

## La théorie de la relativité restreinte

Et voilà le gros morceau ! Cela faisait un moment que je voulais produire quelque chose sur la relativité restreinte, mais je ne trouvais pas l'angle qui me plaisait. C'est chose faite, mais du coup c'est un peu long !

Et pour ceux qui auraient encore faim après 36 minutes de visionnage, voici quelques compléments.

### Une perspective anti-historique

Commençons par un petit commentaire général concernant l'angle pédagogique que j'ai choisi. Je dis à la fin de la vidéo que j'ai « escamoté » la perspective historique. Le mot « escamoter » n'est pas assez fort, je l'ai carrément distordue, et c'est parfaitement volontaire ! Quand on parle de découvertes scientifiques complexes comme la relativité restreinte, il est assez classique de se baser sur l'enchaînement historique des choses. Mais pour ma part, j'aime bien faire autrement.

On sait que la recherche scientifique avance souvent de manière erratique, ça n'est pas un processus linéaire. Les acteurs eux-mêmes des découvertes n'avaient pas à l'époque l'étendue de la compréhension que l'on peut avoir aujourd'hui. Raconter les concepts scientifiques au moyen de la succession historique des découvertes nous oblige à suivre un chemin qui n'est pas toujours le plus court, le plus simple ou le plus clair. Je crois que c'est particulièrement le cas pour la relativité restreinte, et c'est pour ça que j'ai choisi de faire une présentation mettant plutôt en avant la logique, telle qu'on peut la percevoir aujourd'hui après un siècle de « digestion », que l'histoire et ses héros scientifiques. De fait certaines des choses que je dis sont des anachronismes.

L'exemple le plus caricatural est la façon dont je présente la relativité restreinte comme un « simple » changement de formule, où l'on décide d'adopter la transformation de Lorentz en lieu et place de celle de Galilée pour faire un changement de référentiel. Historiquement, ça ne s'est pas passé de manière aussi immédiate, et Einstein n'a pas écrit un article qui aurait explicitement consisté en cela. Mais si on regarde les choses dans leur ensemble, maintenant qu'on a bien digéré la relativité restreinte, du point de vue scientifique c'est à cela que ça revient.

Et il me semble que c'est plus simple à raconter comme ça que de repasser par les différents errements qu'ont connu les savants de l'époque, avant de converger lentement vers l'édifice qu'on connaît aujourd'hui. Bref, en quelques mots : cette vidéo n'est pas une vidéo d'histoire des sciences !

### Les référentiels inertiels

Il y a un point important que je laisse de côté dans cette vidéo, et que je n'ai pas réussi à caser harmonieusement, c'est l'idée de référentiel « galiléen » ou « inertiels ».

J'ai expliqué comment passer d'un référentiel à un autre qui serait en mouvement rectiligne uniforme par rapport à lui, mais je n'ai pas explicitement discuté le fait qu'on postule l'existence d'une classe particulière de référentiels, « galiléens » ou « inertiels », qui sont ceux dans lesquels l'absence de force appliquée conduit à un mouvement rectiligne uniforme, et qui sont tels que si le mouvement est rectiligne uniforme dans un référentiel inertiel, il l'est dans tous les autres.

En pratique, cette notion est une abstraction puisque aucun des référentiels qu'on utilise dans les expériences n'est véritablement inertiel (d'ailleurs quand je dis que le jumeau resté sur Terre est dans un référentiel inertiel, c'est faux stricto sensu puisque la Terre est en rotation et révolution). Mais la plupart du temps, on trouve toujours un référentiel approché « suffisamment inertiel » (celui de la Terre, du système solaire, de la galaxie...)

Galilée. Lorentz. C'est tout ? Un peu de théorie des groupes

Une question que l'on peut se poser quand on est confronté aux transformations de Lorentz et de Galilée, c'est de savoir s'il en existerait pas d'autres qui pourraient être utilisées pour passer d'un référentiel à un autre. Et la réponse est essentiellement que non ! Il existe une très jolie démonstration du fait les seules transformations envisageables sont ces deux là.

Pour cela, on n'a même pas besoin de l'idée de vitesse de la lumière (ni même de lumière), on fait uniquement appel à la théorie des groupes. Si on postule que les transformations recherchées pour passer d'un référentiel inertiel à un autre doivent former une structure de groupe, c'est-à-dire qu'on peut les composer et les inverser, on peut démontrer que les seules solutions possibles sont le groupe de Galilée et le groupe de Lorentz. (Petite note au passage le groupe de Galilée est un cas particulier du groupe de Lorentz pour  $c$  infinie).

