

Exercice 1 [Linéarité de la moyenne]

En 2014, Morgane a planté neuf pommiers dans son jardin. Durant l'été 2018, elle a relevé la masse (en kilogramme) de pommes sur chaque arbre : 9,7 - 11,2 - 12,4 - 13,9 - 15 - 14,7 - 16,1 - 17,1 - 14,1

- a) Calculer la masse moyenne de pommes sur un arbre.
 b) L'été suivant, la production de chaque arbre a augmenté de 50%. Calculer la masse moyenne de pommes sur un arbre.
 c) Morgane a lu que la production de chaque arbre augmente de 20 kg entre la 5^{ème} et la 6^{ème} année. Quelle masse moyenne de pommes sur un arbre peut-elle prévoir en 2020 ?

$$a) m_{2018} = \frac{9,7 + 11,2 + 12,4 + 13,9 + 15 + 14,7 + 16,1 + 17,1 + 14,1}{9} = \frac{124,2}{9} = 13,8$$

Sur un arbre, il y a en moyenne 13,8 kg de pommes.

- b) La production de chaque arbre, donc chaque valeur de notre série statistique, a augmenté de 50%.

D'après la propriété de la linéarité de la moyenne, elle a également augmenté de 50%.

$$m_{2019} = m_{2018} + \frac{m_{2018}}{2} = 13,8 + \frac{13,8}{2} = 13,8 + 6,9 = 20,7$$

La masse moyenne de pommes sur un arbre en 2019 est de 20,7 kg.

- c) La production de chaque arbre, donc chaque valeur de notre série statistique, augmenterait de 20 kg.

D'après la propriété de la linéarité de la moyenne, elle augmenterait également de 20 kg.

$$m_{2020} = m_{2019} + 20 = 20,7 + 20 = 40,7$$

Morgane peut prévoir une masse moyenne de pommes sur un arbre en 2020 de 40,7 kg.

Exercice 2 [Médiane et quartiles]

Le tableau ci-dessous indique les capacités des disques durs, en Go, des ordinateurs d'un magasin.

Go	80	160	250	320	500	800	1000	1150
Effectif	2	9	11	7	5	2	4	3

- a) Déterminer la médiane de cette série.
 b) Déterminer le premier quartile Q_1 et le troisième quartile Q_3 .
 c) Estimer le pourcentage d'ordinateurs dont la capacité est inférieure ou égale à Q_3 .
 d) Calculer le pourcentage d'ordinateurs dont la capacité est inférieure ou égale à Q_3 .
Arrondir au centième.
 e) Calculer le pourcentage d'ordinateurs dont la capacité appartient à l'intervalle $[Q_1; Q_3]$.
Arrondir au centième.

a) $43 = 2 \times 21 + 1$ donc la médiane est la 22^{ème} valeur : $Me = 250$ Go

b) $\frac{1}{4} \times 43 = 10,75$ donc Q_1 est la 11^{ème} valeur : $Q_1 = 160$ Go

$\frac{3}{4} \times 43 = 32,25$ donc Q_3 est la 33^{ème} valeur : $Q_3 = 500$ Go

c) Au moins 75% des machines ont une capacité inférieure ou égale à 500 Go.

d) 34 machines ont une capacité inférieure ou égale à 500 Go.

$$\frac{34}{43} \approx 0,7907 \quad 79,07\% \text{ des machines ont une capacité inférieure ou égale à 500 Go.}$$

e) 32 machines ont une capacité comprise entre 160 et 500 Go.

$$\frac{32}{43} \approx 0,7442 \quad 74,42\% \text{ des machines ont une capacité comprise entre 160 et 500 Go.}$$

Exercice 3 [Moyenne et écart-type]

Corentin relève pendant 14 jours la température à 10 h du matin dans son jardin. Voici ses résultats :

Température (en °C)	18	19	20	21	23	25	27
Nombre de jours	1	1	1	5	3	2	1

- Calculer la température moyenne à 10 h du matin sur cette période.
- Il compare son relevé à celui de l'année précédente sur la même période.

Température (en °C)	10	12	20	22	24	25	30
Nombre de jours	1	1	2	2	3	4	1

- Vérifier que la température moyenne des deux séries est la même.
- Déterminer alors l'écart-type de chaque série et commenter les résultats trouvés.
Arrondir au dixième.

1. moyenne : $\frac{18 + 19 + 20 + 21 + 21 \times 5 + 23 \times 3 + 25 \times 2 + 27}{14} = \frac{308}{14} = 22$

La température moyenne à 10h du matin sur cette période est de 22 °C.

2.a) moyenne : $\frac{10 + 12 + 20 \times 2 + 22 \times 2 + 24 \times 3 + 25 \times 4 + 30}{14} = \frac{308}{14} = 22$

La température moyenne à 10h du matin sur cette même période l'année précédente était aussi de 22 °C.

2.b) écart-type de l'année :

$$\begin{aligned} & \sqrt{\frac{1(18 - 22)^2 + 1(19 - 22)^2 + 5(21 - 22)^2 + 3(23 - 22)^2 + 2(25 - 22)^2 + 1(27 - 22)^2}{14}} \\ &= \sqrt{\frac{16 + 9 + 5 + 3 + 18 + 25}{14}} \\ &= \sqrt{\frac{76}{14}} \approx 2,33 \end{aligned}$$

écart-type de l'année précédente :

$$\begin{aligned} & \sqrt{\frac{1(10 - 22)^2 + 1(12 - 22)^2 + 2(20 - 22)^2 + 2(22 - 22)^2 + 3(24 - 22)^2 + 4(25 - 22)^2 + 1(30 - 22)^2}{14}} \\ &= \sqrt{\frac{144 + 100 + 8 + 12 + 36 + 64}{14}} \\ &= \sqrt{\frac{364}{14}} \approx 5,10 \end{aligned}$$

L'écart-type beaucoup plus fort sur l'année précédente montre qu'il y a eu de grands écarts de température sur la période de 14 jours et que les valeurs des températures sont plus regroupées sur la période de cette année.