

La technique opératoire de la multiplication ...

Saint Martin d'Hères
Novembre 2007

Gérard Gerdil-Margueron, IUFM de Grenoble, INRP-ERMEL

Approche de l'opération

Avant d'étudier une technique opératoire, il est nécessaire d'introduire l'opération en résolvant des problèmes.

La construction du sens de la multiplication va s'appuyer sur l'addition au travers de situations d'itération.

Ainsi, la situation « le jeu des enveloppes » (Ermel CE1) permet d'utiliser l'addition répétée dans un contexte ordinal (« je tire n enveloppes contenant p jetons chacune. Combien ai-je de jetons ? »).

Elle permet d'introduire les écritures multiplicatives mais aussi d'initier la construction du répertoire multiplicatif, de percevoir la commutativité de l'opération.

Gérard Gerdil-Margueron, IUFM de Grenoble, INRP-ERMEL

Approche de l'opération

D'autres situations (comme « les factures » Ermel CE1) permettront :

- de percevoir l'intérêt de la multiplication quand le nombre d'itérations augmente,
- de prendre conscience de l'intérêt de la calculatrice pour l'obtention de certains produits,
- de découvrir des problèmes de recherche de quotient par essais multiplicatifs (calcul mental ou calculatrice)...

Quand les élèves auront acquis une confiance suffisante dans l'emploi de la multiplication et de l'écriture associée, il sera temps d'envisager l'apprentissage de la technique opératoire !

Gérard Gerdil-Margueron, IUFM de Grenoble, INRP-ERMEL

Multiplier par un nombre à un chiffre

« Les compétences relatives aux techniques opératoires sont inséparables de la résolution de problèmes : l'élève doit acquérir une bonne aptitude à organiser ses calculs, sans nécessairement toujours utiliser le procédé le plus court » (document d'application des programmes du cycle 3)

Cette technique opératoire repose sur :

- les principes de la numération décimale ;
- la connaissance des produits des nombres à un chiffre (tables) ;
- la commutativité de la multiplication et la distributivité de la multiplication sur l'addition ($27 \times 6 = 7 \times 6 + 20 \times 6$).

Gérard Gerdil-Margueron, IUFM de Grenoble, INRP-ERMEL

Exemple de problèmes pour approcher cette technique opératoire

- « Les élèves de CE1 sautent à la corde dans la cour de l'école. Julien, le maître du jeu lance des défis : Romain, es-tu capable de faire 7 séries de 50 sauts ? Tom, es-tu capable de faire 5 séries de 70 sauts ? Alice, es-tu capable de faire 10 séries de 35 sauts ? Tous les trois réussissent. Lequel des trois a fait le plus de sauts ? »
- « Le maître de GS distribue des gommettes. Il donne 37 gommettes à chacun des 8 enfants. Combien a-t-il donné de gommettes ? ». Ou « Le maître de GS distribue des gommettes. Dans son paquet, les gommettes sont placées sur des planches de 10 gommettes. Il donne 37 gommettes à chacun des 8 enfants. Combien a-t-il donné de gommettes ? »

Gérard Gerdil-Margueron, IUFM de Grenoble, INRP-ERMEL

Des étapes possibles...

- $37 \times 8 = ?$

$$\begin{aligned} 10 \times 8 &= 80 ; 7 \times 8 = 56 \\ 37 \times 8 &= 80 + 80 + 80 + 56 \\ 37 \times 8 &= 296 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 37 \\ \times 8 \\ \hline 56 \leftarrow 7 \times 8 \\ + 80 \leftarrow 10 \times 8 \\ + 80 \leftarrow 10 \times 8 \\ + 80 \leftarrow 10 \times 8 \\ \hline = 296 \end{array}$$

Gérard Gerdil-Margueron, IUFM de Grenoble, INRP-ERMEL

Des étapes possibles...

