L'ensemble {Homme + Moto} page suivante a une masse totale ***m = 340 kg***.

Pour tout le problème, on prendra $\left\|\vec{g}\right\| = 10\ m.s^{-2}$.

RÉPARTITION DES CHARGES A L'ARRÊT

I.1) Isolez l'ensemble {Homme + Moto} à l'arrêt et déterminez les efforts exercés par le sol sur les roues N_{A0} et N_{B0}.

On isole l'ensemble {Homme + Moto} à l'arrêt :

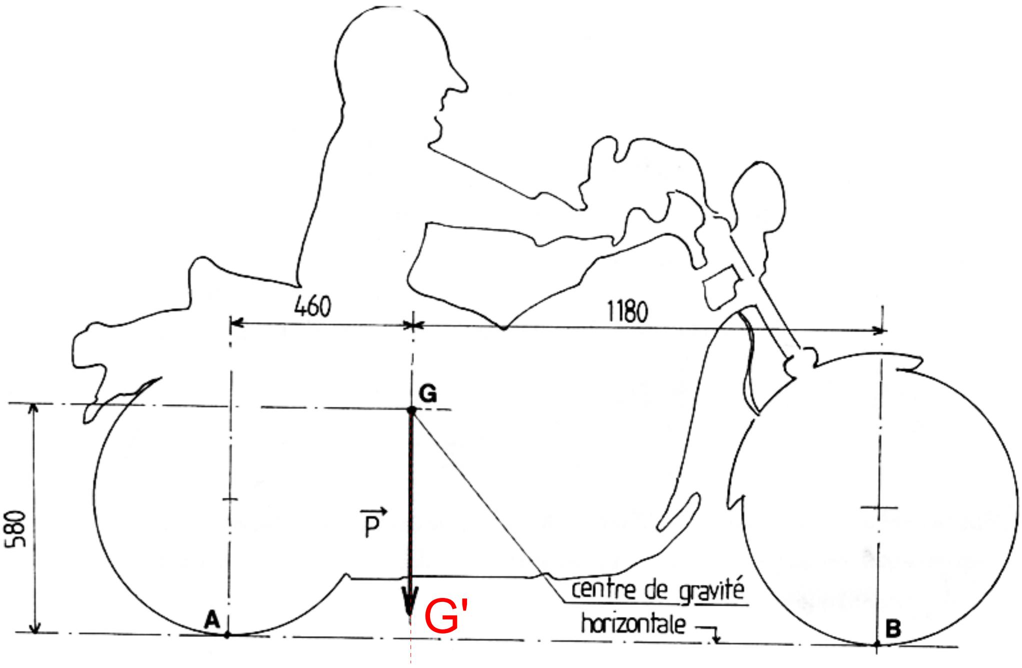
Action	Point d'application	Direction/Sens	Intensité
Poids $\vec{P}$	G	↓	3 400 N
$\overrightarrow{A_{sol \rightarrow roue\,AR}}$	A	↑	? 2 446 N
$\overrightarrow{B_{sol \rightarrow roue\,AV}}$	B	↑	? 954 N

P.F.S : l'ensemble isolé est en équilibre sous l'action de 3 forces parallèles, on effectue une résolution analytique : $\sum \overrightarrow{F_{EXT}} = \vec{0}$ **et** $\sum \overrightarrow{M_{A, F_{EXT}}} = \vec{0}$

On appelle G' la projection orthogonale de G sur la droite (AB)

La somme des moments en projection sur l'axe z s'écrit :
– AG' . P + AB . N_{B0} = 0 → N_{B0} = (AG' . P) / AB = (460 x 3 400) / 1640 → N_{B0} = 954 N

La somme des forces en projection sur l'axe vertical y s'écrit :
– P + N_{A0} + N_{B0} = 0 → N_{A0} = P – N_{B0} = 3 400 – 954 → N_{A0} = 2 446 N



NOM: .... Prénom: .... Classe / Groupe: .... Date:	Notation / Observations:

ÉTUDE DE L'ACCÉLÉRATION

On étudie le démarrage de la moto. Dans ce cas de figure, la roue avant est porteuse et la roue arrière est motrice. Le coefficient d'adhérence entre la sol et la roue arrière est $\tan \varphi_S = 0,7$.

