LES NOMBRES DECIMAUX

I. Les programmes

Au cycle des approfondissements (Cours Moyen), une toute première approche des fractions est entreprise, dans le but d'aider à la compréhension des nombres décimaux. L'étude des fractions et des nombres décimaux sera poursuivie au collège.

Les fractions simples et les nombres décimaux constituent un volet de l'exploration de l'univers des nombres. Là encore, on attend des élèves qu'ils en comprennent l'écriture en même temps que l'usage, et qu'ils puissent comparer, ranger, intercaler, encadrer, placer sur une droite graduée.

Les fractions et les nombres décimaux doivent d'abord apparaître comme de nouveaux nombres, utiles pour résoudre des problèmes que les nombres entiers ne permettent pas de résoudre de façon satisfaisante : problèmes de partage, de mesure de longueurs ou d'aires, de repérage d'un point sur une droite.

Les fractions sont essentiellement introduites, au cycle 3, pour donner du sens aux nombres décimaux. La compréhension des nombres décimaux est favorisée par la comparaison de certaines de leurs propriétés avec celles des nombres entiers : la notion de « nombres consécutifs » a du sens avec les nombres entiers, elle n'en a plus avec les nombres décimaux, intercaler un nombre entre deux décimaux est toujours possible (ce qui n'est pas vrai pour deux nombres entiers), le nombre de chiffres de l'écriture décimale est un critère de comparaison de deux nombres entiers et ne l'est plus pour deux nombres décimaux.

Concernant les écritures à virgule des nombres décimaux, les élèves doivent comprendre que la valeur d'un chiffre dépend de sa position : cette valeur se définit notamment par rapport à l'unité (le dixième et le centième représentent dix fois moins et cent fois moins que l'unité) et par rapport à celle des chiffres voisins (le centième représente dix fois moins que le dixième).

La plupart des connaissances relatives à ces nouveaux nombres peuvent être utilisées dans des activités relevant d'autres champs disciplinaires (sciences et technologie, géographie…). Dans toutes les utilisations des nombres décimaux en situation, l'attention des élèves est attirée sur le choix des décimales pertinentes : précisions permises par les instruments et la taille des objets, compatibilité avec les usages sociaux.

Sup de Cours - Etablissement d'enseignement privé RNE 0333 119 L - 73, rue de Marseille - 33000 Bordeaux

<u>Compétences visées</u>

- Fractions
  - Utiliser, dans des cas simples, des fractions ou des sommes d'entiers et de fractions pour coder le résultat de mesurages de longueurs ou d'aires, une unité de mesure étant choisie explicitement.
  - Nommer les fractions en utilisant le vocabulaire : demi, tiers, quart…, dixième, centième…
  - Une unité de longueur étant fixée explicitement, construire un segment ou une bande de papier dont la mesure de la longueur est donnée sous la forme d'une fraction.
  - Une unité d'aire étant fixée explicitement (éventuellement prédécoupée), construire une surface dont la mesure de l'aire est donnée sous la forme d'une fraction.
  - Reconnaître parmi plusieurs écritures, dont des fractions, celle(s) qui exprime(nt) soit la mesure de la longueur d'un segment donné (l'unité de longueur étant fixée), soit la mesure de l'aire d'une surface donnée (l'unité d'aire étant fixée).
  - Encadrer une fraction simple par deux entiers consécutifs.
  - Ecrire une fraction sous forme de somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1.

- Désignations orales et écrites des nombres décimaux
  - Déterminer la valeur de chacun des chiffres composant une écriture à virgule, en fonction de sa position.
  - Passer pour un nombre décimal, d'une écriture fractionnaire (fractions décimales) à une écriture à virgule (et réciproquement).
  - Utiliser les nombres décimaux pour exprimer la mesure de la longueur d'un segment ou celle de l'aire d'une surface (une unité étant donnée).
  - Utiliser les nombres décimaux pour repérer un point sur une droite graduée régulièrement de 1 en 1.
  - Ecrire et interpréter sous forme décimale une mesure donnée avec plusieurs unités (et réciproquement).
  - Produire des décompositions liées à une écriture à virgule, en utilisant 10 ; 100 ; 1 000… et 0,1 ; 0,001…
  - Produire des suites écrites ou orales de 0,1 en 0,1, de 0,01 en 0,01…
  - Associer les désignations orales et l'écriture chiffrée d'un nombre décimal.

