تكون أعدادا صحيحة أو جذرية أو حقيقية، يستحسن التأكد من صحة الحل إذا كانت الحسابات غير صعبة ، ففي المثال الأول يمكن التأكد بسهولة أن $(4,1)$ جواب صحيح، و ذلك لأن : $\begin{cases}4-5\times1=4-5=-1\\3\times4-4\times1=12-4=8\end{cases}$

تمرين 3

انتبه ← تعليق

$\begin{cases}7x-5y=1\\3x+4y=25\end{cases}$	$\begin{cases}3x-2y=9\\2x-6y=-8\end{cases}$	$\begin{cases}3x+7y=8\\2x+5y=11\end{cases}$
لدينا : $\begin{matrix}\times 4\\ \times 5\end{matrix}\begin{cases}7x-5y=1\\3x+4y=25\end{cases}$ منه : $\begin{cases}28x-20y=4\\15x+20y=125\end{cases}$ نجمع فنجد : $43x=129$ منه : $x=\frac{129}{43}=3$ نعوض في المعادلة الثانية : $3\times 3+4y=25$ $9+4y=25$ $4y=25-9$ $4y=16$ $y=\frac{16}{4}$ $y=4$ بالتالي حل هذه النظمة هو : $(3,4)$	لدينا : $\begin{matrix}\times(-3)\\ \\ \end{matrix}\begin{cases}3x-2y=9\\2x-6y=-8\end{cases}$ منه : $\begin{cases}-9x+6y=-27\\2x-6y=-8\end{cases}$ نجمع فنجد : $-7x=-35$ منه : $x=\frac{-35}{-7}=5$ نعوض في المعادلة الأولى : $3\times 5-2y=9$ $15-2y=9$ $-2y=9-15$ $-2y=-6$ $y=\frac{-6}{-2}$ $y=3$ بالتالي حل هذه النظمة هو : $(5,3)$	لدينا : $\begin{matrix}\times(-2)\\ \times 3\end{matrix}\begin{cases}3x+7y=8\\2x+5y=11\end{cases}$ منه : $\begin{cases}-6x-14y=-16\\6x+15y=33\end{cases}$ نجمع فنجد : $y=17$ نعوض في المعادلة الثانية : $2x+5\times 17=11$ $2x+85=11$ $2x=11-85$ $2x=-74$ $x=\frac{-74}{2}$ $x=-37$ بالتالي حل هذه النظمة هو : $(-37,17)$
لإيجاد قيمة y يمكنك التعويض أيضا في المعادلة الأولى، فقط يستحسن اختيار المعادلة التي تضم حسابات أبسط.	لاحظ أن الاختيار تم بعد ملاحظة أن معامل y في المعادلة الثانية مضاعف لمعامله في المعادلة الأولى	ب مراعات ترتيب الزوج الممثل للحل ، فالعدد x يمثل دائما العدد الأول في المثال أعلاه $(17,-37)$ ليس هو حل النظمة بل $(-37,17)$

لاحظ أنه يجب أن تحصل على معاملات متقابلة بعد ضرب المعادلتين في عددين، و هكذا نتخلص من أحد المجاهيل ، لنحصل على قيمة الآخر ، ثم نختار إحدى المعادلتين و نعوض فيها قيمة المجهول المحصل عليه لنحصل على المجهول الآخر.

