

Chp 9 Puissance de 10

1. Puissances de 10 ; introduction

1.1 Grands et petits nombres

Distance terre-soleil : 150 000 000km
 Diamètre de notre galaxie : 1 000 000 000 000 000 km
 Épaisseur d'un cheveu : 0,000 05m
 Diamètre d'un virus : 0,000 000 000 1m

Il n'est pas pratique d'écrire beaucoup de zéros. On transforme l'écriture de ces nombres avec des puissances de 10.

1.2 Écritures notations

$$\underbrace{10 \times 10 \times 10}_{3 \text{ facteurs}} = 10^3 = \underbrace{1\ 000}_{3 \text{ zéros}}$$

$$\underbrace{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10}_{6 \text{ facteurs}} = 10^6 = \underbrace{1\ 000\ 000}_{6 \text{ zéros}}$$

$$\underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10 \times 10}_{n \text{ facteurs}} = 10^n = \underbrace{10 \dots 0}_{n \text{ zéros}}$$

Diamètre de notre galaxie : 10^{18} km
 Distance terre-soleil : $15 \times 10\ 000\ 000\ 000\ \text{km} = 15 \times 10^7\ \text{km}$.

Exercice : Compléter le tableau ci-dessous.

Écriture décimale	Écriture avec des puissances de 10
10 000 000	10^7
200 000 000	2×10^8
1 000 000	10^6
50 000 000	5×10^7

1.3 Puissance avec exposant négatif

Par convention, on a $10^{-n} = \frac{1}{10^n}$

Exemples :

$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1\ 000} = 0,001$
 $10^{-5} = 0,000\ 01$ (5 chiffres après la virgule)
 $10^{-12} = 0,000\ 000\ 000\ 001$ (12 chiffres après la virgule)
 Diamètre d'un cheveu : $5 \times 0,000\ 01\ \text{m} = 5 \times 10^{-5}\ \text{m}$
 Diamètre d'un virus : $0,000\ 000\ 000\ 1\ \text{m} = 10^{-10}\ \text{m}$

Exercice : Compléter le tableau ci-dessous.

Écriture décimale	Écriture avec des puissances de 10
0,000 001	10^{-6}
0,000 000 02	2×10^{-8}
0,000 1	10^{-4}
0,000 000 5	5×10^{-7}

1.4 Exemples

Exemple 1 : Donner l'écriture décimale de chaque nombre

$2,3 \times 10^3 = 2,3 \times 1\ 000 = 2\ 300$	$0,05 \times 10^2 = 0,05 \times 100 = 5$
$2,3 \times 10^{-3} = 2,3 \times 0,001 = 0,002\ 3$	$50 \times 10^{-4} = 50 \times 0,000\ 1 = 0,005$

Exemple 2 : Compléter avec le bon exposant

$23 \times 10^2 = 2300$	$23 \times 10^3 = 23000$	$2,3 \times 10^2 = 230$	$2,3 \times 10^7 = 23\ 000\ 000$
$23 \times 10^{-2} = 0,23$	$23 \times 10^{-4} = 0,002\ 3$	$2,3 \times 10^{-1} = 0,23$	$2,3 \times 10^{-2} = 0,023$

2. Puissances de 10 et formules

Soient m et n deux entiers relatifs. $10^n \times 10^m = 10^{n+m}$

Exemples : $10^5 \times 10^{25} = 10^{5+25} = 10^{30}$ $10^{-3} \times 10^{-9} = 10^{-3+(-9)} = 10^{-12}$ $1,4 \times 10^8 \times 2 \times 10^5 = 1,4 \times 2 \times 10^8 \times 10^5 = 2,8 \times 10^{8+5} = 2,8 \times 10^{13}$

Remarque : Priorité des opérations : L'écriture 10^{5+25} signifie $10^{(5+25)}$

Soient m et n deux entiers relatifs : $\frac{10^n}{10^m} = 10^{n-m}$

Exemples : $\frac{10^{28}}{10^{30}} = 10^{28-30}$ $= 10^{-2}$	$\frac{10^{-5}}{10^{-6}} = 10^{-5-(-6)}$ $= 10^1$	$\frac{9,6 \times 10^9}{2 \times 10^{-4}} = \frac{9,6}{2} \times \frac{10^9}{10^{-4}}$ $= 4,8 \times 10^{9-(-4)}$ $= 4,8 \times 10^{13}$
--	--	--