- Ordre sur les nombres décimaux
  - Comparer deux nombres décimaux donnés par leurs écritures à virgule.
  - Traduire le résultat de la comparaison en utilisant les signes < et >.
  - Encadrer un nombre décimal par deux entiers consécutifs ou par deux nombres décimaux.
  - Intercaler des nombres décimaux entre deux nombres entiers consécutifs ou entre deux nombres décimaux.
  - Donner une valeur approchée d'un nombre décimal à l'unité près, au 1/10 ou au 1/100 près.
  - Situer exactement ou approximativement des nombres décimaux sur une droite graduée de 1 en 1, de 0,1 en 0,1.

- Relations entre certains nombres décimaux
  - Connaître et utiliser des écritures fractionnaires et décimales de certains nombres : 0,1 et $\frac{1}{10}$; 0,01 et $\frac{1}{100}$; 0,5 et $\frac{1}{2}$; 0,25 et $\frac{1}{4}$; 0,75 et $\frac{3}{4}$.
  - Connaître et utiliser les relations entre $\frac{1}{4}$ (ou 0,25) et $\frac{1}{2}$ (ou 0,5) ; entre $\frac{1}{100}$ et $\frac{1}{10}$; entre $\frac{1}{1000}$ et $\frac{1}{100}$.

- Résultats mémorisés, procédures automatisées
  - Connaître le complément à l'entier immédiatement supérieur pour tout décimal ayant un chiffre après la virgule.
  - Multiplier ou diviser un nombre décimal par 10, 100, 1000.
  - Calculer des sommes et des différences de nombres décimaux, par un calcul écrit en ligne ou posé en colonnes.
  - Calculer le produit d'un décimal par un entier (3 chiffres par 2 chiffres), par un calcul posé.

- Calcul réfléchi
  - Organiser et effectuer des calculs du type 1,5 + 0,5 ; 2,8 + 0,2 ; 1,5 x 2 ; 0,5 x 3, en s'appuyant sur les résultats mémorisés et en utilisant de façon implicite les propriétés des nombres et des opérations.

II. Conceptions des élèves avant le Cours Moyen

Les élèves entrent au Cours Moyen avec certaines connaissances issues des pratiques sociales ou des classes antérieures sur :

- les fractions simples : à travers des expressions comme « un demi », « un quart », mais aussi en référence parfois à des parts figurées sur un disque, ou encore comme opérateur dans un calcul (« prendre la moitié de… », « prendre le quart de… ») ;
- des expressions composées qui font intervenir plusieurs unités (3 h 25 min, 3 m 25 cm, 3 € 25 c), et des expressions à virgule (comme 3,25 €).

Ils ont déjà été amenés au cycle 2 ou au CE2 à effectuer des comparaisons et quelques calculs simples sur de telles expressions.

Les élèves ont pu produire des écritures nouvelles (à virgule) comme résultats d'un calcul notamment sur calculette, et s'interroger sur la signification de ces écritures.

III. Principales difficultés des élèves

1. Comparaison des nombres décimaux

Exemples :

- Lors de l'évaluation nationale en 6ème de 1990, l'exercice « Range les trois nombres 2,7 ; 2,15 ; 1,923 du plus petit au plus grand » est réussi par 62,7% des élèves, mais 26,8% ont produit : 1,923 ; 2,7 ; 2,15.
- L'exercice suivant, proposé lors de l'évaluation nationale en 6ème de 1991 : « Réécris dans les cases les quatre nombres du plus petit au plus grand : 19,9 ; 19,19 ; 1,991 ; 9,191 » est réussi par 58,8% des élèves, mais 24,3% d'entre eux écrivent 19,9 avant 19,19.

- Beaucoup d'élèves comparent donc les parties décimales comme s'il s'agissait d'entiers : 19 > 9 donc 19,19 > 19,9 et 2,15 > 2,7 car 15 > 7.

- Grisvard et Léonard[1] ont explicité d'autres règles utilisées par les élèves dans la comparaison des décimaux qui s'appuient, notamment lorsque les parties entières sont égales, sur un traitement séparé des parties entières et décimales (exemple avec les nombres : 4,06 ; 4,249 ; 4,3) :

[1] Bulletin de l'APMEP n°327 (1981) et n°340 (1983).

- Règle n°1 : le nombre le plus grand est celui qui a le plus de chiffres après la virgule (4,3 < 4,06 < 4,249).
- Règle n°2 : le nombre le plus grand est celui qui a le moins de chiffres après la virgule. Cette règle est à l'opposé de la précédente (4,249 < 4,06 < 4,3).
- Règle n°3 : quand un des nombres a une partie décimale qui commence par 0, ce nombre est le plus petit (4,06 < 4,3 < 4,249 ; application des règles 1 et 3).