II.1) Isolez l'ensemble {Homme + Moto} à l'accélération et déterminez les efforts exercés par le sol sur les roues N_{Aa}, T_{Aa} et N_{Ba}, ainsi que l'accélération a_a de l'ensemble.

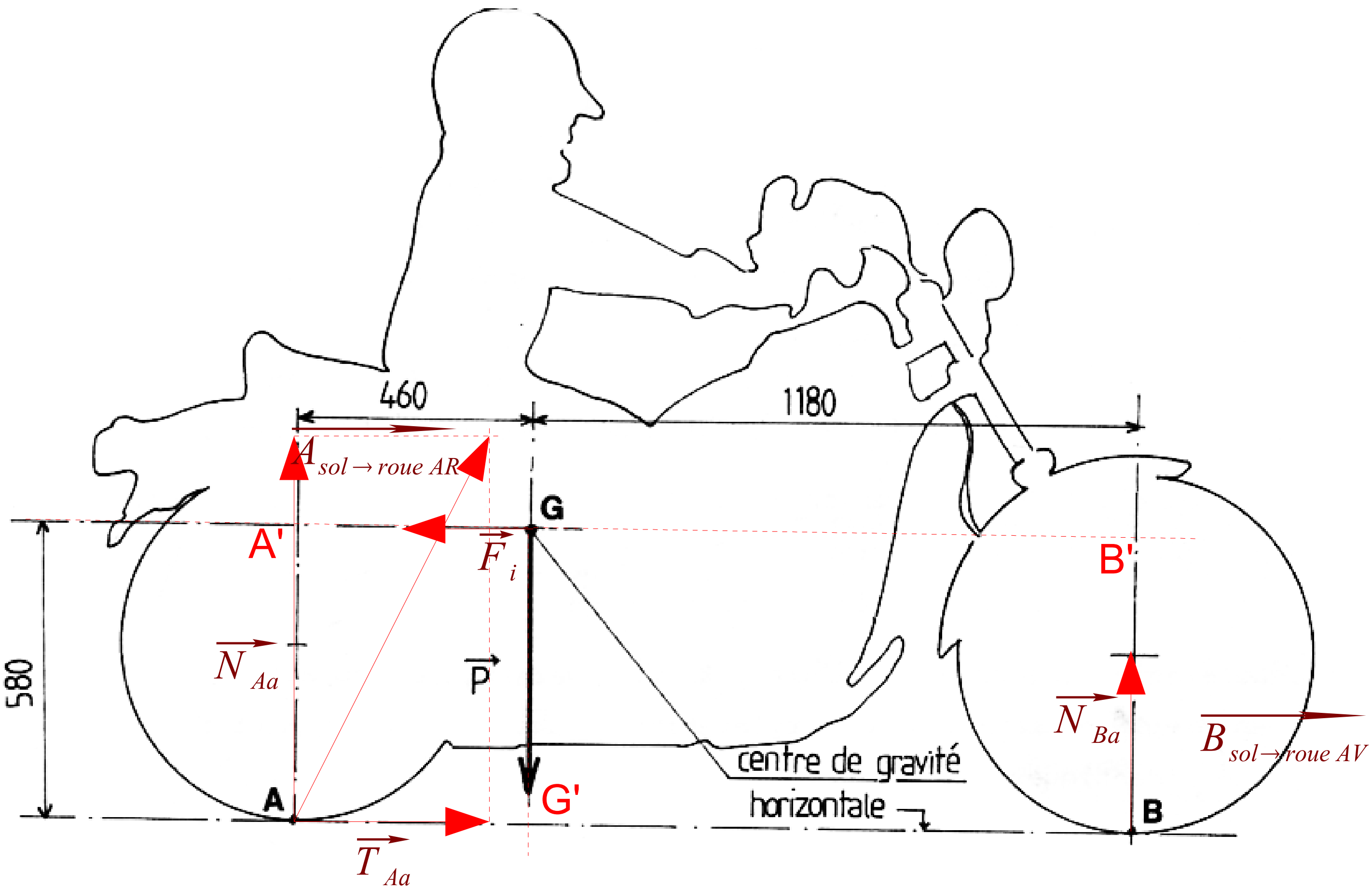
On isole l'ensemble {Homme + Moto} à l'accélération :

