Suites réelles

Différence fonction - suite	Fonction	Suite
Lettre utilisée généralement	f, g, h	u, v , w
Notation du procédé de calcul	f(x)	u_n (s'appelle le terme général de la suite) n est l'indice
Ensemble de définition	IR	IN = { 0 ; 1 ; 2 …} ou { 1 ; 2 …} ou { 3 ; 4 ; 5 …} etc …
Image	f(2) est appelé image de 2 par f	u_2 est appelé le terme d'indice 2 , le 3ème terme la suite est définie sur IN , le 2 ème si la suite est définie pour $n \geq 1$

Suite arithmétique

Les nombres 1 ; 3 ; 5 ; 7 … pris dans cet ordre sont les termes d'une suite arithmétique si on note u_0 le 1 er

On a : $u_0 = 1$; $u_1 = 3$; $u_2 = 5$; $u_3 = 7$

On remarque :

$u_0 = 1$

$u_1 = u_0 + 2$

$u_2 = u_1 + 2$

$u_3 = u_2 + 2$

d'une manière général $u_{n+1} = u_n + 2$

on dit que le nombre 2 est la raison r de cette suite

$$\boxed{U_n = U_0 + nr}$$

Autres formules

$$\boxed{U_p = U_q + (p - q)\,r}$$

Cette formule est utile lorsqu'on ne donne pas U_0 le premier terme de la suite (U_n)

Cas particulier $u_n = u_0 + nr$

Suite géométrique

Les nombres 2 ; 6 ; 18 ; 54 … pris dans cet ordre sont les termes d'une suite géométrique si on note u_0 le 1 er

On a : $u_0 = 2$; $u_1 = 6$; $u_2 = 18$; $u_3 = 54$

On remarque :

$u_0 = 2$

$u_1 = u_0 \times 3$

$u_2 = u_1 \times 3$

$u_3 = u_2 \times 3$

d'une manière général $u_{n+1} = u_n \times 3$

on dit que le nombre 3 est la raison r de cette suite

$$\boxed{Un = U_0 q^n}$$

Autres formules

$$\boxed{U_p = U_m q^{p-m}}$$

Cette formule est utile lorsqu'on ne donne pas U_0 le premier terme de la suite (U_n)

Cas particulier $u_n = u_0 \times q^n$

Suite arithmétique

- Si (U_n) une suite arithmétique définie sur IN de premier terme U_0 et de raison $r = 0$ alors tous les termes sont égaux au premier terme($U_0 = U_1 = U_2 = ... = U_n$) on dit que (U_n) est une suite constante .
- Pour montrer que (U_n) est une suite arithmétique, on montre que pour tout $n \in IN$ la différence $U_{n+1} - U_n$ est une constante ne dépend pas de n.
- Si a , b et c sont trois termes consécutifs d'une suite arithmétique (U_n) alors :$2b = a + c$ ou $b - a = c - b$
- Si a , b et c sont trois termes consécutifs d'une suite(U_n) et $2b \neq a + c$ ou $b - a \neq c - b$ alors (U_n) n'est pas une suite arithmétique

Suite géométrique

- Si (U_n) une suite géométrique définie sur IN de premier terme U_0 et de raison $q = 1$ alors tous les termes sont égaux au premier terme($U_0 = U_1 = U_2 = ... = U_n$) on dit que (U_n) est une suite constante .
- Pour montrer que (U_n) est une suite géométrique, on montre que pour tout $n \in IN$ $\frac{U_{n+1}}{U_n} = q$ est une constante ne dépend pas de n.
- Si a , b et c sont trois termes consécutifs d'une suite géométrique (U_n) alors : $b^2 = a \times c$ ou $\frac{b}{a} = \frac{c}{b}$
- Si a , b et c sont trois termes consécutifs d'une suite(U_n) et $b^2 \neq a \times c$ ou $\frac{b}{a} \neq \frac{c}{b}$ alors (U_n) n'est pas une suite géométrique

Somme de termes consécutifs d'une suite

Cas d'une suite arithmétique

- **1ére Cas :** Si r = 0. On pose $S = U_0 + U_1 + ... + U_n$

Si (U_n) une suite arithmétique définie sur IN de premier terme U_0 et de raison r = 0 alors

$$S = U_0 + U_1 + ... + U_n = U_0 + U_0 + ... + U_0 = (n+1)U_0$$

(Car (U_n) est une suite constante)

