31 mars 2014

I - Dans le référentiel géocentrique, le centre de la Lune décrit une trajectoire qui sera considérée comme circulaire pour tout l'exercice. Le rayon du cercle décrit est r = 384020 km, le centre du cercle décrit est le centre de la Terre.

1) Définir le référentiel géocentrique.

L'étude du mouvement se fait dans le référentiel géocentrique si l'on étudie ce mouvement par rapport au centre de la Terre.

2) Quelle(s) force(s) s'exerce(nt) sur la Lune ? Présenter toutes les caractéristiques de cette(ces) force(s) : point d'application, direction, sens, expression de la valeur.

Il n'y a qu'une seule force, la force de gravitation terrestre. Je vous renvoie au cours pour ses caractéristiques, mais quelques remarques :

- C'est cette force qui, une fois placé sur terre et dans une zone restreinte devient assimilable au poids, alors ne dite pas qu'il'y a aussi le poids, cela n'a pas de sens (c'est en gros, la même force !)
- Vous devez présenter une version vectorielle de cette force, soit avec un schéma, soit avec une expression du type **- GMm/r²**×« vecteur unitaire ». Pour le vecteur unitaire, officiellement, il faut choisir un vecteur qui va de la terre – à la Lune, d'où le signe « - «, car alors le vecteur force et ce vecteur unitaire sont opposés.
  Le signe négatif disparait si, d'entrée vous choisissez le vecteur normal de la base de frénet (qui dans ce cas du mouvement circulaire est l'exact opposé de l'autre vecteur…), de même direction et de même sens que la force dans ce cas.

3) Utiliser des lois de la mécanique pour démontrer que le mouvement de la Lune est uniforme (*vous n'avez pas le choix, vous traitez les trois versions…)*

a. **Version 1** :Utiliser une loi de Newton pour démontrer que le mouvement du (centre d'inertie du) système {Lune} est uniforme.

C'est le cours, il faut tout redémontrer avec rigueur et sans sauter d'étape, on arrive à dv/dt = 0, soit : valeur v de la vitesse constante (ce qui est la définition du mouvement uniforme)

b. **Version 2** : Considérer le travail de f la force exercée sur le système {Lune}et en déduire que son mouvement est uniforme.

En permanence, cette force est perpendiculaire au déplacement et son travail est donc nul. Encore faut-il faire preuve d'un peu de rigueur : la formule du travail proposée en cours n'est valable que si la force est un vecteur constant. Si l'on considère l'ensemble du mouvement, notre force gravitationnelle est loin d'être constante, car elle change tout le temps de direction. Il faut donc proposer le raisonnement sur une toute petite portion de trajectoire (sur laquelle on considère que la direction de la force reste constante). Ensuite expliquer que ce raisonnement peut être répété par petites portions… On intègre sans le dire…

Une fois établi que le travail est nul, on utilise le théorème de l'énergie cinétique (qui était donné) permettant d'établir que $\Delta E_c = 0$ (somme des travaux des forces nulle), ce qui mène à v = constante.

c. **Version 3** : Considérer les énergies cinétique/potentielle/mécanique du système {Lune} et expliquer pourquoi son mouvement est uniforme

La force gravitationnelle ne travaille pas, l'altitude du satellite reste constante, voici donc deux pistes pour affirmer que son énergie potentielle est constante. Son énergie mécanique étant aussi constante (pas de forces dissipatrices…) on peut déduire que son énergie cinétique est aussi constante, ce qui mène à v = cste, le mouvement est uniforme.

4) Retrouver l'expression de la valeur de la vitesse de la Lune : $v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}}$ et de sa période de révolution T. Calculer les valeurs numériques correspondantes (la valeur de T sera aussi présentée en jours). **COURS**

5) Etablir la troisième loi de Kepler : $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4p^2}{GM_T}$ **COURS**

6) En déduire la période de révolution du télescope Hubble (altitude h = 600 km).

C'est du calcul, mais pensez aux unités, aux valeurs puissance 3 et en fin de compte ayez un regard critique sur votre résultat (c'était aussi valable dans les questions sur la Lune) : on ne peut pas accepter une période de rotation d'un satellite autour de la Terre de moins d'une milliseconde !

7) Expliquer pourquoi G peut aussi avoir pour unité le $m^3.s^{-2}.kg^{-1}$ à MAITRISER, COURS !

Données :

Terre : masse $M_T = 6{,}0.10^{24}$ *kg* *rayon* $R_T = 6400$ *km ;*

Lune : masse $M_L = 4\times10^{22}$ *kg* *rayon* $R_L = 1{,}74\times10^6$ *m*

Théorème de l'énergie cinétique : lors du mouvement d'un point A vers un point B, la variation d'énergie cinétique du système est égale à la somme des travaux des forces exercées (entre A et B),

$\Delta E_C = E_{CB} - E_{CA} = \sum W_{A\to B}(\vec{F_i})$

Constante de la gravitation universelle $G = 6{,}67.10^{-11}$ $N.m^2.kg^{-2}$

II – On réalise une solution aqueuse d'acide benzoïque $\mathbf{C_6H_5COOH}$ dans laquelle la concentration apportée vaut $\mathbf{c_A = 1{,}0\times10^{-3}}$ **mol.L^{-1}**. Le pH de la solution vaut **3,6**.

