

Technique de la DIVISION

C5

Compétences visées (Programmes 2015) :

Domaine du Socle : 1 et 5
Calculer avec des nombres entiers et des nombres décimaux Calcul posé : mettre en œuvre un algorithme de calcul posé pour l'addition, la soustraction, la multiplication, la division. ! Techniques opératoires de calcul (dans le cas de la division, on se limite à diviser par un entier).
Résoudre des problèmes en utilisant des fractions simples, les nombres décimaux et le calcul : Résoudre des problèmes mettant en jeu les quatre opérations. ! Sens des opérations

C5-La technique de la division à 1 chiffre

Avant la classe	Pendant la classe			Après la classe
Visionner	Je m'entraîne			- revoir leçon
	 fiche C5 Parcours 1	 fiche C5 Parcours 2	 fiche C5 Parcours 3	
Questionnaire	Je vais plus loin : PDT classe-numerique.fr			Carte mentale à réaliser suite au visionnage de la capsule
-classe-numérique	Je me sens prêt(e) pour l'évaluation			

Matériel étape 1 :

Les 2 pages sont à imprimer 4 fois par ilôt. + 1 lot aimanté pour la maitresse au tableau

Total : 20 vignettes de chaque

Séance 1: le partage de collection en 3 temps

Matériel :

- affichage TBI
- Feuilles indiv en A5 et 20 jetons de chaque sorte par ilôt
- 1 fiche ViréQ par élève

ETAPE 1 : 20 Min

10' RECHERCHE coll

Afficher au TBI le problème. Distribuer le matériel par ilot .Consigne :

1) le partage doit être équitable : chaque joueur doit avoir le même nombre de points à l'issue du partage.

2) Il faut partager le plus de points possible.

Vous devez dessiner les jetons qu'aura chaque joueur à la fin du partage. Vous pouvez me demander des jetons comme ceux-ci pour chercher la réponse, mais ce n'est pas obligatoire.

CHERCHER

Manuel p. 103 questions 1 et 2

Pour cette recherche et les exercices, dessine la part de chaque joueur, trouve sa valeur et ce qui restera après le partage. Tu peux utiliser des jetons découpés et faire des échanges, si nécessaire.

1 Quatre joueurs se partagent équitablement les points qu'ils ont gagnés.

cent cent cent

cent cent

dix dix dix

dix dix dix dix

un un



10' Mise en commun

- 1) Lors de la mise en commun, recenser les réponses aux questions : Combien de jetons de chaque sorte a reçu chaque joueur ? Quelle est la valeur en points de cet avoir ?
- 2) Faire exposer les méthodes

• Synthèse :

⇒ Parmi les différentes méthodes exposées, mettre en évidence l'intérêt de celle qui consiste à effectuer le partage en partant des jetons de plus grande valeur :

a) 5 centaines sont d'abord partagées, ce qui permet de donner 1 centaine à chaque joueur (on a distribué 4 centaines) et il reste 1 centaine.

b) Échange de la centaine contre dix dizaines, ce qui fait qu'on a maintenant 17 dizaines à partager, ce qui permet de donner 4 dizaines à chacun (on a distribué 16 dizaines) et il reste 1 dizaine.

c) Échange de la dizaine contre dix unités, ce qui fait qu'on a maintenant 12 unités à partager (3 unités à chaque joueur).
 ⇒ Une trace écrite de cette méthode est laissée au tableau, par exemple sous la forme :

cent

cent

cent

dix

un

part de chacun

cent

dix

dix

un

un

- Demander une vérification du résultat (143 points pour chacun). Après un temps de recherche par deux, mettre en évidence :

Le calcul $143 \times 4 = 572$ permet de vérifier la réponse trouvée :
 – 143 points est la part de chacun ;
 – tous les points sont partagés.
 On a ainsi trouvé le quotient (part de chacun) et le reste (nul) de la division de 572 par 4.

ETAPE 2 : 20 Min

10' RECHERCHE coll

Afficher au TBI le problème.

CONSIGNE : C'est le même problème que celui de la séance précédente, mais cette fois-ci vous n'avez plus les jetons. Il faut essayer de trouver par équipes la réponse, mais sans dessiner les jetons. N'oubliez pas d'indiquer ce qui restera après le partage et ce que les joueurs ne pourront pas se partager.