R

تمرين 4 | انتبه ← | تعليق ←

$\begin{cases} x+y=24 \\ 2x-y=0 \end{cases}$	$\begin{cases} -2x+13y=1 \\ 5x-26y=7 \end{cases}$	$\begin{cases} 3y=1-x \\ x=13-y \end{cases}$
لدينا : $\begin{cases} x+y=24 \\ 2x-y=0 \end{cases}$ نجمع فنجد : $3x=24$ منه : $x=\frac{24}{3}=8$ نعوض في المعادلة الأولى : $8+y=24$ $y=24-8$ $y=16$ بالتالي حل هذه النظمة هو : $(8,16)$	لدينا : $\times 2 \begin{cases} -2x+13y=1 \\ 5x-26y=7 \end{cases}$ منه : $\begin{cases} -4x+26y=2 \\ 5x-26y=7 \end{cases}$ نجمع فنجد : $x=9$ نعوض في المعادلة الأولى : $-2\times 9+13y=1$ $-18+13y=1$ $13y=1+18$ $13y=19$ $y=\frac{19}{13}$ بالتالي حل هذه النظمة هو : $\left(9,\frac{19}{13}\right)$	لدينا : $\begin{cases} 3y=1-x \\ x=13-y \end{cases}$ منه : $\begin{cases} 3y=1-(13-y) \\ x=13-y \end{cases}$ منه : $\begin{cases} 3y=1-13+y \\ x=13-y \end{cases}$ منه : $\begin{cases} 3y-y=-12 \\ x=13-y \end{cases}$ منه : $\begin{cases} 2y=-12 \\ x=13-y \end{cases}$ منه : $\begin{cases} y=\frac{-12}{2}=-6 \\ x=13-(-6)=13+6=19 \end{cases}$ بالتالي حل هذه النظمة هو : $(19,-6)$
← لم نحتج في هذا السؤال إلى تطبيق طريقة التعويض أو التأليفة الخطية، لكون معاملي y متقابلين.	← الحلول ليست دائما أعداد صحيحة ، قد تكون جذرية.	← طريقة التعويض تفرض نفسها في هذا السؤال

$\begin{cases} \frac{x}{3}=\frac{y}{5} \\ 3x-5y=15 \end{cases}$	$\begin{cases} \frac{x}{3}=\frac{y}{-2} \\ \frac{1-x}{4}=\frac{y+4}{3} \end{cases}$
لدينا : $\begin{cases} \frac{x}{3}=\frac{y}{5} \\ 3x-5y=15 \end{cases}$ منه : $\begin{cases} 5x=3y \\ 3x-5y=15 \end{cases}$ منه : $\begin{cases} 5x-3y=0 \\ 3x-5y=15 \end{cases}$ منه : $\begin{matrix} \times 5 \\ \times(-3) \end{matrix} \begin{cases} 5x-3y=0 \\ 3x-5y=15 \end{cases}$ منه : $\begin{cases} 25x-15y=0 \\ -9x+15y=-45 \end{cases}$ نجمع : $16x=-45$ منه : $x=\frac{-45}{16}$ نعوض في المعادلة الأولى : منه : $3y=5\times\frac{-45}{16}=\frac{-225}{16}$ $16\times 3y=-225$ منه : $48y=-225$ منه : $y=\frac{-225}{48}=\frac{-75}{16}$ بالتالي حل هذه النظمة هو : $\left(\frac{-45}{16},\frac{-75}{16}\right)$	لدينا : $\begin{cases} -2x=3y \\ 3(1-x)=4(y+4) \end{cases}$ منه : $\begin{cases} -2x-3y=0 \\ 3-3x=4y+16 \end{cases}$ منه : $\begin{cases} -2x-3y=0 \\ -3x-4y=16-3 \end{cases}$ منه : $\begin{cases} -2x-3y=0 \\ -3x-4y=13 \end{cases}$ منه : $\begin{matrix} \times(-3) \\ \times 2 \end{matrix} \begin{cases} 6x+9y=0 \\ -6x-8y=26 \end{cases}$ نجمع : $y=26$ نعوض في المعادلة الأولى : $-2x=3\times 26=78$ منه : $x=\frac{78}{-2}=-39$ بالتالي حل هذه النظمة هو : $(-39,26)$

تمرين 5

انتبه ← تعليق

$\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+2y=11 \end{cases}$	$\begin{cases} -x+3y=1 \\ 2x-6y=-2 \end{cases}$
لدينا : $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+2y=11 \end{cases}$ منه : $\begin{cases} y=5-x \\ 2x+2y=11 \end{cases}$ منه : $\begin{cases} y=5-x \\ 2x+2(5-x)=11 \end{cases}$ منه $\begin{cases} y=5-x \\ 2x+10-2x=11 \end{cases}$ منه $\begin{cases} y=5-x \\ 10=11 \end{cases}$ المتساوية $10=11$ غير صحيحة ، إذن ليس لهذه النظمة حلول.	لدينا : $\begin{cases} -x+3y=1 \\ 2x-6y=-2 \end{cases}$ $\times 2$ منه : $\begin{cases} -2x+6y=2 \\ 2x-6y=-2 \end{cases}$ نجمع : $0=0$ المتساوية $0=0$ صحيحة دائما ، هذا يعني أن معادلتي النظمة متكافئتان، بمعنى أننا إذا ضربنا المعادلة الأولى في -2 نحصل على المعادلة الثانية، في هذه الحالة ، النظمة تقبل لا نهاية له من الحلول ، فكل زوج (x,y) يحقق إحدى المعادلتين سيكون حلا للنظمة، مثلا : $(-1,0)$ و $(2,1)$
نقول أيضا حلول هذه النظمة هي المجموعة الفارغة	هذان المثالان يؤكدان أن النظمات قد يكون لها حل وحيد أو لا يكون لها أي حل أو يكون لها ما لانهاية له من الحلول.

