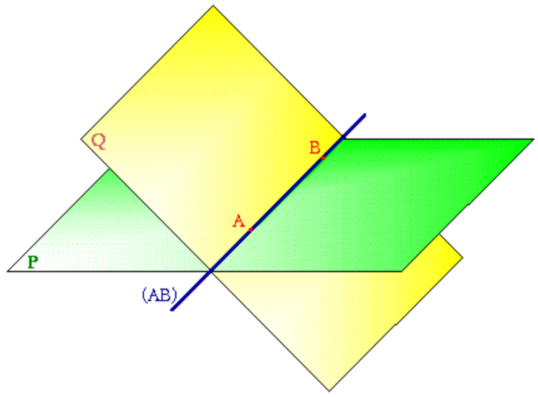
بنعدي محمد
اع احمد الحنصالي ازيلال

الهندسة الفضائية

1. تمهيد

موضوعات التلاقي

1- من نقطتين مختلفتين A و B في الفضاء يمر مستقيم وحيد يرمز له (AB) 2- من ثلاث نقط غير مستقيمية A و B و C يمر مستوى وحيد يرمز له (ABC) 3- اذكان A و B نقطتين مختلفتين من مستوى (P) , فان جميع نقط المستقيم (AB) تنتمى الى المستوى (P) 4- اذا اشترك مستويان (P) و (Q) في نقطة A فانهما متقاطعين وفق مستقيم يمر من A	

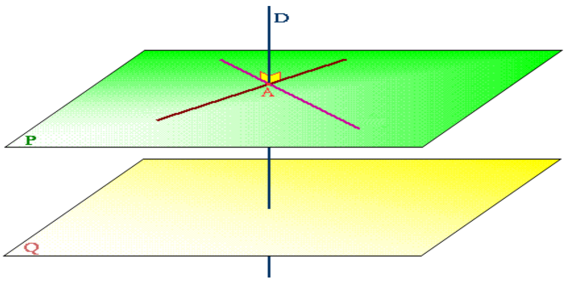
في كل مستوى في الفضاء جميع الخصائص التي تعرفت عليها في الهندسة المستوية

ملحوظة

- نقول عن عدة نقط في الفضاء انها مستقيمية اذا كانت تنتمي لى نفس المستقيم
- نقول عن عدة نقط انها مستوائية اذا كانت تنتمي لى نفس المستوى
- نقول عن عدة مستقيمات انها مستوائية اذا كانت ضمن لى نفس المستوى

2. تعامد مستقيم و مستوى

تعريف (الشكل 1)



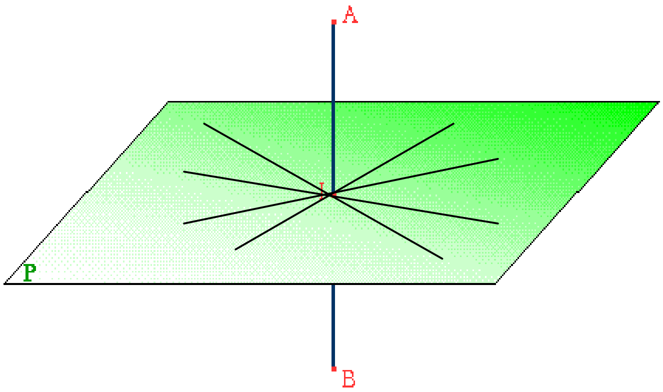
الشكل1

يكون مستقيم (D) علي المستوى (P) في النقطة A
اذا كان (D) عمودي في A على مستقيمين ضمن المستوى (P) في A

خاصية 1 (الشكل 1)

بنعدي محمد
اع احمد الحنصالي ازيلال

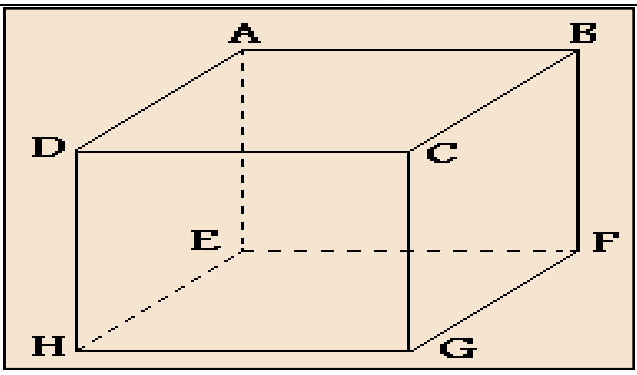
اذا كان المستويان (P) و (Q) متوازيين فان كل مستقيم (D) عمودي على (P) يكون عموديا على (Q)