1 Six joueurs se partagent équitablement les points qu'ils ont gagnés.

8 centaines

5 dizaines

7 unités

Écris le nombre de centaines, dizaines et unités que chacun recevra, la valeur de sa part et ce qui restera après le partage.

10' Mise en commun

Partage des centaines

8 C à partager en 6 \Rightarrow 1 C pour chacun, donc 6 C utilisées
reste 2 C, soit 20 D

Partage des dizaines

5 D + 20 D = 25 D \Rightarrow 4 D pour chacun, donc 24 D utilisées
à partager reste 1 D, soit 10 U

Partage des unités

7 U + 10 U = 17 U \Rightarrow 2 U pour chacun, donc 12 U utilisées
à partager reste 5 U

Bilan : 142 points pour chacun et 5 points non partagés

- Demander une vérification du résultat par équipes de 2 :

L'utilisation du calcul $(142 \times 6) + 5 = 857$ permet de vérifier la solution trouvée.

On a ainsi obtenu le quotient et le reste de la division de 857 par 6.

Aller vers ce mode de présentation :

\Rightarrow Il ne faut pas oublier le « 0 final » des unités du fait qu'il n'y a pas de reste dans les dizaines et que 5 unités ne peuvent pas être partagées en 12.

\Rightarrow Un tableau de présentation des étapes successives peut aider à une meilleure compréhension :

M	C	D	U
3	2	4	5
	+ 30	+ 80	+ 0
	32	84	5
impossible à partager en 12	32 C à partager en 12	84 D à partager en 12	impossible à partager en 12
	2 C pour chacun	7 D pour chacun	0 U pour chacun
	$32 - (2 \times 12) = 32 - 24$	$84 - (7 \times 12) = 84 - 84$	
	reste 8 C = 80 D	reste 0 D	reste 5 U
3 M = 30 C			

D'où la réponse : quotient : 270, reste : 5,
ce qui peut être vérifié par : $(270 \times 12) + 5 = 3\ 245$.

5'As-tu bien compris?

Cinq joueurs se partagent équitablement les points qu'ils ont gagnés.

2 milliers

3 centaines

7 dizaines

8 unités

Écris le nombre de milliers, centaines, dizaines et unités que chacun recevra, la valeur de sa part et ce qui restera après le partage.

Question 2

- Le déroulement est le même que pour la question 1.

Réponse : 475 points, reste 3 points.

ETAPE 3 : 20 Min

CONSIGNE : Vous allez apprendre ou ré-apprendre à calculer une division comme les adultes, en posant la division.

Ce que nous venons de faire dans les deux étapes précédentes doit vous aider à comprendre cette technique.

Il faut bien suivre les étapes du calcul de Numérix. Il a terminé ses calculs, mais pas son explication. À vous de trouver la suite de l'explication ainsi que le quotient et le reste de la division.

- 1 Numérix vient d'apprendre à calculer 986 divisé par 4 en posant une opération.

Observe sa méthode.

C'est une manière de mettre en forme les partages que tu as faits dans les séances précédentes. On l'appelle la méthode de la potence.

Je peux diviser 9 centaines par 4.

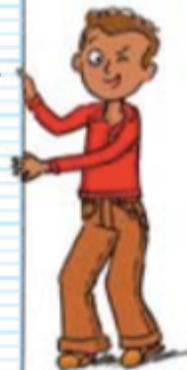
Le quotient aura donc des centaines, des dizaines et des unités : il sera écrit avec 3 chiffres.

9 centaines divisées par 4, cela fait 2 centaines au quotient car $2 \times 4 = 8$.

Par soustraction, il reste 1 centaine qui représente 10 dizaines.

Avec les 8 dizaines de 986, cela fait 18 dizaines à diviser par 4. Etc.

	c	d	u	
	9	8	6	4
-	8			2 4 6
	1	8		c d u
-	1	6		
	2	6		
-	2	4		
	2			



Essaie d'écrire la suite de l'explication.

Quel est le quotient et quel est le reste de la division de 986 par 4 ?