1) Ecrire la réaction entre l'acide benzoïque et l'eau.

$C_6H_5COOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} \rightarrow C_6H_5COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

2) Justifier que cette réaction est limitée.

Nous apportons $c_A = 1{,}0\times10^{-3}$ mol.L^{-1} d'acide benzoique. Si la réaction est totale, nous devrions obtenir $1{,}0\times10^{-3}$ mol.L^{-1} d'ions oxonium H_3O^+, soit un pH = 3.0. Or le pH mesuré vaut 3,6 ; 3,6 > 3.0, la concentration en ions oxonium est donc inférieure à $1{,}0\times10^{-3}$ mol.L^{-1}, la réaction est limitée.

3) Exprimer la constante d'équilibre de cette réaction. Pourquoi cette constante peut-elle être appelée constante d'acidité et notée K_A ?

$K_A = \frac{[H3O+]_{éq}[C6H5COO-]_{éq}}{[C6H5COOH]_{éq}}$ **cette constante peut être appelée K_A car c'est la constante d'équilibre d'une réaction du type $AH_{(aq)} + H_2O_{(l)} \rightarrow A^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$**

4) Calculer la valeur de K_A. En quoi cette valeur confirme que la réaction de l'acide benzoïque avec l'eau est limitée ?

Technique la plus simple : $K_A = 10^{-pKA} = 10^{-4.1} = 7{,}9.10^{-5}$. Cette faible valeur permet de supposer que la réaction est sans doute limitée.

5) Déduire de l'expression proposée à la question 3) la relation (valable dans toute solution contenant de l'acide benzoïque, des ions benzoate, ou les deux) :

$$pH = pK_A + \log\left(\frac{[C_6H_5COO^-]}{[C_6H_5COOH]}\right)$$

Voir cours, le développement a été correctement réalisé dans l'ensemble.

6) Présenter le diagramme de prédominance de l'acide benzoïque et de l'ion benzoate en fonction du pH.

C_6H_5COOH prédomine **4,1** **$C_6H_5COO^-$ prédomine**

pH

7) De la soude ($Na^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)}$) est rajoutée dans la solution et le pH devient égal à 6,1.

a. Expliquer pourquoi c'est l'ion benzoate qui prédomine alors sur l'acide benzoïque dans cette solution.

pH = 6.1 **pH > pK_A** **la forme basique $C_6H_5COO^-$ prédomine**

b. Peut-on considérer que la quantité d'acide benzoïque maintenant présent dans la solution ne représente plus que 1/1000ème de la quantité d'ion benzoate maintenant présent dans la solution.

A partir de l'expression pH = pK_A + $\log(\frac{[C_6H_5COO^-]}{[C_6H_5COOH]})$, on tire pH - pK_A = $\log(\frac{[C_6H_5COO^-]}{[C_6H_5COOH]})$,
Soit6,1 – 4,1 = 2 = $\log(\frac{[C_6H_5COO^-]}{[C_6H_5COOH]})$ ce qui mène à $\frac{[C_6H_5COO^-]}{[C_6H_5COOH]}$ = 10^2 = 100 et non pas 1000…

c. Ecrire l'équation de la réaction qui explique la formation de l'ion benzoate.

$C_6H_5COOH_{(aq)} + HO^-_{(l)} \rightarrow C_6H_5COO^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}$

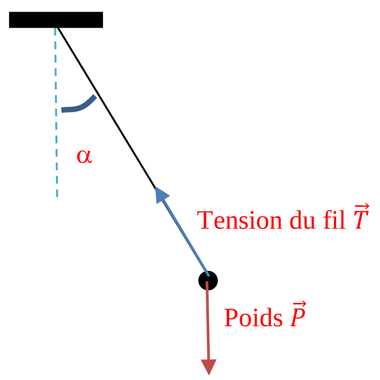
d. Cette réaction peut-elle être considérée comme totale ?

Il faut exprimer la constante d'équilibre de cette réaction : K = $\frac{[C6H5COO-]_{éq}}{[C6H5COOH]_{éq}\times[HO-]_{éq}}$
Et réaliser qu'elle peut s'exprimer sous la forme : K = $\frac{K_A}{K_E}$ = $\frac{10^{-4.1}}{10^{-14}}$ = $7{,}9.10^9$ … Cette valeur très élevée permet de considérer la réaction comme totale.

pK_A du couple acide benzoïque ion benzoate (C_6H_5COOH/ $C_6H_5COO^-$) : 4,1
pK_e =14, ou K_e =10^{-14}=$[H_3O^+]\times[HO^-]$, constante d'auto-protolyse de l'eau

III - Un pendule simple de longueur **L** et de masse **m = 200 g** est constitué depuis un laboratoire du troisième étage du lycée : le point fixe, noté A, se situe au niveau d'une fenêtre du troisième étage du lycée, le fil, de masse négligeable, descend le long du mur et la masse m peut osciller au ras du sol de la cour du lycée.
Le système considéré est le pendule, c'est-à-dire la masse m considérée comme ponctuelle.
On négligera toutes les actions de l'air (frottements, poussée d'Archimède).

