

## Une approche de la modélisation

Je vous propose ici une activité tirée des moyens d'enseignement romands de mathématiques, qui permet de travailler la mesure, mais aussi une première approche de la notion de périmètre. Toutefois, la séance que je vous propose ici consiste à aller plus loin avec les élèves, et à les amener à une modélisation.

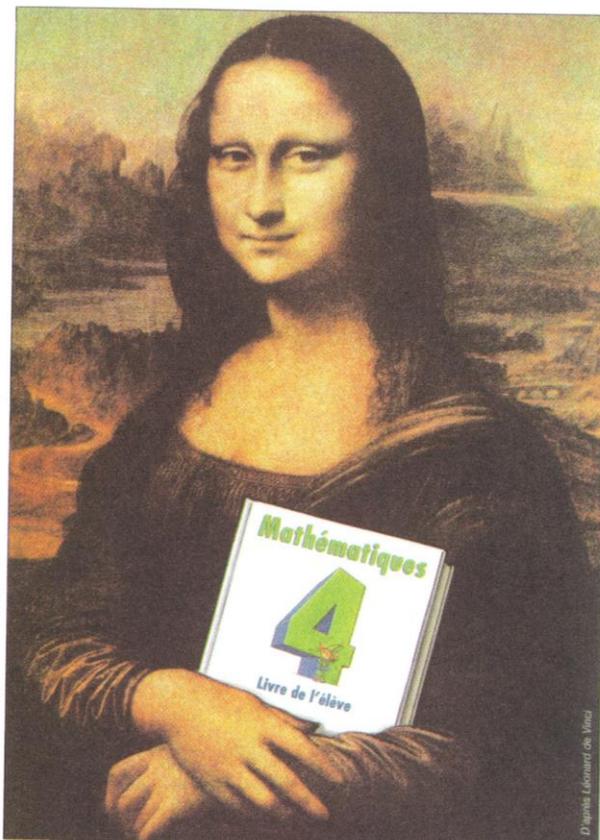
### Encadrement

#### Consigne pour 2 élèves

Matériel: bande de papier de 1 cm de large

Il faut placer des bandes de papier de 1 cm de large pour encadrer ce tableau. Les bandes doivent toucher exactement le bord du tableau et ne pas se superposer.

- Commander par écrit la longueur totale de bande nécessaire.
- Découper la bande reçue et la placer. Toute la bande reçue doit être utilisée.



## Analyse des contenus

Cette activité permet aux élèves de travailler sur la notion de périmètre tout en manipulant. Cependant, une telle activité demande également à l'élève d'anticiper son résultat. Aussi, elle consiste à amener les élèves à une modélisation. Avant d'arriver à cette modélisation, qui est l'objectif final de la séance proposée ci-après, les élèves vont faire des calculs, puis commander une longueur de bande, puis fabriquer leur cadre. Le milieu est rétroactif puisque l'élève, en collant sa bande, verra par lui-même si sa commande était correcte ou non.

Il y a différents types de cadres possibles. Certains peuvent être acceptés par l'enseignant, d'autres pas. Certains seront même exclus car ils ne respectent pas la consigne. Chaque type de cadre correspond à un calcul. Or, il est possible que les élèves fasse un calcul mais ne découpent pas leur bande en fonction de ce dernier. Dans ce cas, ils obtiendront un cadre différent, et il sera difficile de parvenir à la modélisation. Aussi, il est important pour l'enseignant de préciser aux élèves de découper leur bande de la même façon qu'ils ont réalisé leur calcul.

La modélisation qui me semble la plus simple à comprendre, et surtout à utiliser si les dimensions changent, est la suivante :

$$L_B = P + 4 \times l_B$$

Avec :  $L_B$  = Longueur de la bande

$P$  = Périmètre du tableau

$l_B$  = Largeur de la bande

Je vais maintenant dresser une liste des différents types de cadres que l'on pourrait rencontrer dans une classe, que je mettrai en lien avec le calcul correspondant. De plus, pour chaque type de cadre répondant à la consigne, je prouverai que le calcul correspondant revient à la modélisation ci-dessus, afin de faciliter votre mise en commun finale. Cependant, cette liste n'est pas exhaustive.

### Remarque :

Ici, la longueur du tableau est de 15,5 cm, et la largeur de 11 cm. Le périmètre vaut donc 53 cm. Libre à vous d'adapter les calculs en fonction des mesures trouvées dans votre classe.