- La mise en commun se déroule en trois temps :
 - travail sur quelques productions erronées, reproduites au tableau : recherche des erreurs par les élèves, formulation et explication des erreurs ;
 - travail sur une production correcte et élaboration collective de l'explication des étapes, à partir des explications données par les élèves ;
 - reprise de l'explication par un élève, avec l'aide de l'enseignant qui souligne les différentes étapes.

Réponse : a) $q = 135$ $r = 4$; b) $q = 251$ $r = 2$.

- Faire une mise en commun :

⇒ Description des éléments de l'opération : potence, place des nombres donnés, place des deux résultats (quotient et reste), indication des types d'unités (C, D, U).

⇒ Explication de la suite des calculs en se référant à ce que Numérix a écrit en marge de la division. L'explication peut être reprise plusieurs fois.

On cherche d'abord à diviser les 9 centaines par 4. Cela revient soit à partager 9 en 4, soit à chercher combien de fois 4 est contenu dans 9 (2 fois). On a donc 2 centaines au quotient (ce qui signifie qu'il comportera 3 chiffres) et il reste 1 centaine qui, réunie aux 8 dizaines de 486, donne 18 dizaines à diviser par 4. Etc.

⇒ Vérification du résultat par le calcul usuel : $(246 \times 4) + 2 = 986$.

As-tu compris?



Utilise cette méthode pour trouver le quotient et le reste de :

a. 814 divisé par 6

b. 1 257 divisé par 5

10' MISE EN COMMUN : AFFICHAGE COLLECTIF

cas simple

<https://vimeo.com/61553612>

cas où il le chiffre du dividende est plus

<https://www.youtube.com/watch?v=zHawtROlzX8>

mille

dix

cent

un

mille

dix

mille

dix

cent

un

mille

dix

cent

un

mille

dix

cent

un

cent

un

C5-La division à 1 chiffre

Découverte

Etape 1 :

**Pour cette recherche et les exercices, dessine la part de chaque joueur, trouve sa valeur et ce qui restera après le partage.
Tu peux utiliser des jetons découpés et faire des échanges, si nécessaire.**

1 Quatre joueurs se partagent équitablement les points qu'ils ont gagnés.

cent cent cent cent
cent cent cent cent
dix dix dix dix
dix dix dix dix
un un



Etape 2 : sans matériel

▶ Six joueurs se partagent équitablement les points qu'ils ont gagnés.

8 centaines 5 dizaines 7 unités

Écris le nombre de centaines, dizaines et unités que chacun recevra, la valeur de sa part et ce qui restera après le partage.

As-tu compris?

Cinq joueurs se partagent équitablement les points qu'ils ont gagnés.

2 milliers 3 centaines 7 dizaines 8 unités

Écris le nombre de milliers, centaines, dizaines et unités que chacun recevra, la valeur de sa part et ce qui restera après le partage.

C5-La division à 1 chiffre

Découverte

Etape 1 :

**Pour cette recherche et les exercices, dessine la part de chaque joueur, trouve sa valeur et ce qui restera après le partage.
Tu peux utiliser des jetons découpés et faire des échanges, si nécessaire.**

1 Quatre joueurs se partagent équitablement les points qu'ils ont gagnés.

cent cent cent cent
cent cent cent cent
dix dix dix dix
dix dix dix dix
un un



Etape 2 : sans matériel

▶ Six joueurs se partagent équitablement les points qu'ils ont gagnés.

8 centaines 5 dizaines 7 unités

Écris le nombre de centaines, dizaines et unités que chacun recevra, la valeur de sa part et ce qui restera après le partage.

As-tu compris?

Cinq joueurs se partagent équitablement les points qu'ils ont gagnés.

2 milliers 3 centaines 7 dizaines 8 unités

Écris le nombre de milliers, centaines, dizaines et unités que chacun recevra, la valeur de sa part et ce qui restera après le partage.

C5-La division à 1 chiffre

Découverte

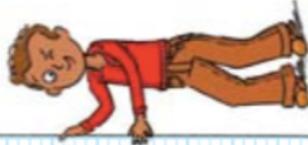
Etape 3

- 1 Numérix vient d'apprendre à calculer 986 divisé par 4 en posant une opération.

Observe sa méthode.