Action	Point d'application	Direction/Sens	Intensité
Poids $\vec{P}$	G	↓	3 400 N
Force d'inertie $\vec{F_i}$	G	→	? 2 276 N
$\overrightarrow{A_{sol \to roue\,AR}}$	A	φs ↗	? 3 969 N
$\overrightarrow{B_{sol \to roue\,AV}}$	B	↑	? 149 N

P.F.D : $\sum \overrightarrow{F_{EXT}} + \vec{F_i} = \vec{0}$ **et** $\sum \overrightarrow{M_{G,F_{EXT}}} = \vec{0}$

L' actions mécanique du sol sur la roue AR peut être décomposée en deux actions :

$\overrightarrow{A_{sol \to roue\,AR}} = T_{Aa} . \vec{x} + N_{Aa} . \vec{y}$ **avec $T_{Aa} / N_{Aa} = \tan \varphi_S$**



Les forces $\vec{P}$ et $\vec{F_i}$ peuvent être assimilées à une seule force, passant par G, et de résultante $\vec{F_G} = \vec{P} + \vec{F_i}$

On a alors un système soumis à 3 forces coplanaires, concourantes et de somme vectorielle nulle. On peut choisir soit une résolution graphique, soit une résolution analytique. La deuxième méthode est implémentée ci-dessous :

On appelle G' la projection orthogonale de G sur la droite (AB)

On appelle A' et B' les projections orthogonales respectives de A et B sur l'horizontale passant par G.

La somme des moments en G en projection sur l'axe z s'écrit :
$-N_{Aa} . A'G + T_{Aa} . GG' + N_{Ba} . GB' = 0$ ①

La somme des forces en projection sur l'axe horizontal x s'écrit :
$-F_i + T_{Aa} = 0$ ②

La somme des forces en projection sur l'axe vertical y s'écrit :
$-P + N_{Aa} + N_{Ba} = 0$ ③

On a un système à trois équations faisant intervenir 3 inconnues, car nous avons une équation suplémentaire : $T_{Aa} = N_{Aa} . \tan \varphi_S$.

Remplaçons cette dernière relation dans l'équation ① :
$-N_{Aa} . A'G + N_{Aa} . \tan \varphi_S . GG' + N_{Ba} . GB' = 0$

On factorise :
$N_{Aa} . (-A'G + \tan \varphi_S . GG') + N_{Ba} . GB' = 0$ ①'

L'équation ③ nous permet d'écrire :
$N_{Aa} = P - N_{Ba}$

On remplace dans ①' :
$(P - N_{Ba}) . (-A'G + \tan \varphi_S . GG') + N_{Ba} . GB' = 0$

On factorise :
$P . (-A'G + \tan \varphi_S . GG') + N_{Ba} . (A'G - \tan \varphi_S . GG' + GB') = 0$
$P . (-A'G + \tan \varphi_S . GG') + N_{Ba} . (A'G + GB' - \tan \varphi_S . GG') = 0$
$P . (-A'G + \tan \varphi_S . GG') + N_{Ba} . (A'B' - \tan \varphi_S . GG') = 0$
$N_{Ba} = P . (A'G - \tan \varphi_S . GG') / (A'B' - \tan \varphi_S . GG')$

Application numérique :
$N_{Ba} = 3\,400 \times (460 - 0{,}7 \times 580) / (1\,640 - 0{,}7 \times 580)$
$N_{Ba} = 149$ N

③ : $N_{Aa} = 3\,400 - 149 = 3\,251$ N
$T_{Aa} = 3\,288 \times 0{,}7 = 2\,276$ N

$$\left\|\overrightarrow{A_{sol \rightarrow roue\ AR}}\right\| = \sqrt{N_{Aa}^2 + T_{Aa}^2} = \sqrt{3\,251^2 + 2\,276^2} = 3\,969\ N$$

On peut maintenant déterminer, grace à ②, la force d'inertie :
$F_i = T_{Aa} = 2\,276$ N

On détermine enfin l'accélération :
$a_G = F_i / m = 2\,276 / 340 = 6{,}7$ m.s^{-2}

II.2) Déterminez dans ce cas le temps mis pour parcourir ***400 m*** départ arrêté ainsi que la vitesse atteinte au bout de ces ***400 m***.