### **Type de cadre 1 :**



Ce type de cadre correspond au calcul suivant :

$$11 \text{ cm} + 11 \text{ cm} + 15,5 \text{ cm} + 15,5 \text{ cm} = 53 \text{ cm}$$

Ce calcul correspond à celui du périmètre. Un élève qui ferait ce type de cadre n'aurait pas tenu compte de la largeur de la bande de 1 cm.

Ce cadre ne peut être accepté puisqu'il n'est pas continu.

### Type de cadre 2 :



Ce type de cadre correspond au calcul suivant :

$$[(11 \text{ cm} + 2 \text{ cm}) \times 2] + [15,5 \text{ cm} \times 2]$$

L'élève qui fait ce cadre augmente les largeurs de 2 cm car il prend en compte la largeur de la bande qui est de 1 cm.

Ce cadre est donc accepté et correspond à la modélisation suivante :

$$L_B = [(l_{\text{tab}} + 2 l_B) \times 2] + 2 L_{\text{tab}} \text{ que l'on peut écrire comme ceci :}$$

$$L_B = l_{\text{tab}} \times 2 + L_{\text{tab}} \times 2 + 4 \times l_B = \boxed{P + 4 \times l_B}$$

### Type de cadre 3 :



Ce type de cadre correspond au calcul suivant :

$$[(15,5 \text{ cm} + 2 \text{ cm}) \times 2] + [11 \text{ cm} \times 2]$$

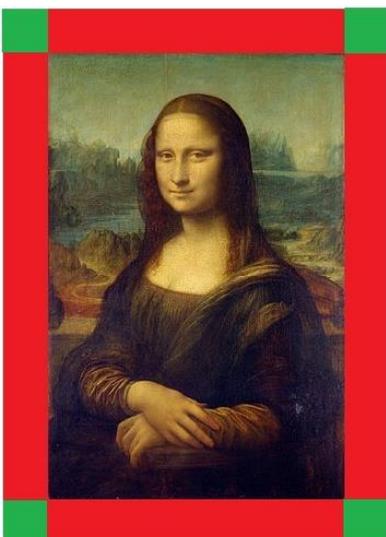
L'élève qui fait ce cadre augmente les longueurs de 2 cm car il prend en compte la largeur de la bande qui est de 1 cm.

Ce cadre est donc accepté et correspond à la modélisation suivante :

$$L_B = [(L_{\text{tab}} + 2 l_B) \times 2] + 2 l_{\text{tab}} \text{ que l'on peut écrire comme ceci :}$$

$$L_B = L_{\text{tab}} \times 2 + l_{\text{tab}} \times 2 + 4 \times l_B = \boxed{P + 4 \times l_B}$$

### Type de cadre 4 :



Ce type de cadre correspond au calcul suivant :

$$[(15,5 \text{ cm} + 11 \text{ cm}) \times 2] + [1 \text{ cm} \times 4]$$

L'élève qui fait ce cadre calcul d'abord le périmètre puis ajoute 4 carrés de 1 cm de côté pour tenir compte de la largeur de la bande.

Ce cadre est donc accepté et correspond à la modélisation suivante :

$$L_B = [(L_{\text{tab}} + l_{\text{tab}}) \times 2] + 4 l_B \text{ que l'on peut écrire comme ceci :}$$

$$L_B = \boxed{P + 4 \times l_B}$$

### Type de cadre 5 :



Ce type de cadre correspond au calcul suivant :

$$(15,5 \text{ cm} + 1 \text{ cm}) \times 2 + (11 \text{ cm} + 1 \text{ cm}) \times 2$$

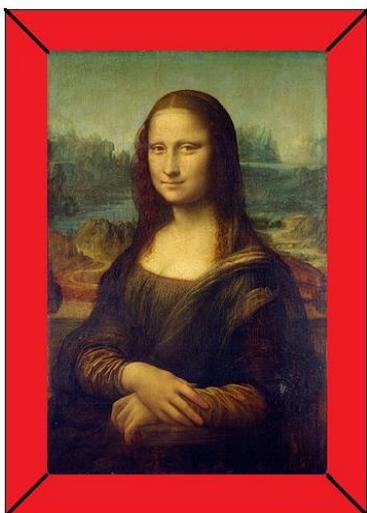
L'élève qui fait se cadre augmente chaque longueur et chaque largeur de 1 cm pour tenir compte de la largeur de la bande.

