

RECAPITULATIF COMPLET DU CHAPITRE Equations et Inéquations du 2^{ème} degré à une inconnue

$P(x) = ax^2 + bx + c$ est un trinôme du second degré ($a \neq 0$), et $\Delta = b^2 - 4ac$ est son discriminant. Sa forme canonique est

$$ax^2 + bx + c = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right]$$

- a) Si $ac < 0$ alors $\Delta > 0$ et l'équation (E) admet deux racines distinctes de signe contraires (car $x_1 \times x_2 = \frac{c}{a} < 0$)
- b) Si $a + b + c = 0$ alors $x_1 = 1$ et $x_2 = \frac{c}{a}$ sont deux racines distinctes de (E) $S_{IR} = \left\{ 1, \frac{c}{a} \right\}$.
- c) Si $a - b + c = 0$ alors $x_1 = -1$ et $x_2 = -\frac{c}{a}$ sont deux racines distinctes de (E) $S_{IR} = \left\{ -1, -\frac{c}{a} \right\}$.

	Si $\Delta < 0$	Si $\Delta = 0$	Si $\Delta > 0$																								
Racines (solutions de $ax^2 + bx + c = 0$)	L'équation $ax^2 + bx + c = 0$ n'admet pas de racine réelle. $S_{IR} = \emptyset$.	L'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet une seule racine double $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$ donc $S_{IR} = \left\{ -\frac{b}{2a} \right\}$	L'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet deux racines distinctes $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ donc $S_{IR} = \left\{ \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}, \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \right\}$																								
Factorisation $ax^2 + bx + c$	on ne peut pas factoriser. $ax^2 + bx + c = 0$ avec $a \neq 0$	$ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$	$ax^2 + bx + c = a\left(x - \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}\right)\left(x - \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}\right)$ $= a(x - x_1)(x - x_2)$																								
Tableaux de signes $P(x) = ax^2 + bx + c$	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">Signe de $P(x)$</td> <td colspan="2" style="padding: 5px; text-align: center;">signe de a</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	$+\infty$	Signe de $P(x)$	signe de a		<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">α</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">Signe de $P(x)$</td> <td style="padding: 5px;">signe de a</td> <td style="padding: 5px;">signe de a</td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">$\alpha = -\frac{b}{2a}$</p>	x	$-\infty$	α	$+\infty$	Signe de $P(x)$	signe de a	signe de a		<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">x_1</td> <td style="padding: 5px;">x_2</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">Signe de $P(x)$</td> <td style="padding: 5px;">signe de a</td> <td style="padding: 5px;">opposé du signe de a</td> <td style="padding: 5px;">signe de a</td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$</p>	x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$	Signe de $P(x)$	signe de a	opposé du signe de a	signe de a	
x	$-\infty$	$+\infty$																									
Signe de $P(x)$	signe de a																										
x	$-\infty$	α	$+\infty$																								
Signe de $P(x)$	signe de a	signe de a																									
x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$																							
Signe de $P(x)$	signe de a	opposé du signe de a	signe de a																								