

Les probabilités

I. Expérience aléatoire

Définition : Une expérience aléatoire est une expérience dont le résultat est uniquement dû au hasard.

Exemple : lancer de dé ; tirage d'une carte

Remarque : dans le lancer de dé, chaque résultat d'une expérience ne dépend pas des résultats des expériences précédentes.

Définition : Chaque résultat possible d'une expérience aléatoire est une issue de l'expérience.

Exemple : Il y a 6 issues au lancer de dé : 1, 2, 3, 4, 5 et 6.

II. Evènements

Définition : Un évènement est une condition qui, selon l'issue de l'expérience aléatoire, est réalisée ou n'est pas réalisée.

Remarque : Un évènement est réalisé par aucune, une ou plusieurs issue(s) de l'expérience.

Exemple : on effectue l'expérience aléatoire suivante :

On fait tourner la roue de la loterie ci-contre :

On note le secteur désigné par la flèche une fois la roue arrêtée. Cette expérience aléatoire admet 4 issues :

Rouge 1, Rouge 2, Rouge 3, Jaune 2.

L'évènement « obtenir 4 » n'est réalisé par aucune issue.

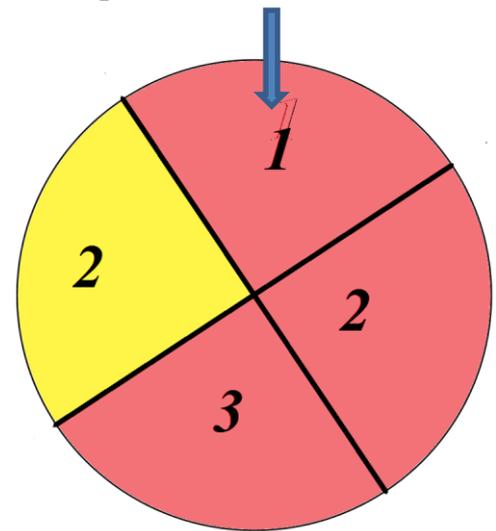
L'évènement « obtenir la couleur jaune » est réalisé par une issue : Jaune 2.

L'évènement « obtenir 2 » est réalisé par deux issues :

Jaune 2 et Rouge 2.

Définition : Un évènement élémentaire est un évènement qui ne peut être réalisé que par une seule issue.

Exemple : « obtenir 3 » est un évènement élémentaire, mais « obtenir du rouge » ne l'est pas.



III. Probabilité d'un évènement

1. Notion de probabilité

Propriétés :

P1) Une probabilité est un nombre compris entre 0 et 1 ;

P2) Un évènement dont la probabilité est nulle est un évènement impossible ;

P3) Un évènement dont la probabilité est égale à 1 est un évènement certain ;

P4) La somme des probabilités d'obtenir chaque issue est 1.

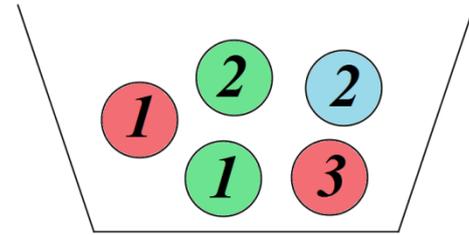
Notation : On désigne souvent les évènements par des lettres comme A, B, C...

2. Equiprobabilité

Définition : Pour une expérience aléatoire, lorsque tous les évènements élémentaires ont la même probabilité, on dit qu'il s'agit d'une situation d'équiprobabilité.

Exemple : Une urne contient 5 boules indiscernables au toucher, et toutes différentes. On tire au hasard une boule de l'urne.

Les boules étant indiscernables au toucher, chaque boule a la même probabilité d'être tirée.



Propriété : Dans une situation d'équiprobabilité, la probabilité d'un évènement est égale au quotient du nombre d'issues qui réalisent l'évènement par le nombre total d'issues.

Exemple Pour l'expérience aléatoire de l'urne ci-dessus, il s'agit d'une équiprobabilité qui admet 5 issues.

Donc : $P(\text{Rouge } 1) = P(\text{Rouge } 3) = P(\text{Vert } 1) = P(\text{Vert } 2) = P(\text{Bleu } 2)$

L'évènement I « obtenir un nombre impair » est réalisé par 3 issues,

$$\text{Donc : } P(I) = \frac{3}{5}$$

← Nombre d'issues qui réalisent l'évènement
← Nombre total d'issues

3. Evénements contraires

Propriété : L'évènement contraire d'un évènement A se note *non A* ou \bar{A} . L'évènement *non A* est réalisé lorsque l'évènement A n'est pas réalisé. On a :

$$P(\text{non } A) = P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

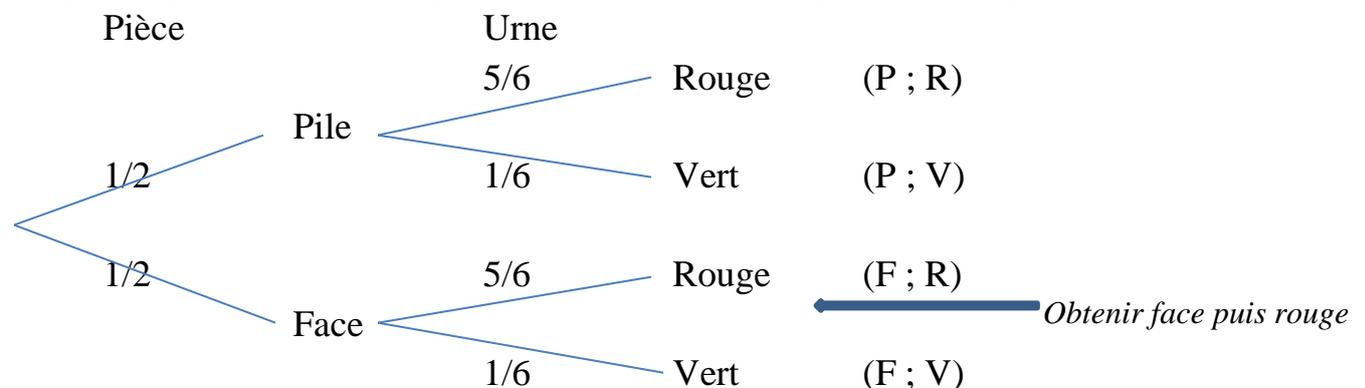
Exemple : les évènements P « obtenir un nombre pair » et I « obtenir un nombre impair » sont des évènements contraires.

$$\text{Donc : } P(P) = 1 - P(I) = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$

IV. Utilisation d'un arbre

Exemple : On lance une pièce puis on tire une boule dans une urne contenant 5 boules rouges et une verte.

On peut représenter cette expérience à deux épreuves par un arbre pondéré.



Propriété : Dans un arbre pondéré, la probabilité de l'évènement auquel conduit un chemin est égal au produit des probabilités rencontrées le long de ce chemin.

$$\text{Exemple : } P((F; R)) = \frac{1}{2} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{12}$$