C'est un mouvement uniformément accéléré, avec une accélération constante a = 6,7 $m.s^{-2}$

$v(t) = a\,(t - t_0) + v_0$
$x(t) = ½\, a\,(t - t_0)^2 + v_0\,(t - t_0) + x_0$

On prend $v_0 = 0$ (départ arrêté) et $x_0 = 0$
$v(t) = a\,.\,t$
$x(t) = ½\, a\,.\,t^2$

Au bout des 400m : $400 = ½ \times 7 \times t^2$

$$t=\sqrt{\frac{2\times400}{6,7}}=10,9\,s$$

$v = 7 \times 10,9 = 76,52\ m.s^{-1} = 275,5\ km.h^{-1}$

ETUDE DU FREINAGE

On étudie le freinage de la moto. Dans ce cas de figure, la roue avant et la roue arrière sont freinées. Le coefficient d'adhérence entre la sol et les roues est ***tan φ*** $\tan \varphi_S = 0,7$ (la valeur est identique à l'avant et à l'arrière).

III.1) Isolez l'ensemble {Homme + Moto} au freinage et déterminez les efforts exercés par le sol sur les roues N_{Af}, T_{Af}, N_{Bf} et T_{Bf} ainsi que la décélération a_f de l'ensemble.

On isole l'ensemble {Homme + Moto} au freinage :

Action	Point d'application	Direction/Sens	Intensité
Poids $\vec{P}$	G	↓	3 400 N
Force d'inertie $\vec{F}_i$	G	←	? 2 380 N
$\overrightarrow{A_{sol \to roue\,AR}}$	A	φs	? 1 960 N
$\overrightarrow{B_{sol \to roue\,AV}}$	B	φs	? 2 191 N