Ces règles s'appliquent en particulier pour deux nombres ayant la même partie entière, l'élève considérant alors seulement les chiffres de la partie décimale.

- Beaucoup d'élèves appliquent aux nombres décimaux des règles de comparaison valables seulement pour les nombres entiers (par exemple : lorsque deux nombres entiers ont un nombre de chiffres différents, le plus grand est celui qui a le plus de chiffres).

- Des difficultés se rencontrent aussi pour l'intercalation d'un nombre décimal entre deux nombres décimaux.

  Par exemple pour « placer un nombre entre 82,5 et 82,6 » (proposé à l'évaluation en 6ème de 1990 et réussi par 64,8% des élèves), 9,3% ont donné comme réponse une des bornes éventuellement sous la forme 82,50 ou 82,60.

  Dans cette tâche (chercher un décimal compris entre deux décimaux), certains élèves conservent le même nombre de chiffres après la virgule, ce qui peut amener des erreurs dans le cas où cela est impossible ; ils ne savent pas produire un nombre décimal possédant un chiffre de plus après la virgule : par exemple, ils ne trouvent pas de nombre décimal entre 3,4 et 3,5.

  Ces difficultés peuvent être induites par la conviction que chaque nombre décimal aurait un successeur, le décimal conservant ici encore pour de nombreux élèves les propriétés des entiers naturels.

2. Signification des chiffres dans l'écriture à virgule

A l'entrée en 6ème, « dans le nombre 13,456 le chiffre 4 est celui des dixièmes » pour seulement 42,2% des élèves, mais il est celui des centaines, comme dans le nombre 456, pour 21% d'entre eux.

Beaucoup d'élèves assimilent ainsi la partie décimale à un nombre entier.

3. Calculs sur les décimaux

- Exemples d'erreurs sur les calculs additifs et soustractifs

  Lors de l'évaluation nationale en 6ème de 1990, la moitié seulement des élèves effectuent correctement la soustraction « 7,24 - 4,3 ».

  Certains élèves effectuent les additions, ou les soustractions, sans prendre en compte correctement la virgule :

  - en positionnant les nombres décimaux « à partir de la droite » :

$$\begin{array}{cccc} & 7, & 2 & 4 \\ + & & 4, & 3 \\ \hline & 7, & 6 & 7 \end{array}$$

  - en ajoutant les parties entières entre elles et les parties décimales entre elles : 3,4 + 4,7 = 7,11

- Exemples d'erreurs sur les calculs multiplicatifs et divisifs

  Le calcul « 1,54 x 1 000 » a été proposé lors de l'évaluation nationale en 6ème de 1991. Il est réussi par 68,9% des élèves, mais 7,7% trouvent 1,5400 ; 7,6% trouvent 15,4 et 2,8% trouvent 1 000,54.

  Pour la première erreur la virgule n'est pas prise en compte, les élèves ajoutent des 0 à droite ; pour la seconde il y a confusion avec la multiplication par 10 ; pour la troisième les élèves multiplient la partie entière par 1 000.

  D'une façon générale les principales erreurs relatives aux calculs multiplicatifs proviennent de l'extension aux nombres décimaux des propriétés de la multiplication sur les entiers :

  - pour certains élèves, la multiplication « agrandit toujours » : le résultat d'une multiplication doit être plus grand que chacun des termes du produit, comme cela est vérifié par les nombres entiers naturels plus grands que 1 (par exemple 0,5 x 3 doit être pour certains élèves plus grand que 3) ;
  - oubli (ou non prise en compte) de la virgule ;
  - produit des parties entières entre elles et produit des parties décimales entre elles.

4. Résolution des problèmes

Dans des problèmes du type 0,750 kg de gruyère à 12 € le kg, certains élèves ne produisent pas de réponse ou effectuent 12 : 0,750, ou encore résolvent correctement avec des procédures de type : prix pour 500 g, 6€ ; prix pour 250 g, 3€, prix pour 750 g, 9€ (sans reconnaissance de la multiplication).

Cette difficulté à reconnaître que de tels problèmes peuvent être résolus à l'aide d'une seule multiplication tient au fait que la conception antérieure que les élèves ont de la multiplication sur les entiers, comme addition réitérée, ne fonctionne plus. En effet, avec 0,750 kg de gruyère le prix au kilogramme n'est même pas « répété » une seule fois. Il faudra donc engager avec les élèves la construction d'une nouvelle signification pour la multiplication lorsque le multiplicateur est un décimal, ce qui suppose une rupture avec la conception ancienne.