Cas d'une suite géométrique

1ére Cas : Si q = 1 . On pose $S = U_0 + U_1 + ... + U_n$

Si (U_n) est une suite géométrique de premier terme U_0 et de raison q = 1 alors

$$S = U_0 + U_1 + ... + U_n = U_0 + U_0 + ... + U_0 = (n+1)U_0$$

(Car (U_n) est une suite constante)

U_0 : premier terme de la somme ;

n+1: nombre de termes de la somme

$2^{éme}$ Cas : Si $r \neq 0$

- Cas particulier

$$S_1 = 1 + 2 + 3 + ... + n-1 + n = \frac{n\ (n+1)}{2}$$

- Si (U_n) une suite arithmétique définie sur IN de premier terme U_0 et de raison $r \neq 0$ alors

$$S = U_0 + U_1 + ... + U_n = \frac{(U_0 + U_n)\ (n+1)}{2}$$

U_0 : premier terme de la somme
U_n : dernier terme de la somme
n+1: nombre de termes de la somme

En général: On pose $S' = U_p + U_{p+1} + ... + U_n$

$1^{ére}$ Cas : Si r = 0

Si (U_n) une suite arithmétique de raison r = 0 alors

$$S' = U_p + U_{p+1} + ... + U_n$$
$$= U_p + U_p + ... + U_p = (n - p + 1)U_p$$

(Car (U_n) est une suite constante)
U_p : premier terme de la somme
$n - p + 1$: nombre de termes de la somme

$2^{éme}$ Cas : Si $r \neq 0$

Soit $$S' = U_p + U_{p+1} + ... + U_n = \frac{(U_p + U_n)\ (n-p+1)}{2}$$

U_p : premier terme de la somme
U_n : dernier terme de la somme
n- p+1: nombre de termes de la somme
On a

$$S' = \text{nombre de termes de la somme} \times \frac{(\text{premier terme de la somme} + \text{dernier terme de la somme})}{2}$$

$2^{éme}$ Cas : Si $q \neq 1$

Si (U_n) est une suite géométrique de premier terme U_0 et de raison $q \neq 1$ alors

$$S = U_0 + U_1 + ... + U_n = U_0 \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

U_0 : premier terme de la somme
q : la raison de la suite (U_n)
n+1: nombre de termes de la somme

En général: On pose $S' = U_p + U_{p+1} + ... + U_n$

$1^{ére}$ Cas : Si q = 1

Si (U_n) est une suite géométrique de raison q = 1 alors

$$S' = U_p + U_{p+1} + ... + U_n = U_p + U_p + ... + U_p = (n - p + 1)U_p$$

(Car (U_n) est une suite constante)
U_p : premier terme de la somme ;
$n - p + 1$: nombre de termes de la somme

$2^{éme}$ Cas : Si $q \neq 1$

$$S' = U_p + U_{p+1} + ... + U_n = U_p \frac{1 - q^{n-p+1}}{1 - q}$$

U_p : premier terme de la somme
q : la raison de la suite (U_n)
n- p+1: nombre de termes de la somme
On a:

$$S' = \text{premier terme de la somme} \times \frac{(1 - (\text{raison})^{\text{nombre de termes de la somme}})}{1 - \text{raison}}$$

Limite d'une suite arithmétique

Si (U_n) une suite arithmétique définie sur IN de premier terme U_0 et de raison r $U_n = U_0 + nr$

- Si r > 0 alors $\lim_{n \to +\infty} U_n = +\infty$
- Si r < 0 alors $\lim_{n \to +\infty} U_n = -\infty$
- Si r = 0 alors $\lim_{n \to +\infty} U_n = U_0$

Limite d'une suite géométrique

Soit (U_n) une suite géométrique définie par $Un = U_0 q^n$

- Si q>1 alors la suite (U_n) tend vers $+\infty$ si $U_0 > 0$ et vers $-\infty$ si $U_0 < 0$

$$\lim_{n \to +\infty} U_n = \begin{cases} +\infty & \text{Si } U_0 > 0 \\ -\infty & \text{Si } U_0 < 0 \end{cases}$$

- Si -1<q<1 alors la suite(U_n) tend vers 0 $\lim_{n \to +\infty} U_n = 0$
- Si $q \leq -1$ alors la suite (U_n) est divergente , n'admet pas de limite
- Si q=1 alors $\lim_{n \to +\infty} U_n = U_0$