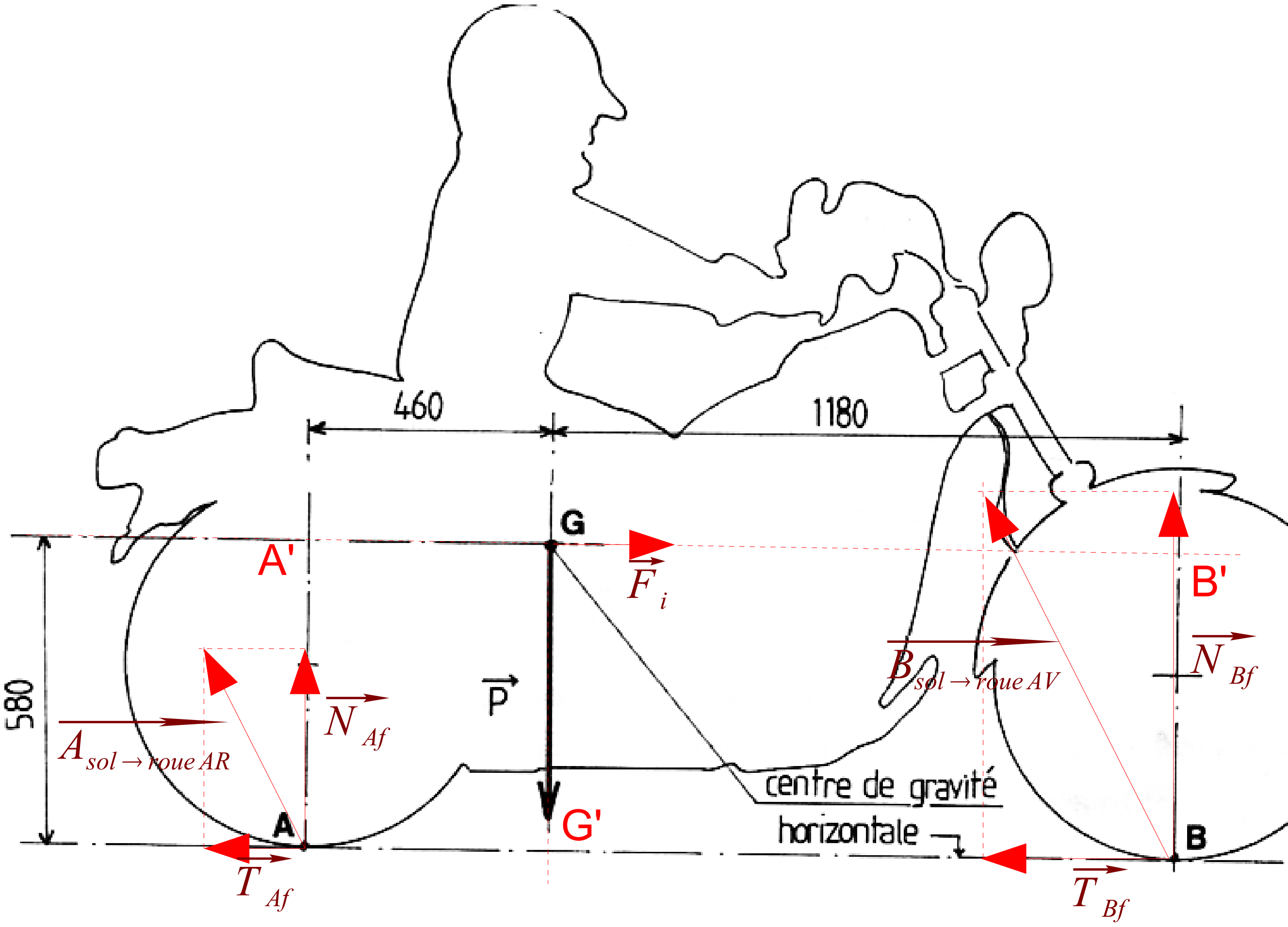
P.F.D : $\sum \overrightarrow{F_{EXT}} + \vec{F}_i = \vec{0}$ **et** $\sum \overrightarrow{M_{G,F_{EXT}}} = \vec{0}$

Les actions mécaniques du sol sur les roues peuvent être décomposées en deux actions :

$\overrightarrow{A_{sol \to roue\,AR}} = -T_{Af}\,.\,\vec{x} + N_{Af}\,.\,\vec{y}$ **avec $T_{Af} / N_{Af} = \tan \varphi_S$**

$\overrightarrow{B_{sol \to roue\,AV}} = -T_{Bf}\,.\,\vec{x} + N_{Bf}\,.\,\vec{y}$ **avec $T_{Bf} / N_{Bf} = \tan \varphi_S$**

Les forces $\vec{P}$ et $\vec{F}_i$ peuvent être assimilées à une seule force, passant par G, et de résultante $\vec{F}_G = \vec{P} + \vec{F}_i$



On a alors un système soumis à 3 forces, dont deux sont parallèles, la troisième force est parallèle aux deux autres.

La force $\vec{F}_G$ est donc inclinée d'un angle φ_S par rapport à la verticale.
Or, $\vec{F}_G = -P.\vec{y} + F_i.\vec{x} \Rightarrow F_i / P = \tan \varphi_S = 0{,}7 \Rightarrow F_i = P.\varphi_S = 3\,400 \times 0{,}7 = 2\,380\ N$
On en déduit l'accélération $a_a = -F_i / m = -2\,380 / 340 = -7\ m.s^{-2}$

On appelle G' la projection orthogonale de G sur la droite (AB)

On appelle A' et B' les projections orthogonales respectives de A et B sur l'horizontale passant par G.

