# الحصر والمجالات

## 1) الحصر:

### ❖ حصر عدد حقيقي :

ليكن a و b العددين الحقيقيين بحيث $a\leq b$.
نقول أن العدد الحقيقي $x$ محصور بين a و b إذا كان $a\leq x$ و $x\leq b$ وتكتب $a\leq x\leq b$ نقول ان مدى هذا الحصر هو $b-a$.

### ❖ حصر مجموع عددين حقيقيين:

$a$ و $b$ و $c$ و $d$ أربعة أعداد حقيقية حيث: $a\leq b$ و $c\leq d$

❖ إذا كان $a\leq x\leq b$ و $c\in IR$ فإن $a+c\leq x+c\leq b+c$

❖ إذا كان $a\leq x\leq b$ و $c\in IR$ فإن $a-c\leq x-c\leq b-c$

❖ إذا كان $a\leq x\leq b$ و $c\leq y\leq d$ فإن $a+c\leq x+y\leq b+d$

### ❖ حصر جذاء عددين حقيقيين موجبين:

* $a$ و $b$ و $c$ و $d$ أربعة أعداد حقيقية موجبة حيث: $a\leq b$ و $c\leq d$
إذا كان $a\leq x\leq b$ و $c\leq y\leq d$ فإن
$a\,c\leq x\,y\leq b\,d$

ليكن $a$ و $b$ عددين حقيقيين لهما نفس العلامة بحيث $a\leq b$.

* إذا كان $a\leq x\leq b$ و $c\in IR_+^*$ فان $ac\leq cx\leq bc$

* إذا كان $a\leq x\leq b$ و $c\in IR_-^*$ فان $ac\geq cx\geq bc$

### ❖ الحصر والمقلوب :

إذا كان $a\neq 0$ و $b\neq 0$ عددين حقيقيين لهما نفس العلامة و $a\leq x\leq b$ فان $\frac{1}{a}\geq\frac{1}{x}\geq\frac{1}{b}$

### ❖ فارق الحصرين:

$a$ و $b$ و $c$ و $d$ أربعة أعداد حقيقية حيث: $a\leq b$ و $c\leq d$

❖ إذا كان $c\leq y\leq d$ فإن $-d\leq -y\leq -c$

❖ إذا كان $a\leq x\leq b$ و $c\leq y\leq d$ فإن $a-d\leq x-y\leq b-c$

$x-y=x+(-y)$

### ❖ مربع الحصر:

* $a$ و $b$ عددين حقيقيين موجبان
إذا كان $a\leq x\leq b$ فإن $a^2\leq x^2\leq b^2$

* $a$ و $b$ عددين حقيقيين سالبان
إذا كان $a\leq x\leq b$ فإن $a^2\geq x^2\geq b^2$

### ❖ جذر تربيعي الحصر:

إذا كان $a$ و $b$ عددين حقيقين موجبان و $a\leq x\leq b$ يعني $\sqrt{a}\leq\sqrt{x}\leq\sqrt{b}$

### ❖ الحصر والمقلوب :

إذا كان $a\neq 0$ و $b\neq 0$ عددين حقيقيين لهما نفس العلامة و $a\leq x\leq b$ فان $\frac{1}{b}\leq\frac{1}{x}\leq\frac{1}{a}$

## ❖ قسمة الحصرين:

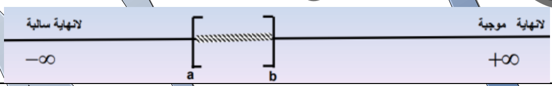
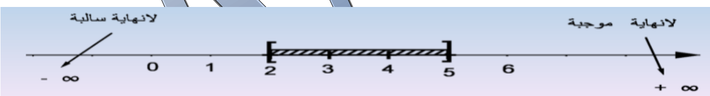
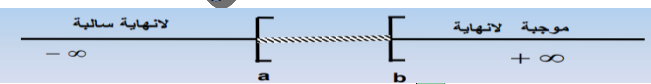
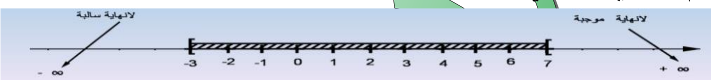
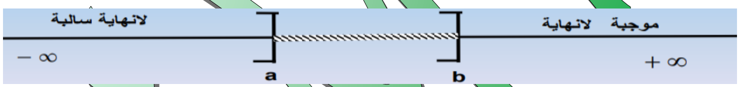
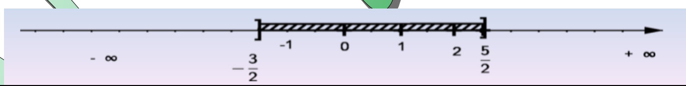
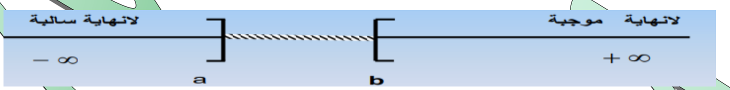
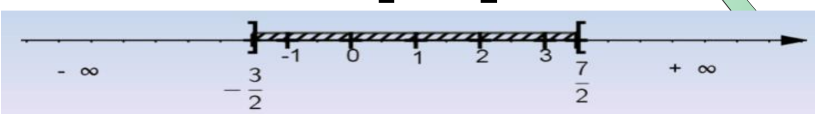
$a$ و $b$ و $c$ و $d$ أربعة أعداد حقيقية موجبة حيث : $a\le b$ و $c\le d$ و$c\neq0$ و$d\neq0$