C'est une manière de mettre en forme les partages que tu as faits dans les séances précédentes. On l'appelle la méthode de la potence.

	c	d	u	
Je peux diviser 9 centaines par 4.	9	8	6	
Le quotient aura donc des centaines, des dizaines et des unités : il sera écrit avec 3 chiffres.	2	4	6	
9 centaines divisées par 4, cela fait 2 centaines au quotient car $2 \times 4 = 8$.	1	8	c d u	
Par soustraction, il reste 1 centaine qui représente 10 dizaines.	-	1	6	
Avec les 8 dizaines de 986, cela fait 18 dizaines à diviser par 4. Etc.		2	6	
		-	2	4
				2



Essaie d'écrire la suite de l'explication.

Quel est le quotient et quel est le reste de la division de 986 par 4 ?

As-tu compris?

- 2 Utilise cette méthode pour trouver le quotient et le reste de :

a. 814 divisé par 6

b. 1 257 divisé par 5

C5-La division à 1 chiffre

Découverte

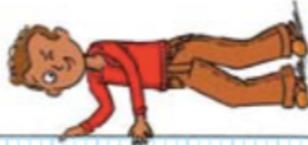
Etape 3

- 1 Numérix vient d'apprendre à calculer 986 divisé par 4 en posant une opération.

Observe sa méthode.

C'est une manière de mettre en forme les partages que tu as faits dans les séances précédentes. On l'appelle la méthode de la potence.

	c	d	u	
Je peux diviser 9 centaines par 4.	9	8	6	
Le quotient aura donc des centaines, des dizaines et des unités : il sera écrit avec 3 chiffres.	2	4	6	
9 centaines divisées par 4, cela fait 2 centaines au quotient car $2 \times 4 = 8$.	1	8	c d u	
Par soustraction, il reste 1 centaine qui représente 10 dizaines.	-	1	6	
Avec les 8 dizaines de 986, cela fait 18 dizaines à diviser par 4. Etc.		2	6	
		-	2	4
				2



Essaie d'écrire la suite de l'explication.

Quel est le quotient et quel est le reste de la division de 986 par 4 ?

As-tu compris?

- 2 Utilise cette méthode pour trouver le quotient et le reste de :

a. 814 divisé par 6

b. 1 257 divisé par 5

PAGE QR CODE La technique de la division



Lien : <http://www.parimaths.com/telechargements/fiches-didactiques-corriges/pdf/D15C-Division.pdf>

3. Décrire les quatre étapes suivies dans cette progression sur la division, à travers les quatre annexes. Vous caractériserez les différents types de problèmes proposés.

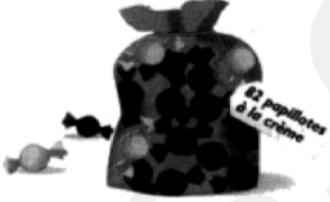
Chaque annexe correspond à une étape de la progression.

A1 : L'apprentissage démarre par la résolution d'un problème de quotition c'est-à-dire « en a combien de fois b ? ».

1-1  Pour son anniversaire, Audrey a invité quelques amis. Elle a acheté un paquet de 82 papillotes.

Pour distribuer ces papillotes à ses invités, elle veut confectionner des petits sachets. Elle pense mettre 12 papillotes par sachet.

Pour prévoir le nombre de sachets qu'elle pourra faire, elle commence ce schéma :

La procédure utilisée consiste en une approche de a par deux multiples consécutifs de b. l'encadrement du dividende est effectif. Elle est schématisée par une droite graduée à partir de 0, et des pas de valeur b. Il s'agit de compter de b en b jusqu'à atteindre le nombre a à partager. La notion de reste est naturellement évoquée dans le contexte des groupements, présents dans les problèmes de cette annexe.

On peut noter qu'un seul des problèmes de cette annexe porte sur la recherche de la valeur d'une part (exercice 3 : problème de partition). Les autres problèmes 1.4, exercices 2 et 4, sont des problèmes de quotition.