Ces difficultés sont révélatrices des conceptions que les élèves se sont forgés à propos des décimaux, dans le prolongement de leurs connaissances sur les naturels. Pour de nombreux élèves, un nombre décimal est pensé comme deux naturels autonomes séparés par une virgule, voire comme un seul naturel muni d'une virgule.

Ces conceptions peuvent avoir une origine de type épistémologique dans la mesure où les élèves vont prolonger naturellement sur les nombres décimaux certaines propriétés des entiers (règles d'action sur la comparaison, la multiplication…).

Mais les difficultés rencontrées peuvent aussi avoir une origine de type didactique et provenir du choix d'enseignement.

IV. Situations d’enseignement des décimaux

L'intérêt des décimaux est d'approcher d'aussi près que l'on veut n'importe quel nombre réel, avec des facilités de calcul que n'offrent pas d'autres nombres rationnels exprimés sous forme de fractions.

Les règles et propriétés régissant le fonctionnement des nombres décimaux ne sont pas obtenues par simple extension de celles relatives aux nombres entiers. En particulier, l'ensemble des nombres décimaux (et celui des rationnels) est dense : entre deux nombres décimaux on peut toujours trouver une infinité de nombres décimaux.

Les règles de comparaison des nombres décimaux sont spécifiques. Il ne suffit pas de comparer la longueur des écritures décimales pour comparer deux nombres : 7,5 est par exemple plus grand que 7,315.

Les calculs effectués sur les nombres décimaux ne produisent pas les mêmes « effets » qu'avec les nombres entiers : par exemple, la multiplication des nombres décimaux n'agrandit pas toujours : 3 x 0,5 est inférieur à 3.

Pour ces raisons, comme le précisent les programmes, les nombres décimaux doivent apparaître comme des nouveaux nombres.

Il est donc nécessaire de proposer dans les progressions sur ce thème des activités qui permettent aux élèves de prendre conscience :

- que les nombres décimaux permettent de résoudre des problèmes que les entiers ne permettent pas de résoudre de façon satisfaisante ;
- que les propriétés et les théorèmes qui sont valables dans le champ des entiers ne le sont pas nécessairement dans celui des décimaux et que ceux-ci vérifient d'autres propriétés.

Les écritures fractionnaires et décimales vont prendre du sens notamment :

- comme moyen d'exprimer le résultat d'un mesurage (de longueur, d'aire…) avec une seule unité ;
- comme moyen de graduer plus complètement la droite numérique ;
- en lien avec le système métrique ;
- comme moyen permettant d'approcher tout quotient d'entiers.

V. Exprimer le résultat d'un mesurage

Il s'agit d'exprimer le résultat d'un mesurage qui ne correspond pas à une valeur entière.

Exemple de situation permettant d'introduire les fractions à partir de la mesure de la longueur d'un segment obtenue à partir d'une unité de longueur donnée :

Chaque élève reçoit une feuille sur laquelle est tracé un segment à mesurer (A ou B). Ces segments sont de longueurs différentes. Chaque élève dispose d'une bande unité. L'utilisation du décimètre est interdite.

Segment A[2]

Segment B[3]

Bande unité

Chaque élève doit produire et transmettre un message (une information numérique) sur la longueur du segment dont il dispose en utilisant la bande unité, permettant à un autre élève, qui ne connaît pas ce segment, de tracer à son tour un segment de même longueur.

La comparaison de ces segments doit permettre la validation des tracés et des messages ainsi qu'une réflexion sur leur formulation.

[2] Environ 4 + ½ + ¼ unité.

[3] Environ 3 + ½ unité.

1. Procédures possibles

Les élèves sont confrontés à plusieurs problèmes successifs :

- mesurer en reportant la bande unité un nombre entier de fois, puis quand cela n'est plus possible utiliser par exemple des fractions de cette unité, qui peuvent être des moitiés, puis des quarts obtenus par pliage successifs ;
- écrire un message rendant compte du résultat obtenu ;
- reproduire un segment à partir d'un message communiqué par un autre élève ;
- comparer les productions (tracés de l'élève émetteur et de l'élève récepteur) et chercher les causes d'erreurs éventuelles.