1) Sans souci d'échelles, présenter un schéma du pendule en position inclinée. On veillera à présenter clairement les forces s'exerçant sur le système. Ainsi que l'angle d'inclinaison α, mesuré entre la verticale et la position du pendule.



2) Justifier que seule la position verticale du pendule peut constituer une position d'équilibre stable (une position pour laquelle le pendule peut se maintenir spontanément immobile).

Il n'y a que deux forces. Le terme « position d'équilibre stable » signifie, entre autres, que le système, immobile dans cette position, restera immobile, c'est-à-dire qu'il doit vérifier le principe de l'inertie (ou la première loi de Newton) : la somme des forces extérieures s'exerçant sur le système doit donc être nulle (elle vaut $\vec{0}$). Il n'y a qu'en position verticale que les deux vecteurs forces peuvent avoir même direction (mais sens opposés) et ainsi s'annuler.

3) Le pendule est mis en mouvement après avoir été lâché sans vitesse d'un angle α_0 = 20 degrés.

a. Justifier que le pendule évolue désormais à énergie mécanique constante.

On attendait plus que : « Y a pas de frottements donc E_m est constante »…
Il fallait rappeler que :
Il y a deux forces :

- **Le poids, force conservative, ne dissipant pas l'énergie mécanique ;**
- **La tension du fil, « constamment perpendiculaire au déplacement » (voir raisonnement complet dans l'exercice I) donc ne travaillant pas.**

Donc pas de source de dissipation d'énergie (dans la mesure où l'on a négligé les frottements), E_m est constante.

Lorsqu'il est à la position α_0, le pendule a été soulevé d'une hauteur z = 90 cm par rapport à son altitude z = 0 correspondant à sa position verticale.

b. Que vaut son énergie potentielle de pesanteur Lorsqu'il est en position α_0 ?

D'après le choix d'origine de E_p, on a $E_{p(\alpha 0)}$ = mgz = 0.200×9,8×0.90 = 1.8 J

c. Que vaut son énergie cinétique lorsqu'il repasse par la position verticale ?

E_m est constante ;
$E_m = E_p + E_c$;
En position α_0, le pendule est immobile donc : E_c = 0, $E_m = E_{p(\alpha 0)}$ = 1.8 J (nous connaissons donc désormais la valeur constante de E_m)
En position verticale, z = 0, donc E_p =0 J et E_m =1.8 = E_c réponse : E_c = 1.8 J

d. Que vaut la vitesse maximale atteinte par le pendule ?

$E_c = \frac{1}{2}mv^2$ soit $v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2\times 1,8}{0.200}}$ = 4,2 m.s^{-1}

4) Dans les conditions de l'expérience, la période des oscillations peut encore être déterminée par l'expression : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$. Trois élèves de la classe sont descendus dans la cour mesurer la période des oscillations, mais ils ne sont pas tous très concentrés sur leur travail :

- Lucien : « j'ai mesuré 10 périodes en 20 secondes »
- Guillaume : « j'ai mesuré une période en 30 s »
- Marin : « j'ai mesuré 2 périodes en 15 s, je mérite au moins 14/20 »

a. Justifier que l'expression proposée pour T_0 a bien la dimension d'une durée (vérifier que son unité est bien la seconde) **VOIR COURS !**

b. Lequel des trois élèves à correctement mesuré le temps ?

On exprime d'abord L : $L = \frac{gT_0^2}{4\pi^2}$

Il fallait calculer à chaque fois la longueur trouvée et choisir en considérant la valeur la plus raisonnable.

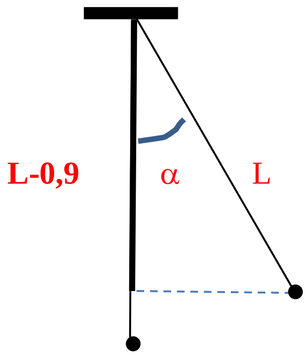
- **Lucien trouve T_0 = 20/10 = 2 s, ce qui mène à L = 0.99 m…**
- **Guillaume trouve T_0 = 30 s, ce qui mène à L = 223 m…**
- **Marin trouve T_0 = 15/2 = 7,5 s, ce qui mène à L = 14 m : voilà un résultat réaliste ;**

c. Quelle la hauteur du lycée ?

14 m

Données :
g = 9,8 m.s^{-2}
Lorsque le pendule est en position verticale, on considère que la masse m se trouve à l'altitude z = 0 m et on pose que l'énergie potentielle de pesanteur correspondante vaut alors E_p = 0 J.

Le petit plus qui déchire : vérifier que la longueur trouvée et l'angle α_0 ont des valeurs compatibles.



(avec L = 14 m)

$\cos \alpha = \cos 20° = 0{,}94$

et :

$\cos \alpha = \frac{14-0.9}{14} = 0{,}94$

valeurs compatibles, donc…