خاصية 2 الشكل 2

اذا كان المستقيم (AB) عمودي على المستوى (P) في I , فان (AB) عمودي على جميع المستقيمات المتواجدة ضمن المستوى (P) والمارة من I

مثال

	في المتوازي المستطيلات القائم جانبه 1- بين ان (AE) عمودي على المستوى (EFGH) في E 2- استنتج ان (AE) عمودي على المستوى (EFGH) في E

- تبين ان المستقيم (AE) عمودي على المستوى (EFGH) في E

لدينا ABCDEFGH متوازي المستطيلات القائم

اذن AEHG و AEFB مستطيلين ومنه (AE) عمودي على المستقيمين (EH) و (EF) في E

وبما ان المستقيمين (EH) و(EF) يقعان في المستوى (EFGH)

فان المستقيم (AE) عمودي على المستوى (EFGH) في E

- تبين ان المثلث AEG قائم الزاوية في E

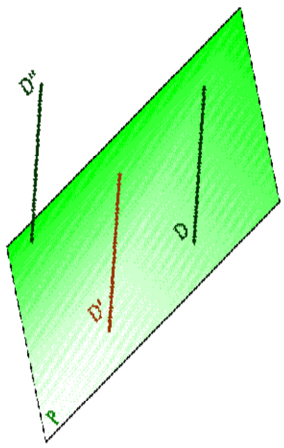
تعلم ان المستقيم (AE) عمودي على المستوى (EFGH) في E

بما ان المستقيم (EG) ضمن (EFGH) ويمر من E فان (AE) عمودي على (EG)

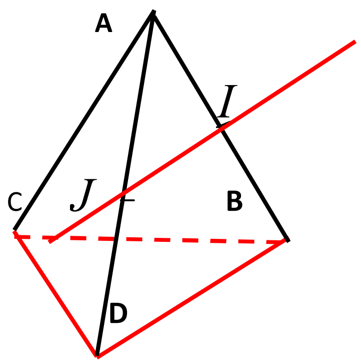
بنعدي محمد
اع احمد الحنصالي ازيلال

ومنه فان المثلث AEG قائم الزاوية في E

3- توازي مستقيم و مستوى

	1- اذا كان المستقيم (D'') يوازي مستقيم (D') ضمن المستوى (P) فان (D'') يوازي المستوى (P) 2- في الفضاء اذا كان المسقيم (D'') يوازي المستوى (P) فان كل مستقيم (D) ضمن (P) يوازي (D') يوازي ايضا (D'')

مثال



ABCD رباعي الاوجه

لتكن I منتصف $[AB]$ و J منتصف $[AD]$

اذن المستقيم (IJ) يوازي (BD)

وبما ان (BD) يوجد ضمن المستوى (BDC) فان (IJ) يوازي المستوى (BDC)

4- تكبير - تصغير

تعريف

لتكبير او تصغير مجسم في الفضاء, نضرب ابعاده في عدد حقيقي موجب قطعا K العدد K يسمى نسبة التكبير او التصغير

بنعدي محمد
اع احمد الحنصالي ازيلال

المساحة تضرب في K^2 و الحجم يضرب في K^3

انتبه

اذا كان 0<K<1 نحصل على شكل مصغر

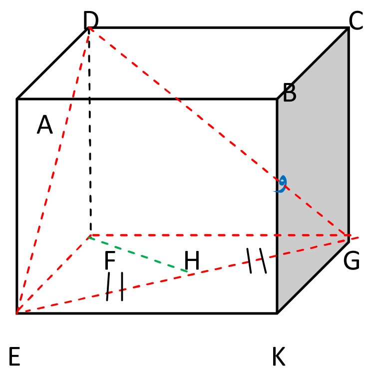
اذا كان K>1 نحصل على شكل مكبر

مثال 1

ليكن V_1 حجم المجسم A و V حجم المجسم B

اذا كان مجسم A هو تكبير لمجسم B بنسبة 4 فان $\frac{V_1}{V_2} = 4^3$

تمرين 1 (مع التصحيح)