Le message émis peut se limiter simplement à décrire ce qui a été fait : « J'ai reporté trois fois la bande et rajouté la moitié… ». Si le maître souhaite le recours à une écriture mathématique, il doit donner des consignes complémentaires dans ce sens.

Les erreurs constatées à partir de la comparaison des productions peuvent provenir du producteur de message, soit :

- lors de la mesure du segment (s'il n'utilise que des valeurs entières ou a mal conçu le fractionnement de la bande unité, ou encore a provoqué des imprécisions dans les reports des longueurs) ;
- lors de la production de son message qui peut être incompréhensible, incomplet ou erroné (par exemple les dénominateurs et les numérateurs peuvent être ajoutées entre eux : 4 + 1/2 + 1/4 donnant 4 + 2/6).

Mais des erreurs peuvent aussi provenir de l'élève récepteur, dans l'interprétation du message ou dans le report des longueurs pour le tracé.

2. Variables didactiques

Dans cette situation les variables didactiques portent essentiellement sur la valeur relative de la longueur à mesurer (l) et de la bande unité (u).

- Première variable : la longueur u de la bande unité

  Si la bande unité est très petite, l'élève se contentera d'une valeur entière, reportera simplement la bande unité et ne pourra pas exprimer le résidu de façon précise (autrement que, éventuellement, par la moitié).

- Deuxième variable : le rapport entre l et u

  - Si la longueur l est obtenue en reportant n fois l'unité de longueur u (l = n x u), la solution est entière, il n'y a pas de recours aux fractions.

- Si la longueur l n'est pas un multiple de u, il est nécessaire, en théorie, d'avoir recours à des nombres différents des entiers pour exprimer ce rapport (fractions ou décimaux), mais ceci peut ne pas apparaître de façon évidente aux élèves.

  Si u est très petit par rapport à la longueur l, les élèves négligeront plus facilement de mesurer le résidu après avoir reporté u de nombreuses fois. Si le rapport des deux longueurs est plus grand, il faut s'intéresser à la longueur du résidu (obtenu après avoir fait le report d'un nombre entier de fois de la bande unité).

- Troisième variable : le rapport entre le résidu et la longueur u de la bande unité

  Si la longueur du résidu est :

  - voisine de la longueur de l'unité, des élèves peuvent être amenés à négliger la différence et à assimiler le résidu à une bande unité (à ajouter une unité entière) ;
  - très petite par rapport à la longueur de l'unité, il y a le risque de la négliger ;
  - voisine de la moitié de la longueur de l'unité, les élèves n'affineront peut-être pas leurs propositions.

  Dans les autres cas, il peut y avoir des procédés de pliages successifs de la bande unité : 1/2, 1/4, 1/8... ou dans certains cas si un pliage en deux est trop grand et en quatre trop petit, les élèves peuvent faire des pliages en trois.

- Quatrième variable : la largeur de la bande unité

  Les bandes unités doivent toutes avoir la même longueur. Leurs largeurs sont différentes pour que les élèves n'utilisent pas la largeur de la bande comme unité complémentaire.

  Une variante de cette situation consiste, plutôt que de fournir aux élèves des segments déjà dessinés, à les faire tracer par les élèves eux-mêmes. Dans ce cas :

  - si la bande unité est donnée avant de leur demander de dessiner le trait, les élèves risquent de la reporter pour tracer leur trait ; ils n'auront plus alors besoin d'autres nombres que les entiers pour exprimer la mesure de ce segment ;
  - si la bande unité est donnée après qu'ils aient dessiné un trait, la longueur du trait a de fortes chances de ne pas correspondre à une mesure entière ; ils auront donc besoin des fractions.

3. Propriétés abordées et passage à la fraction décimale

   A partir de cette signification des fractions, les élèves pourront constater l'égalité de certaines expressions relatives à des mêmes mesures et donc des égalités entre des écritures simples (comme 1/4 + 1/4 = 2/4 = 1/2), puis être amenés à effectuer des calculs portant sur la somme de plusieurs fractions (de même dénominateur), ainsi que la somme de ces fractions avec des nombres entiers.

   La poursuite du travail peut porter sur les fractions décimales avec lesquelles les calculs sont plus simples, les dénominateurs étant des puissances de 10 (à partir du partage en 10, puis en 100, en 1 000, ... de l'unité).

   Les écritures décimales permettent ensuite de simplifier l'écriture des fractions décimales, tout en donnant une signification à chacun des chiffres d'un nombre décimal : 4,37 est une autre signification pour 4 + 3/10 + 7/100.

