<u>Exercice :</u>

On considère un chapeau de clown en forme de cône de révolution (plein) en mousse (densité δ) de hauteur H et de base R

dans lequel a été creusée une demi-sphère de rayon r pour la tête. Le centre de la demi-sphère est à l'intersection de l'axe du cône et du plan inférieur (voir figure 1)

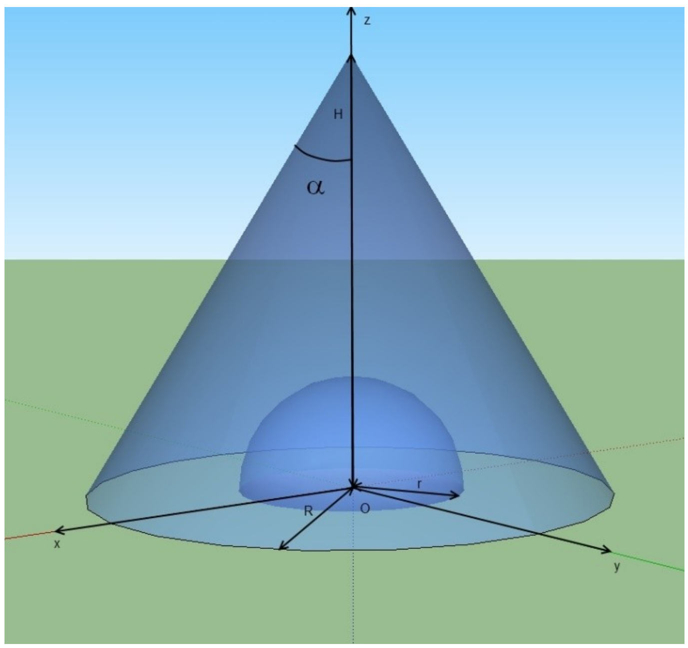


Figure 1

E1 – Montrer que le centre de masse du chapeau se trouve sur l'axe Oz.

E2 – Calculer la hauteur OC_C du centre de masse d'un cône (plein) de hauteur H.

Indication : utiliser les coordonnées cylindriques et découper le cône en tranches perpendiculaires à l'axe Oz.

E3 – Calculer la hauteur OC_S du centre de masse d'une demi-boule pleine de rayon r.

E4 – Question bonus : En déduire la hauteur OC_{chap} du centre de masse du chapeau.

Indication : le centre de masse du cône plein est le barycentre du centre de masse du cône évidé et du centre de masse de la demi-boule.

Problème :

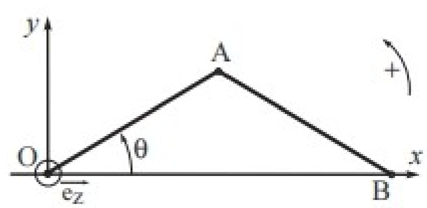
A - On considère une tige T homogène de masse M, de longueur L et d'axe Δ.

A1 - Que vaut la masse linéique λ de la tige ?

A2- Déterminer le moment d'inertie $J_{\Delta 1}$ de T par rapport à un axe Δ_1 perpendiculaire à son axe Δ et passant par son centre.

A3 - Calculer de deux façons différentes son moment d'inertie par rapport à un axe Δ_2 parallèle à Δ_1 et passant par son extrémité.

B- Considérons maintenant deux tiges identiques T_{OA} et T_{AB} de longueur L et de centres de masse respectifs C_1 et C_2 mobiles dans le plan Oxy. La première extrémité de la tige T est fixe en O. A la seconde extrémité A est fixée la seconde tige, dont l'extrémité B est assujettie à glisser sur Ox . La position de système est caractérisé par l'angle θ (voir figure 2)



B1- Quel est dans R =(Oxyz) le moment cinétique $\vec{L}_{OA/R}$ de la tige T_{OA} en O ?

B2 – Exprimer la vitesse du point B par rapport à R en fonction de L, θ et $\acute{\theta}$.

En déduire que $\vec{v}_{\mathbf{C2/R}}$, vitesse de C_2 par rapport à R, s'écrit

$\vec{v}_{\mathbf{C2/R}}$ = - (3/2) L $\acute{\theta}$ sinθ $\vec{e}_x$ + L/2 $\acute{\theta}$cos θ $\vec{e}_y$.

B3 – Ecrire dans R =(Oxyz) le théorème de Koenig appliqué au moment cinétique $\vec{L}_{AB}$ de la tige T_{AB} en O et calculer ce dernier.

B4- Quelle est dans R =(Oxyz) l'énergie cinétique E_{k1} de T_{OA}?

B5 – Ecrire dans R =(Oxyz) le théorème de Koenig appliqué à l'énergie cinétique E_{k2} de T_{AB} en O et la calculer.

B6 – Exprimer le moment cinétique total par en O $\vec{L}_{O/R}$ et l'énergie cinétique totale E_k du système des deux tiges.