❖ إذا كان $c\le y\le d$ فان $\frac{1}{c}\ge\frac{1}{y}\ge\frac{1}{d}$

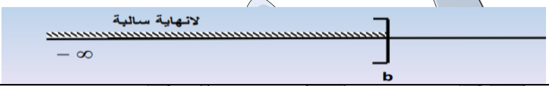
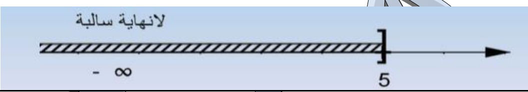
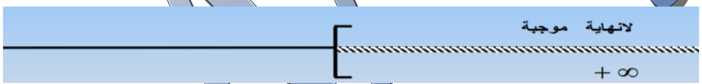
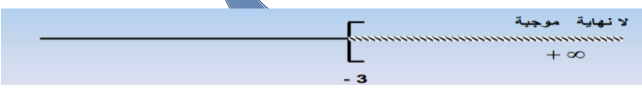
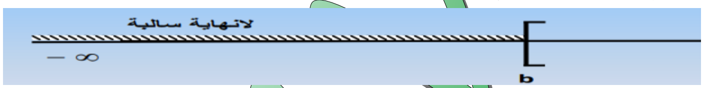
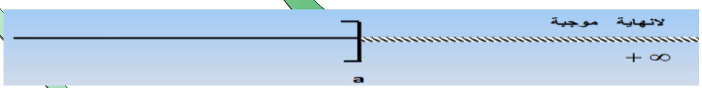
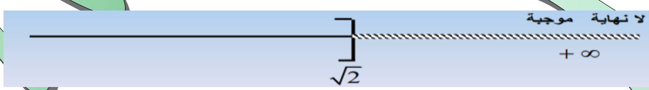
❖ إذا كان $a\le x\le b$ و $c\le y\le d$ فإن $\frac{a}{d}\le\frac{x}{y}\le\frac{b}{c}$ $\qquad \frac{x}{y}=x\times\frac{1}{y}$

## 2) المجالات في IR:

### أ. المجالات المحدودة: نعتبر $a$ و$b$ عددين حقيقيين بحيث $a<b$

| مجموعة الاعداد الحقيقية | المجال المحدود | التمثيل على مستقيم مدرج |
|---|---|---|
| $I=\{x\in IR/a\le x\le b\}$ | $I=[a,b]$ | ❖ هي المجال المغلق طرفاه a و b ونمثله على مستقيم العددي كما يلي :   |
| **مثال:** $I_1=\{x\in IR/2\le x\le 5\}=[2,5]$ | | ❖ المجال المغلق طرفاه 2 و 5 ونمثله على مستقيم العددي كما يلي :   |
| $J=\{x\in IR/a\le x<b\}$ | $J=[a,b[$ | ❖ المجال نصف المغلق على اليسار أونصف مفتوح علي اليمين طرفاه a و b ونمثله على مستقيم العددي كما يلي :   |
| **مثال:** $J_1=\{x\in IR/-3\le x<7\}=[-3,7[$ | | ❖ المجال نصف المغلق على اليسار أو نصف مفتوح علي اليمين و طرفاه -3 و 7 ونمثله على مستقيم العددي كما يلي :   |
| $k=\{x\in IR/a<x\le b\}$ | $k=]a,b]$ | ❖ المجال نصف المغلق على اليمين أو نصف مفتوح علي اليسار طرفا ه a و b ونمثله على مستقيم العددي كما يلي :   |
| **مثال:** $k_1=\left\{x\in IR/-\frac{3}{2}<x\le\frac{5}{2}\right\}=\left]-\frac{3}{2},\frac{5}{2}\right]$ | | ❖ المجال نصف المغلق على اليمين أو نصف مفتوح علي اليسار وطرفاه $\frac{3}{2}$ و $\frac{5}{2}$ ونمثله على مستقيم العددي كما يلي :   |
| $L=\{x\in IR/a<x<b\}$ | $L=]a,b[$ | ❖ المجال المفتوح طرفاه a و b ونمثله على المستقيم العددي كما يلي :   |
| **مثال:** $L=\left\{x\in IR/-\frac{3}{2}<x<\frac{7}{2}\right\}=\left]-\frac{3}{2},\frac{7}{2}\right[$ | | ❖ المجال المفتوح طرفاه $-\frac{3}{2}$ و $\frac{7}{2}$ ونمثله على المستقيم العددي كما يلي :   |