Après un travail sur « la règle des zéros » (« nombres rectangulaires » Ermel CE1, « huit billes par jour » Ermel CE2), on arrive à :

$$30 \times 8 = 8 \times 30 = 8 \times 3 \times 10$$

Le passage à la dernière étape de la technique usuelle peut alors être présenté en parallèle, comme une commodité d'écriture, en identifiant bien ce qu'il advient du zéro de 240 et du 5 de 56.

$$\begin{array}{r} 37 \\ \times 8 \\ \hline 56 \leftarrow 7 \times 8 \\ + 240 \leftarrow 30 \times 8 \\ \hline = 296 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 37 \\ \times 8 \\ \hline = 296 \end{array}$$

Gérard Gerdil-Margueron, IUFM de Grenoble, INRP-ERMEL

Multiplier par un nombre à deux chiffres

- « Pour emmener les enfants du centre aéré durant une journée au parc Zebul, le directeur achète 45 billets à 39 euros. Combien paye-t-il ? ».

Billets Ermel CE2

- **Problème mathématique :**
 - quel est le produit de 39 par 45 ?

Gérard Gerdil-Margueron, IUFM de Grenoble, INRP-ERMEL

Un même problème pour différentes utilisations

Cas 1 : La technique est connue, il s'agit d'un simple **problème de réinvestissement** (CE2) dans une série de problèmes multiplicatifs ou dans une série de problèmes additifs ou multiplicatifs ;

Cas 2 : En enjolivant l'histoire pour arriver à un devis avec plusieurs éléments à acheter, un budget à équilibrer, on propose un **problème complexe** avec recours à l'addition, à la soustraction et à la multiplication ; Ce ne sera pas un problème ouvert car le contexte est suffisamment familier pour guider dans la procédure de résolution ;

Gérard Gerdil-Margueron, IUFM de Grenoble, INRP-ERMEL

Billets pour approcher la technique opératoire

- Cas 3: l'élève ne dispose pas de la technique opératoire de la multiplication ;
- C'est une situation-problème qui doit permettre de mettre en place cette technique opératoire :
 - l'élève peut s'engager dans la recherche ;
 - ses connaissances anciennes ne peuvent conduire qu'à des procédures coûteuses et peu sûres ;
 - la connaissance visée est l'outil le plus adapté pour résoudre le problème ;
 - validation : argumentation et si besoin calculatrice

Gérard Gerdil-Margueron, IUFM de Grenoble, INRP-ERMEL

Billets...connaissances initiales

- **Connaissances requises :**
 - Numération : valeur d'un chiffre suivant sa position dans le nombre
 - Addition
 - Multiplication : sens de l'opération, répertoire multiplicatif mémorisé, multiplication d'un nombre à deux chiffres par un nombre à un chiffre, multiplier un nombre par 10 (règle des zéros)

Gérard Gerdil-Margueron, IUFM de Grenoble, INRP-ERMEL

Billets...procédures observées

- Essai de procédures uniquement additives mais trop coûteux et abandon
- Essai de technique de multiplication par analogie avec l'addition
$$\begin{array}{r} 39 \\ \times 45 \\ \hline 195 \\ + 390 \\ \hline = 1755 \end{array}$$

 $5 \times 9 = 45$, je pose 5 et je retiens 4 ;
 $4 \times 3 = 12$; $12 + 4 = 16$; réponse 165
 $= 165$
- Utilisation des doubles pour trouver le coût de 2 billets, de 4, de 8, de 16, de 32 et utilisation de la décomposition diadique de 45 ($45 = 32 + 8 + 4 + 1$) et de règles implicites issues du modèle de la proportionnalité ;
- Utilisation des informations issues de la numération :
 - ($45 = 4 \times 10 + 5$) ; on sait calculer le coût de 10 billets et celui de 5 et on ajoute $390 + 390 + 390 + 390 + 195$;
 - Ou on cherche le coût de 4 paquets de 10 billets et on ajoute $1560 + 195$ (passage progressif par la multiplication par 40)

Gérard Gerdil-Margueron, IUFM de Grenoble, INRP-ERMEL

Des étapes possibles...

$$\begin{array}{r} 39 \\ \times 45 \\ \hline 195 \\ + 390 \\ + 390 \\ + 390 \\ + 390 \\ \hline =1755 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 39 \\ \times 45 \\ \hline 195 \\ + 1560 \\ \hline =1755 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 39 \\ \times 45 \\ \hline 195 \\ + 1560 \\ \hline =1755 \end{array}$$