تمرين اول

نعتبر متوازي المستطيلات القائم الممثل في الشكل المقابل

بحيث : $AB = AD = 4cm$ و $AE = 6cm$

1- احسب AG, DE, DG, EG ثم استنتج طبيعة المثلث EDG

2- ليكن H منتصف $[EG]$ ا- بين ان (DF) عمودي على (HF)

ب- احسب DH ج- احسب حجم الهرم DFEG

الجواب

1- حساب EG

نعلم ان ABCDEKGF متوازي مستطيلات قائم

اذن EKGF مستطيل ومنه المثلث FGK قائم الزاوية في K

وبالتالي حسب مبرهنة فيتاغورس $EG^2 = EK^2 + KG^2$

اي $EG^2 = 4^2 + 4^2$ مما يعني ان $EG = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

بنفس الطريقة نحسب ان $DE = 2\sqrt{13}$ و $DG = 2\sqrt{13}$

بنعدي محمد
اع احمد الحنصالي ازيلال

حساب AG

نعلم ان : AG قطرفي المتوازي المستطيلات القائم

اذن $AG=\sqrt{AE^2+AD^2+AB^2}$

بعد التعويض نستنتج ان : $AG=\sqrt{68}$ اي $AG=2\sqrt{17}$

طبيعة المثلث EDG

بما ان $DE=DG=2\sqrt{13}$ فان المثلث EDG متساوي الساقين في D

2- د نبين أن (DF) عمودي على (FH)

نعلم ان المستقيم (DF) عمودي على (FG) و (FE) في النقطة F

اذن $(EFGH)\perp(DF)$ وبما ان (FH) ضمن المستوى (EFGH) فان $(FH)\perp(DF)$

2 ب- حساب المسافة DH

نعلم ان المثلث EDG متساوي الساقين في D و H منتصف $[EG]$

اذن (DH) ارتفاع للمثلث EDG ومنه $(EG)\perp(DH)$

وبالتالي نطبق مبرهنة فيتاغورس المباشرة على المثلث القائم الزاوية DEH

وبالتالي $DE^2=DH^2+EH^2$

اذن $DH^2=DE^2-EH^2$

وبما ان $DE=2\sqrt{13}$ و $EH=\frac{1}{2}EG=2\sqrt{2}$ فان $DH^2=52-8$ تعني $DH^2=44$

وبالتالي $DH=2\sqrt{11}$

ج- حساب V حجم الهرم DFEG

نعلم ان $V=\frac{1}{3}\times DF\times S_{EFG}$ حيث : DF ارتفاع الهرم DEFG

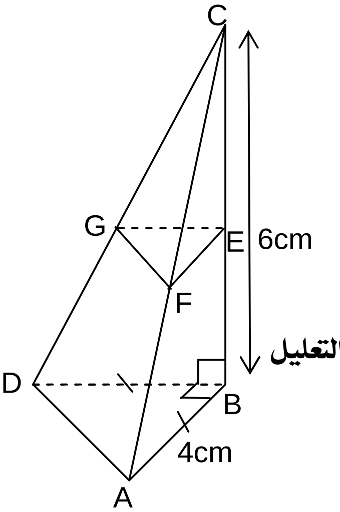
و S_{EFG} مساحة المثلث EFG القائم الزاوية في F

بنعدي محمد
اع احمد الحنصالي ازيلال

$$DF = 6cm \text{ و } S_{EFG} = \frac{EF \times FG}{2} = \frac{4 \times 4}{2} = 8cm^2$$

اذن : $V = \frac{1}{3} \times 6 \times 8 = 16cm^3$

تمرين 2



نعتبر الهرم CABD انظر الشكل

E و F و G منتصفات $[BC]$ و $[AC]$ و $[DC]$ على التوالي

1. بين أن $(CF) \perp (ABD)$
2. احسب V حجم الهرم CABD
3. الهرم CEFG هل هو تكبير ام تصغير للهرم CABD مع التعليل
4. احسب V' حجم الهرم CEFG