تمرين 6

انتبه ← تعليق

1 - أنشئ في معلم متعامد ممنظم المستقيمين : $(D)\ 2x+y=7$ و $(\Delta)\ x-y=2$

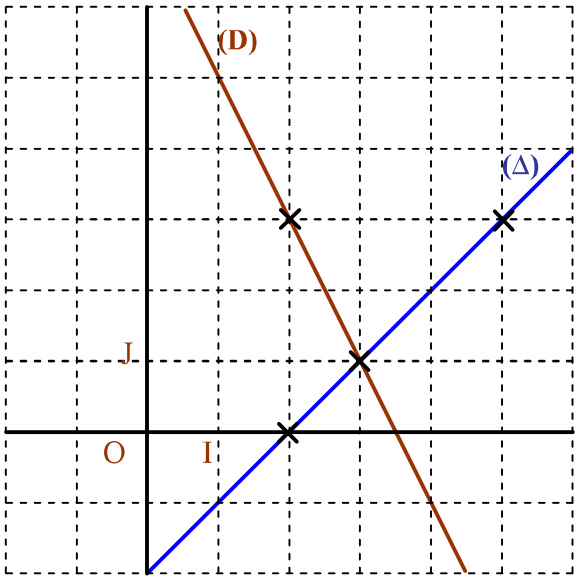
نحدد نقطتين من (D)
نأخذ مثلا $x=2$ نجد $4+y=7$ منه $y=3$
نأخذ مثلا $x=3$ نجد $6+y=7$ منه $y=1$
إذن (D) سيمر من النقطتين : $(2\ ,3)$ و $(3\ ,1)$
نحدد نقطتين من (Δ)
نأخذ مثلا $y=0$ نجد $x-0=2$ منه $x=2$
نأخذ مثلا $y=3$ نجد $x-3=2$ منه $x=5$
إذن (D) سيمر من النقطتين : $(2\ ,0)$ و $(5\ ,3)$

يجب اختيار قيمتين ل x و إيجاد y أو العكس، حاول اختيار أعداد بسيطة ، كـ 0 ، 1 ،-1 ، ...

بعد إنشاء المستقيمين نلاحظ أنهما يتقاطعان في النقطة ذات الإحداثيات : $(3\ ,1)$

إذن حل النظمة $\begin{cases} 2x+y=7 \\ x-y=2 \end{cases}$ هو $(3\ ,1)$

يمكنك حل النظمة جبريا للتأكد من الحل .



تمرين 7 ← انتبه ← تعليق

معطيات : تحتوي مزرعة على عدد غير معروف من الخرفان و الدجاج.
قام صاحب المزرعة بعد الرؤوس (الخرفان و الدجاج) فوجد 70 ثم عد الأرجل(الخرفان و الدجاج) فوجد 174
لنحدد عدد الخرفان و عدد الدجاج ؟

ليكن x عدد الخرفان و y عدد الدجاج

إذن عدد الخرفان و الدجاج هو : $x+y$ منه : $x+y=70$

و عدد أرجل الخرفان هو $4x$ (لأن لكل خروف 4 أرجل)

و عدد أرجل الدجاج هو $2y$ (لأن لكل دجاجة 2 أرجل)

إذن عدد الأرجل هو : $4x+2y$ منه : $4x+2y=174$

نحصل على النظمة : $\begin{cases} x+y=70 \\ 4x+2y=174 \end{cases}$ منه : $\begin{cases} y=70-x \\ 4x+4y=174 \end{cases}$ منه : $\begin{cases} y=70-x \\ 4x+2(70-x)=174 \end{cases}$

منه : $\begin{cases} y=70-x \\ 4x+140-2x=174 \end{cases}$ منه : $\begin{cases} y=70-x \\ 2x=174-140=34 \end{cases}$ منه : $\begin{cases} y=70-17=53 \\ x=\dfrac{34}{2}=17 \end{cases}$

خلاصة: المزرعة تحتوي على 17 خروف و 53 دجاجة .