3  Des écureuils se partagent des noisettes. Ils en veulent autant chacun et le plus possible. Complète le tableau.

nombre de noisettes	nombre d'écureuils	calcul	part de chacun	reste
49	4	$49 = (4 \times 12) + 1$	12	1
55	5	_____	_____	_____
176	10	_____	_____	_____
_____	6	_____	13	10
_____	_____	$100 = (7 \times 14) + \text{_____}$	_____	_____



A2 : Toutes les situations sont des situations de partage équitable, avec recherche de la valeur d'une part (problème de partition). La procédure utilisée consiste à retrancher successivement le nombre b au nombre a, autant de fois que possible, jusqu'à ce que le reste soit inférieur au diviseur (b). Le quotient est égal au nombre de soustractions effectuées.

A3 : La résolution des problèmes porte ici sur des problèmes des deux types : partition (exercice 2) et quotition (activité, exercice 4, exercice 5). La division est identifiée comme procédure de résolution, quotient et reste sont définis. Des procédures sont présentées sous la forme de productions d'élèves. On peut reconnaître une approche par multiples consécutifs (Anna) de type ajustement, une méthode par soustractions successives (Nicolas) avec comptage simultané des groupements obtenus, une méthode mixte (Ronald) s'approchant de la technique opératoire avec soustractions organisées de multiples de b calculés mentalement (10 fois b).

A4 : Cette étape est consacrée à la présentation d'une technique opératoire de la division qui va optimiser la procédure de Ronald consistant à organiser la recherche ainsi que le calcul des multiples du diviseur soustraits au dividende. La liste des multiples de b est spécifiquement écrite (table des 7), permettant d'en déduire de nouveaux multiples par la règle du zéro ($\boxed{?} 10$, $\boxed{?} 40$, $\boxed{?} 50$), un encadrement permet de cibler l'ordre de grandeur du quotient (entre 40 et 50).

Les soustractions successives sont présentées en colonne dans un tableau, ainsi que le nombre de groupements (semaines ici) en parallèle.

nombre de jours		nombre de semaines																									
3 0 0			Tu peux disposer tes calculs autrement.																								
- 2 8 0	→	4 0	<table style="border-collapse: collapse; margin-left: 20px;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;">3 0 0</td> <td style="padding-left: 10px;">7</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;">- 2 8 0</td> <td style="padding-left: 10px;">4 0</td> <td style="padding-left: 10px;">40 x 7 = 280</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;">-----</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;">2 0</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;">- 1 4</td> <td style="text-align: center;">+</td> <td style="padding-left: 10px;">2</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;">-----</td> <td></td> <td style="padding-left: 10px;">2 x 7 = 14</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 10px;">6</td> <td></td> <td style="padding-left: 10px;">-----</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td style="padding-left: 10px;">(4 2) quotient</td> </tr> </table>	3 0 0	7		- 2 8 0	4 0	40 x 7 = 280	-----			2 0			- 1 4	+	2	-----		2 x 7 = 14	6		-----			(4 2) quotient
3 0 0	7																										
- 2 8 0	4 0	40 x 7 = 280																									

2 0																											
- 1 4	+	2																									
-----		2 x 7 = 14																									
6		-----																									
		(4 2) quotient																									
		+ 2																									

		4 2																									
$300 = (42 \times 7) + 6$ Dans 300 jours, il y a 42 semaines et 6 jours. Tu as calculé 300 divisé par 7.																											

Le passage à la potence est un « codage » de la présentation de cette démarche. On peut remarquer que pour l'instant, le quotient ne se calcule pas directement. Il est encore le résultat de groupements obtenus successivement à chaque étape de

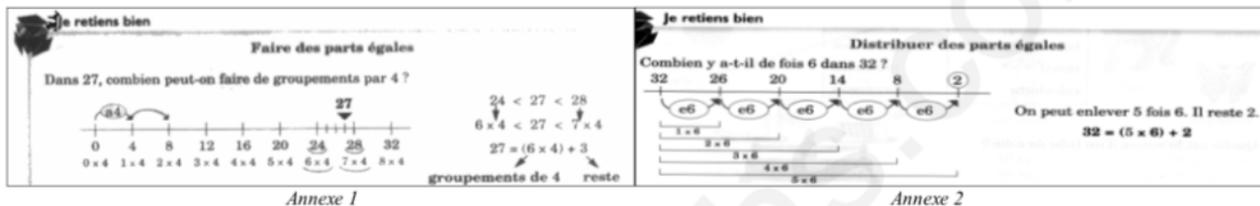
distribution (soustractions), et ces résultats sont présentés en colonne. Le quotient final est obtenu par addition. Le problème proposé est un problème de partition (exercice 2).