Ce cadre est donc accepté et correspond à la modélisation suivante :

$L_B = (L_{\text{tab}} + l_B) \times 2 + (l_{\text{tab}} + l_B) \times 2$  que l'on peut écrire comme ceci :

$$L_B = L_{\text{tab}} \times 2 + l_{\text{tab}} \times 2 + 4 \times l_B = \boxed{P + 4 \times l_B}$$

### Type de cadre 6 :



Ce cadre ne peut pas être accepté car pour le fabriquer, l'élève doit obligatoirement avoir recours à la superposition ou doit avoir des chutes. Or, dans la consigne, il est précisé que toute la bande doit être utilisée (il ne doit donc pas y avoir de chutes), et que la superposition des bandes est interdite.

Ce cadre ne sera donc pas accepté puisqu'il ne répond pas aux critères présents dans la consigne.

Comme je l'ai dit plus haut, cette liste de cadre n'est pas exhaustive. Cependant, elle nous donne un premier aperçu des types de cadres que les élèves pourraient faire. Bien sûr, certains types de cadres peuvent se décliner différemment, mais la modélisation restera la même. Aussi, comme je l'ai précisé au début, il sera demandé aux enfants de découper leur bande en fonction de leur calcul. De ce fait, nous ne devrions pas voir apparaître le type de cadre ci-contre. Cette consigne est très importante car c'est en partie grâce à elle que les élèves parviendront le plus facilement à la modélisation.



## Proposition de séquence

Les différentes étapes ne sont pas à faire le même jour. J'ai fait le choix de ne pas donner de durée pour chaque étape, car elle va varier en fonction du niveau des élèves, des questions posées, de leur compréhension du problème, de leurs besoins etc.

Matériel nécessaire (étapes 1 à 7) : une longue bande de papier de 1 cm de largeur ; les fiches élèves « Encadrement » (FE 65) ; règle ; colle ; ciseaux ; cahier de mathématiques.

### 1. *Lecture collective de la fiche*

### 2. *Discussion sur le terme « encadrer »*

L'enseignant demande aux élèves ce qu'ils pensent que veut dire le mot « encadrer ». Ils se mettent d'accord sur la définition d'un cadre : un cadre doit être continu, et se trouver à l'extérieur du tableau. Il est également important de reprendre les critères présents dans la consigne : le cadre doit toucher le bord du tableau, et il ne peut pas y avoir de superposition.

### 3. *Retour sur la consigne*

L'enseignant demande aux élèves de reformuler la consigne. Il insiste sur les critères concernant la bande (toute la bande doit être utilisée, il ne peut y avoir de déchet). Il répond aux éventuelles questions restantes.

### 4. *Premier temps de travail par deux*

L'enseignant donne la consigne suivante : « Maintenant, vous prenez vos cahiers de maths et vous vous mettez par deux. La bande de papier pour encadrer est vers moi. Quand vous avez trouvé la longueur de bande dont vous avez besoin pour le cadre, vous l'écrivez sur votre cahier. Vous venez ensuite vers moi pour que je vous donne la longueur de bande écrite. Vous faites un cadre sur une de vos feuilles et vous le collez. Vous m'appellez une fois le cadre collé. ». Pour le moment, l'enseignant n'est pas obligé d'insister sur la manière de coller le cadre (couper la bande en fonction du calcul réalisé). Cette précision pourra venir après la première mise en commun.

### 5. *Première mise en commun*

L'enseignant ramasse un échantillon de travaux d'élèves. Il fait attention à sélectionner différents types de cadres afin de pouvoir en discuter collectivement. Pendant cette mise en commun, l'enseignant peut demander aux enfants quelles ont été les difficultés rencontrées (pas de prise en compte de la largeur de la bande dans les calculs etc.). Ils pointent avec eux les différents cadres, invalide ceux qui ne correspondent pas à la consigne, valide les autres. Il demande ensuite à quelques groupes dont les cadres ont été choisis, de donner le calcul qu'ils ont fait. Il fait alors observer aux élèves que le cadre correspond réellement au calcul effectué (la bande a été découpée en fonction du calcul), ou non. Il leur explique ce qu'il attend d'eux pour le deuxième temps de travail : les élèves devront découper la bande en fonction du calcul qu'ils auront fait. Si aucun des exemples exposés au tableau noir ne respecte cette précision, alors l'enseignant peut faire un dessin au tableau pour illustrer cette nouvelle consigne. Pour finir, les élèves et l'enseignant se mettent d'accord sur les

dimensions du tableau de la Joconde (15,5 x 11 cm) afin que tout le monde ait les mêmes mesures.