## ب. المجالات غير محدودة:

| مجموعة الاعداد الحقيقية | المجال غير المحدود | |
|---|---|---|
| $I=\{x\in IR/x\le b\}$ | $I=]-\infty,b]$ | ❖ المجال المغلق غير محدود على اليسار طرفه $b$ ونقرأ المجال مغلق لا نهاية سالبة و $b$ و نمثله على مستقيم العددي كما يلي :   |
| **مثال:** $I_1=\{x\in IR/x\le5\}=]-\infty,5]$ | | ❖ المجال المغلق غير محدود على اليسار طرفه 5 ونقرأ المجال مغلق لا نهاية سالبة و 5 ونمثله على المستقيم العددي كما يلي :   |
| $J=\{x\in IR/a\le x\}$ | $J=[a,+\infty[$ | المجال المغلق غير محدود على اليمين طرفه a ونقرأ المجال مغلق a لا نهاية موجبة و نمثله على مستقيم العددي كما يلي :   |
| **مثال:** $J_1=\{x\in IR/-3\le x\}=[-3+\infty[$ | | ❖ المجال المغلق غير محدود على اليمين طرفه 3- ونقرأ المجال مغلق3- لا نهاية موجبة ونمثله على المستقيم العددي كما يلي :   |
| $K=\{x\in IR/x<b\}$ | $k=]-\infty,b[$ | ❖ المجال المفتوح غير محدود على اليسار طرفه $b$ ونقرأ المجال مفتوح لا نهاية سالبةb ونمثله على المستقيم العددي كما يلي :   |
| **مثال:** $k_1=\left\{x\in IR/x<\frac{5}{2}\right\}=\left]-\infty,\frac{5}{2}\right[$ | | ❖ المجال المفتوح غير محدود على اليسار طرفه ونقرأ المجال المفتوح لا نهاية سالبة ونمثله على المستقيم العددي كما يلي :   |
| $L=\{x\in IR/a<x\}$ | $L=]a,+\infty[$ | ❖ المجال المفتوح غير محدود على اليمين طرفه a ونقرأ المجال المفتوح a لا نهاية موجبة و نمثله على مستقيم العددي كما يلي:   |
| **مثال:** $L=\{x\in IR/\sqrt{2}<x\}=]\sqrt{2},+\infty[$ | | ❖ المجال المفتوح غير محدود على اليمين طرفه ونقرأ المجال المفتوح $\sqrt{2}$ لا نهاية موجبة ونمثله على المستقيم العددي كما يلي :   |

❖ **مجالات غير المحدودة** : $IR_+=[0,+\infty[$ و $IR_-^*=]-\infty,0[$ و $IR_-=]-\infty,0]$ و
$IR_+^*=]0,+\infty[$ و $IR=]-\infty,+\infty[$

## 3) الحالات الخاصة :

### ❖ الحصر والقيمة المطلقة :

ليكن a عداد حقيقيا موجبا.

❖ $|x| \leq a$ يعني $x \in [-a, a]$ يعني $-a \leq x \leq a$

مثال: $|x| \leq 2$ يعني $x \in [-2, 2]$ يعني $-2 \leq x \leq 2$

❖ $|x| < a$ يعني $x \in ]-a, a[$ يعني $-a < x < a$

مثال : $|x| < \sqrt{2}$ يعني $x \in ]-\sqrt{2}, \sqrt{2}[$ يعني $-\sqrt{2} < x < \sqrt{2}$

❖ $|x| \geq a$ يعني $x \in ]-\infty, -a] \cup [a, +\infty[$ يعني $a \leq x$ أو $x \leq -a$

مثال : $|x| \geq 3$ يعني $x \in ]-\infty, -3] \cup [3, +\infty[$ يعني $3 \leq x$ أو $x \leq -3$

❖ $|x| > a$ يعني $x \in ]-\infty, -a[ \cup ]a, +\infty[$ يعني $a < x$ أو $x < -a$

مثال : $|x| > \frac{7}{3}$ يعني $x \in \left]-\infty, -\frac{7}{3}\right[ \cup \left]\frac{7}{3}, +\infty\right[$ يعني $\frac{7}{3} < x$ أو $x < -\frac{7}{3}$

❖ $I = \{x \in \mathbb{R} / |x| \leq a\} = [-a, a]$

❖ $J = \{x \in \mathbb{R} / |x| < a\} = ]-a, a[$

❖ $K = \{x \in \mathbb{R} / |x| \geq a\} = ]-\infty, -a] \cup [a, +\infty[$

❖ $L = \{x \in \mathbb{R} / |x| > a\} = ]-\infty, -a[ \cup ]a, +\infty[$