4. Les divers résumés « Je retiens bien » correspondent-ils selon vous aux relations proposés en question 1? Justifier.

Dans les quatre résumés, la relation $a \div b = q \text{ r}$ est clairement nommée. Par contre la condition sur le reste $r < b$ n'est jamais explicite.

La relation $a = bq + r$ est présente dans les encadrements du dividende par deux multiples successifs. Le terme quotient n'est nommé que dans les annexes 3 et 4.

Dans l'annexe 1, la représentation de la droite graduée par pas de 4, permet d'approcher le dividende (27) et de l'encadrer par deux multiples consécutifs les plus proches $6 \times 4 < 27 < 7 \times 4$. Cette graduation est expliquée par le codage a4, ajouter 4, pour construire la liste des multiples de 4. La notion et le terme de reste sont introduits par l'égalité $27 = 6 \times 4 + 3$. Le terme quotient est remplacé par un retour au contexte de la situation, faire des parts égales.



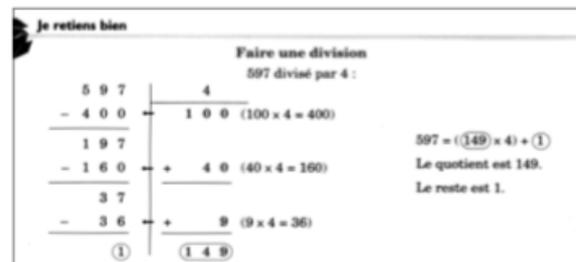
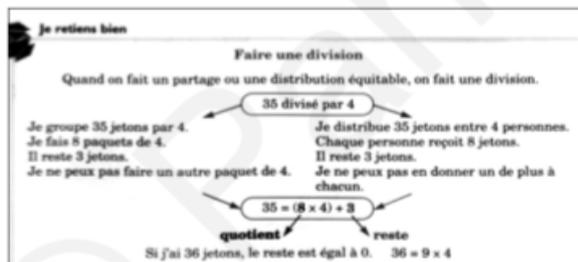
Annexe 1 Annexe 2

Dans l'Annexe 2, la distribution en parts égales est ici représentée sur une droite graduée à partir du dividende (32) par le codage e6, enlever 6. Il met en évidence une approche par procédure soustractive, présente dans la technique de la division visée dans la suite.

Dans l'Annexe 3, le résumé reprend les deux aspects de la résolution de problème : quotient illustrée par la situation de distribution (recherche du nombre de paquets) et partition illustrée par la situation de partage (recherche de la valeur d'une part). Le sens du reste est lié au contexte du problème, ainsi que l'encadrement ** par les phrases je ne peux pas donner/faire un de plus... Les deux termes sont explicites.

Dans l'Annexe 4, l'égalité* est la traduction du résultat de l'opération posée en potence. La technique laisse apparaître les calculs intermédiaires, les soustractions sont

écrites. Le quotient est décomposé en colonne, à chaque étape un retour au sens, en lien avec la numération, est fait. Les deux termes sont nommés.



5. Pour l'annexe 2, le livre du maître conseille de ne pas donner le livre aux élèves dans un premier temps mais de copier le texte au tableau jusqu'à « le nombre de glaces que chacun aura pendant les vacances. » afin de résoudre la situation. Quel est l'intérêt de cette démarche ? Justifier. Rédiger deux solutions, différentes de celle du livre, que pourraient donner les élèves.

Le livre présente une procédure de résolution. Le fait de ne pas donner le livre aux élèves permet de les laisser libres du choix de leurs procédures.

La complexité de l'énoncé peut amener les élèves à une représentation personnelle de la situation avant de se lancer dans une procédure de calcul.

Voici deux autres solutions possibles (il y en a d'autres acceptables) que pourraient donner les élèves pour distribuer les glaces, sachant que « après chaque goûter il y a 6 glaces en moins ».