CALCUL LITTERAL

Développement

① Distributivité de la multiplication sur l'addition ou la soustraction

$$k \times (a+b) = ka + kb$$

$$k \times (a-b) = ka - kb$$

② Double distributivité

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

③ Les identités remarquables

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ Carré d'une somme

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ Carré d'une différence

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ Différence de carrés.

Résolution d'une équation du second degré, à une inconnue.

Une équation du second degré à une inconnue x est une équation de la forme $ax^2 + bx + c = 0$, où $a \in \mathbb{R}_*$, $b \in \mathbb{R}$, $c \in \mathbb{R}$.

Le discriminant : $\Delta = b^2 - 4ac$

- lorsque $\Delta < 0$, l'équation n'admet pas de solution dans $\mathbb{R}$.
- lorsque $\Delta = 0$, l'équation admet une unique solution : $-\frac{b}{2a}$.
- lorsque $\Delta > 0$, l'équation a deux racines (solutions) :

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}.$$

Factorisation

Soit l'équation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$, où $a \in \mathbb{R}_*$, $b \in \mathbb{R}$, $c \in \mathbb{R}$.
Cette équation est factorisable lorsque son discriminant vérifie : $\Delta \geqslant 0$.
Soient x_1 et x_2 les racines de l'équation.

La factorisation de l'équation s'écrit $(x - x_1)(x - x_2) = 0$.

Forme canonique de $ax^2 + bx + c = 0$ $\quad a \neq 0.$

$$a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right) = 0$$

$$a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \Delta + \frac{c}{a}\right] = 0 \qquad \Delta = -\frac{b^2}{4a^2}$$

$$a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right] = 0$$

$$a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right] = 0$$

L'équation $x^2 = a$

- si $a > 0$ alors l'équation $x^2 = a$ admet 2 solutions : $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$.
- si $a = 0$ alors l'équation $x^2 = a$ admet 1 solution : 0.
- si $a < 0$ alors l'équation $x^2 = a$ n'admet pas de solution.