Soient m et n deux entiers relatifs : $(10^n)^m = 10^{n \times m}$

Exemples : $(10^{25})^3 = 10^{25 \times 3}$ $= 10^{75}$	$(3 \times 10^7)^2 = 3^2 \times (10^7)^2$ $= 9 \times 10^{7 \times 2}$ $= 9 \times 10^{14}$
--	---

3. Problèmes concrets

<p>Énoncé1 : Le poids d'un atome de carbone est de $1,99 \times 10^{-26}$ kg. Quel est le poids de 5×10^{22} atomes de carbones ?</p> <p>Solution : $1,99 \times 10^{-26} \times 5 \times 10^{22} = 5 \times 1,99 \times 10^{-26} \times 10^{22}$ $= 9,95 \times 10^{-4}$ 5×10^{22} atomes de carbone pèsent $9,95 \times 10^{-4}$ kg soit 0,995 grammes</p>	<p>Énoncé2 : La masse de l'étoile Van Maanen est de $1,38 \times 10^{30}$ kg et son volume est de $4,6 \times 10^{21}$ m³. Calculer la masse de 1 m³ de cette étoile.</p> <p>Solution : $\frac{1,38 \times 10^{30}}{4,6 \times 10^{21}} = \frac{1,38}{4,6} \times \frac{10^{30}}{10^{21}}$ $= 0,3 \times 10^{30-21}$ $= 0,3 \times 10^9$ La masse d'un m³ de cette étoile pèse $0,3 \times 10^9$ kg soit 300 000 000 kg</p>
---	--

4. Écritures scientifiques

4.1 Définition

Tout nombre décimal positif peut s'écrire en écriture scientifique sous la forme : $a \times 10^p$ où a est un nombre décimal tel que $1 \leq a < 10$ et p est un nombre entier relatif

<p>Exemples : $0,0341 = 3,41 \times 0,01$ $= 3,41 \times 10^{-2}$ $3,41 \times 10^{-2}$ est l'écriture scientifique de 0,0341 $34\ 500 = 3,45 \times 10\ 000$ $= 3,45 \times 10^4$ $3,45 \times 10^4$ est l'écriture scientifique de 34 500 Remarque : Un nombre décimal négatif peut aussi s'écrire en écriture scientifique. (on ajoute le signe moins) $-3,45 \times 10^4$ est l'écriture scientifique de -34 500</p>	<p>Énoncé1 : Donner les écritures scientifiques de A=238×10⁵ et B=0,045×10¹²</p> <p>Solutions : A=238×10⁵ A=2,38×10²×10⁵ A=2,38×10⁷ B=0,045×10¹² B=4,5×10⁻²×10¹² B=4,5×10¹⁰</p>	<p>Énoncé2 : Donner un ordre de grandeur de C=5 812 342×449 109 876.</p> <p>Solution : $5\ 812\ 342$ est proche de $5,8 \times 10^6$ $449\ 109\ 876$ est proche de $4,5 \times 10^8$ $C \approx 5,8 \times 10^6 \times 4,5 \times 10^8$ $C \approx 5,8 \times 4,5 \times 10^6 \times 10^8$ $C \approx 26,1 \times 10^{6+8}$ $C \approx 2,61 \times 10^1 \times 10^{14}$ $C \approx 2,61 \times 10^{15}$ $2,61 \times 10^{15}$ est un ordre de grandeur de C.</p>
---	--	---

4.2 Calculatrice

<p>Quand les résultats sont trop grands ou trop petits pour l'écran d'une calculatrice, celle-ci les affiche en écriture scientifique</p> <p>Exemple : Si on tape $90\ 000\ 000 \times 20\ 000 =$ sur une calculatrice, on obtient sur l'écran : 1.8 12</p> <p>Cet affichage correspond à $1,8 \times 10^{12}$</p>	<p>La touche EE ou ×10^x me permet d'entrer dans la calculatrice des très grands et des très petits nombres</p> <p>Exemple : Pour effectuer le calcul : $3,4 \times 10^{21} \times 2 \times 10^5$ on tape : $3,4 \text{ EE } 21 \times 2 \text{ EE } 5 =$</p> <p>et on obtient sur l'écran : 6.8 26</p> <p>Cet affichage correspond à $6,8 \times 10^{26}$</p>
---	--