La somme des moments en projection sur l'axe z s'écrit :
$-N_{Af} . A'G - T_{Af} . GG' + N_{Bf} . GB' - T_{Bf} . GG' = 0$ ①

La somme des forces en projection sur l'axe horizontal x s'écrit :
$F_i - T_{Af} - T_{Bf} = 0$ ②

La somme des forces en projection sur l'axe vertical y s'écrit :
$-P + N_{Af} + N_{Bf} = 0$ ③

On a un système à trois équations (deux indépedantes) faisant intervenir 2 inconnues, car nous avons deux équations suplémentaires : $T_{Af} = N_{Af} . \tan \varphi_S$ et $T_{Bf} = N_{Bf} . \tan \varphi_S$

Remplaçons ces deux dernières relations dans l'équation ① :
$- N_{Af} \cdot A'G - N_{Af} \cdot \tan \varphi_S \cdot GG' + N_{Bf} \cdot GB' - N_{Bf} \cdot \tan \varphi_S \cdot GG' = 0$

On factorise :
$- N_{Af} \cdot (A'G + \tan \varphi_S \cdot GG') + N_{Bf} (GB' - \tan \varphi_S \cdot GG') = 0$ ①'

L'équation ③ nous permet d'écrire :
$N_{Af} = P - N_{Bf}$

On remplace dans ①' :
$(P - N_{Bf}) \cdot (- A'G - \tan \varphi_S \cdot GG') + N_{Bf} (GB' - \tan \varphi_S \cdot GG') = 0$

On factorise :
$- P \cdot (A'G + \tan \varphi_S \cdot GG') + N_{Bf} \cdot (A'G + \cancel{\tan \varphi_S \cdot GG'} + GB' - \cancel{\tan \varphi_S \cdot GG'}) = 0$
$- P \cdot (A'G + \tan \varphi_S \cdot GG') + N_{Bf} \cdot (A'G + GB') = 0$
$- P \cdot (A'G + \tan \varphi_S \cdot GG') + N_{Bf} \cdot A'B' = 0$
$N_{Bf} = P \cdot (A'G + \tan \varphi_S \cdot GG') / AB$

Application numérique :
$N_{Bf} = 3\,400 \times (460 + 0{,}7 \times 580) / 1\,640$
$N_{Bf} = 1\,795$ N

③ : $N_{Af} = 3\,400 - 1\,795 = 1\,605$ N
$T_{Af} = 1\,605 \times 0{,}7 = 1\,125$ N
$T_{Bf} = 1\,795 \times 0{,}7 = 1\,256$ N

$$\left\|\overrightarrow{A_{sol \to roue\ AR}}\right\| = \sqrt{N_{Af}^2 + T_{Af}^2} = \sqrt{1\,605^2 + 1\,125^2} = 1960\ N$$

$$\left\|\overrightarrow{B_{sol \to roue\ AV}}\right\| = \sqrt{N_{Bf}^2 + T_{Bf}^2} = \sqrt{1\,795^2 + 1\,256^2} = 2\,191\ N$$

III.2) Déterminez dans ce cas le temps mis pour s'arrêter depuis la vitesse de ***144 km/h*** ainsi que la distance parcourue.

C'est un mouvement uniformément décéléré, avec une accélération constante $a = -7$ m.s^{-2}

$v(t) = a\,(t - t_0) + v_0$
$x(t) = \frac{1}{2}\, a\,(t - t_0)^2 + v_0\,(t - t_0) + x_0$

On prend $v_0 = 144$ km.h^{-1} = 40 m.s^{-2} et $x_0 = 0$
$v(t) = a \cdot t + 40$
$x(t) = \frac{1}{2}\, a \cdot t^2 + 40 \cdot t$

A la fin du freinage, v = 0
$0 = a \cdot t + 40$
$t = -40 / a = -40 / -7 = 5{,}71$ s

$x = \frac{1}{2} \cdot (-7 \times 5{,}71^2) + 40 \times 5{,}71$
$x = 114{,}3$ m

TRANSFERTS DE CHARGE

Déterminez, pour l'accélération comme pour le freinage, la valeur du transfert de charge. Vous présenterez ces résultats sous forme de tableau :

	Arrêt	Accélération	Différence	Arrêt	Freinage	Différence
Avant	954 N	112 N	– 842 N	954 N	1 795 N	+ 841 N
Arrière	2446 N	3 288 N	+ 842 N	2446 N	1 605 N	– 841 N