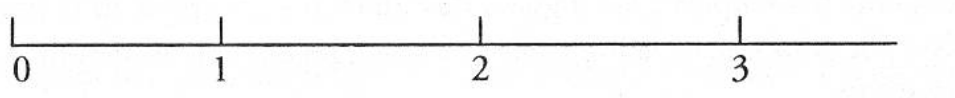
   Dans ces situations, la fraction a/b représente a fois la « b-ième » partie de l'unité.

VI. Graduer la droite numérique

Les décimaux et les fractions permettent, beaucoup mieux que les entiers, de repérer les points situés sur une droite graduée. Plusieurs activités peuvent être proposées dans ce sens.

- On peut demander à placer un point sur un axe gradué dont la distance à l'origine est exprimée sous forme de fraction.

  Exemple de situation : Placer 7/4 (ou une expression du type 1 + 3/4) sur la droite graduée ci-dessous :



- On peut aussi faire graduer un segment en prenant comme unité la longueur totale de ce segment.

  On peut ensuite placer sur la droite graduée en dixièmes, centièmes,... des points associés à des fractions décimales et en déterminer les écritures décimales. Cela permet d'étendre ainsi l'équivalence des écritures fractionnaires et de certaines écritures décimales. La droite graduée peut servir de référent pour les questions relatives à l'ordre ou à l'intercalation.

VII. Relations avec les mesures et le système métrique

Un travail en relation avec les systèmes d'unités de mesure permet ensuite d'utiliser dans de nouveaux contextes les nombres décimaux en exprimant avec ces nombres des mesures formulées auparavant sous la forme d'expressions complexes faisant intervenir plusieurs unités. Il s'agit de permettre de recoder des mesures de longueurs, de surfaces, de masses, ou de durées avec les écritures décimales, en s'appuyant éventuellement sur les fractions décimales. Ce travail peut porter en particulier sur :

- La mesure des longueurs ou des masses, puisque le système métrique usuel est fondé sur des relations décimales entre les unités : 1 dm = 1/10 m, 1 dam = 10 m.

  Ainsi 6 m 2 dm 7 cm = 6 m + 2/10 m + 7/100 m = 6,27 m.

  Cette équivalence peut être intéressante pour toute une série de problèmes tels que trouver le prix de 2,750 kg à 13 € le kg, que les élèves peuvent interpréter comme 2 kg 750 g, puis en utilisant la proportionnalité :

  2 kg ð 26 €

  500 g ð 6,50 €

  250 g ð 3,25 €

  donc 2,750 kg coûtent 35,75 €

  Dans le premier cas on peut procéder par itération ; dans le second, comme il n'y a plus un nombre entier d'itérations, il faut mettre en place des procédures s'appuyant sur la linéarité.

  Les procédures peuvent être des procédures personnelles (par exemple 0,25 c'est 1/4) ou des procédures standard (reconnaissance de la multiplication).

- La mesure des aires, en utilisant les différentes unités du système métrique, est plus complexe (les relations entre ces unités sont du type 1/100) et sera plutôt travaillée au collège.

VIII. Approcher le quotient de deux entiers

Des problèmes, tels que la recherche de la longueur obtenue en partageant un fil de 169 m, en 52 morceaux identiques (le quotient 3,25 est un nombre décimal), ou en partageant 169 m en 37 morceaux identiques (le quotient n'est pas un nombre décimal mais peut être approché au $1/10^{\text{ème}}$, au $1/100^{\text{ème}}$, ...), permettent aux élèves de comprendre que les nombres décimaux fournissent des résultats aussi précis que l'on veut pour la valeur du quotient.

IX. Conclusion

La plupart des approches actuelles, prenant en compte la nécessité d'introduire les nombres décimaux comme de nouveaux nombres, commencent par un travail sur les fractions.

Les enjeux essentiels sont de mettre en évidence les points suivants :

- les entiers sont insuffisants pour résoudre certains problèmes ;
- les décimaux sont des nombres qui permettent de résoudre certains de ces problèmes ;
- les règles de comparaison propres aux décimaux ne sont pas les mêmes que sur les entiers ;
- entre deux décimaux on peut toujours en intercaler autant qu'on veut ;
- la notion de successeur n'a pas de sens ;
- chaque chiffre de l'écriture décimale a une signification précise par rapport à l'unité en fonction de sa place dans l'écriture ;
- le sens de certaines opérations est à reconsidérer, notamment la multiplication et la division (tout quotient peut être approché d'aussi près que l'on veut).