6. *Deuxième temps de travail par deux*

Les élèves utilisent maintenant la deuxième fiche qui leur reste (puisque chaque élève avait une fiche, et qu'une seule des deux fiches n'a été utilisée). Ils doivent bien faire attention en découpant la bande, pour que le cadre créé corresponde parfaitement à leur calcul. Cette étape est primordiale pour parvenir plus facilement à la modélisation. Ils doivent également utiliser les dimensions du tableau acceptées par tout le groupe.

7. *Deuxième mise en commun*

L'enseignant re-sélectionne quelques fiches, et les affiche au tableau noir. À côté de chaque cadre, il écrit le calcul correspondant. L'enseignant demande aux enfants à quoi correspondent les nombres dans leurs calculs (largeur de la bande, du tableau, longueur de la bande etc.) afin de les amener vers une modélisation. Ainsi, il est inscrit au tableau différentes modélisations correspondant chacune à un type de cadre. Ces traces écrites doivent rester pour les prochaines activités. Aussi, il est peut-être préférable de les écrire sur des papiers java.

Matériel nécessaire (étapes 8 et 9) : une longue bande de 2 cm de largeur et une autre de 3,2 cm de largeur ; des photocopies de la fiche « Encadrement ».

8. *Nouvelles manipulations*

L'enseignant explique aux enfants qu'ils vont refaire la même activité mais avec des bandes plus larges. Ils seront toujours par 2, mais la moitié des groupes aura une bande de 2 cm de large, l'autre moitié une bande de 3,2 cm de large. Il leur donne la consigne suivante : « Vous allez vous mettre par 2. Ces groupes-là (il désigne les élèves), vous allez avoir une bande de 2 cm de large pour encadrer la Joconde. Les autres (il désigne les élèves), vous allez avoir une bande de 3,2 cm de large. Comme la dernière fois, vous devez faire votre commande à l'écrit, et coller votre cadre. Faites attention à bien découper votre bande en fonction de votre calcul, comme je vous l'avez fait pour la première activité. ».

9. *Institutionnalisation*

L'enseignant reprend les différentes modélisations toujours écrites au tableau noir (ou sur papier java). Chaque groupe essaie de placer son cadre à côté de la modélisation qui lui correspond. De la même façon qu'à l'étape 7, il demande aux enfants à quoi correspondent chaque nombre dans leurs calculs. La largeur de bande de 1 ou de 2 cm n'est peut-être pas facile à repérer. C'est pourquoi j'ai proposé de travailler avec une bande de 3,2 cm de large pour que les élèves puissent plus facilement la différencier dans le calcul. De même, je conseille à l'enseignant de garder les unités dans les calculs, ce qui les rendra certainement plus compréhensibles pour les enfants, même si ce n'est pas correct mathématiquement parlant.

Après ce travail, l'enseignant prouve que tous les calculs reviennent à la modélisation suivante :

$$L_B = P + 4 \times l_B$$

Ceci est la modélisation qui me semble la plus simple à réutiliser par les élèves. C'est pour cette raison qu'il serait bien que tous les élèves comprennent que leur calcul n'est pas faux, mais que cette façon de l'écrire est plus utile.

Matériel nécessaire (étape 10) : chaque élève reçoit une fiche d'exercices (à créer).

#### 10. *Travail individuel sur papier*

L'enseignant fait un bref rappel (si nécessaire) de ce qui a été institutionnalisé précédemment. Il distribue une fiche d'exercices aux élèves qu'ils doivent réaliser individuellement. Cette fiche sert de prolongement et d'approfondissement à l'activité principale.

Je n'ai pas encore créé la fiche en question, mais il y aurait plusieurs exercices : un exercice consisterait par exemple à passer une commande pour un tableau de même périmètre que celui de la Joconde (53 cm), avec une bande de 4 cm de large puis de 10 cm de large. Un autre exercice pourrait proposer de passer une commande pour un tableau d'un périmètre différent de celui de la Joconde, et de largeurs de bandes variables. Cet exercice demanderait à l'élève d'avoir compris à quoi correspond chaque item présent dans la modélisation finale, et de ne pas appliquer cette modélisation sans la comprendre.