J'esquisse la démonstration. Pour simplifier on prend une dimension d'espace et une de temps, et on suppose que les deux référentiels coïncident pour  $t=0$ , et sont en mouvement rectiligne uniforme à vitesse  $v$ . Pour qu'un mouvement rectiligne uniforme dans l'un soit un mouvement rectiligne uniforme dans l'autre, la transformation qui permet de passer des coordonnées  $(x,t)$  aux coordonnées  $(x',t')$  est nécessairement une transformation linéaire, c'est-à-dire une matrice  $2 \times 2$ , dont les coefficients dépendent de la vitesse  $v$ .

On impose ensuite que les transformations forment une structure de groupe c'est-à-dire que l'inversion correspond à une transformation de vitesse  $-v$

$$T(v)^{-1} = T(-v)$$

et que deux transformations successives de vitesses  $v$  et  $w$  correspondent à une unique transformation de vitesse  $v+w$

$$T(v)T(w) = T(v+w)$$

Ces simples restrictions suffisent à montrer qu'il n'existe qu'une solution, la transformation de Lorentz (dont la transformation de Galilée est un cas spécifique pour  $c \rightarrow \infty$ ).

Pour en savoir plus sur cette démonstration :

[https://en.wikipedia.org/wiki/Derivations\\_of\\_the\\_Lorentz\\_transformations#From\\_group\\_postulates](https://en.wikipedia.org/wiki/Derivations_of_the_Lorentz_transformations#From_group_postulates)

Vous pouvez en lire une version vulgarisée ici :

<http://webinet.blogspot.fr/2008/09/toute-la-lumire-sans-lumire-sur-la.html>

Mesurer la longueur du bateau

Je n'ai pas trop détaillé dans la vidéo comment on mesure effectivement la longueur du bateau en mouvement depuis le référentiel de la plage, mais c'est un bon exemple du fait que pour ne pas dire de bêtises en relativité restreinte, il faut vraiment revenir à des notions d'évènements spatio-temporels. Pour démontrer la « dilatation du temps », c'est facile car on a des évènements clairs (coups sur un tambour par exemple), pour les longueurs il faut faire attention et se demander vraiment comment on ferait en pratique pour mesurer un bateau?

Pour mesurer un bateau avec des évènements, il faut se donner un « tic » d'horloge de notre référentiel de la plage, et repérer les coordonnées spatiales des extrémités du bateau au moment de ce tic d'horloge. Une des subtilités vient du fait que ces deux « tics » localisés à chacune des extrémités du bateau ne seront pas vus comme simultanés dans le référentiel du bateau ! Il faut vraiment se demander en quels points de l'espace-temps se trouve les extrémités du bateau au moment où on décide de faire la mesure.

Quelques réflexions sur les muons

Un mot sur le temps de vie du muon. Comme je l'ai expliqué, vu de la Terre, le temps de vie du muon est de 20 microsecondes, mais cela est dû à un facteur de Lorentz d'environ 10. Si on était dans le référentiel du muon, ce temps de vie serait de seulement 2 microsecondes.

Ce temps de vie, on peut le mesurer à partir d'expériences sur des muons autres que ceux qui nous arrivent des gerbes cosmiques, mais ce qui est beau, c'est qu'on peut aussi estimer ce temps de vie à partir de considérations théoriques sur les différents modes de désintégration

[https://en.wikipedia.org/wiki/Muon#Theoretical\\_decay\\_rate](https://en.wikipedia.org/wiki/Muon#Theoretical_decay_rate)

Un point que j'ai sauté par manque de temps, c'est qu'en se plaçant du point de vue du muon, on peut aussi démontrer la contraction des longueurs. Dans notre référentiel, le muon vit (en moyenne) 20 microsecondes et parcourt environ 6 km. Dans son référentiel, le muon ne vit que 2 microsecondes, et la distance qu'il se voit parcourir correspond à ces mêmes 6km, mais affectés du facteur de contraction des longueurs. Donc la couche d'atmosphère que le muon traverse, mesurée dans son propre référentiel, n'a une épaisseur que de 600m (attention, c'est bien la même

couche d'atmosphère, mais l'épaisseur de celle-ci dépend du référentiel de laquelle on la regarde !)

Préservation de la causalité

Un petit complément sur la perte de notion de simultanéité. La transformation de Lorentz nous fait aboutir à ce résultat étonnant que deux événements A et B situés en des points différents de l'espace peuvent très bien être simultanés dans un référentiel, mais survenir dans un certain ordre (disons A avant B) dans un autre référentiel, et dans l'ordre inverse (B avant A) dans un troisième référentiel. Malgré tout, il y a des limites ! Cela ne peut se produire que si les événements sont suffisamment éloignés pour ne pas pouvoir être causalement reliés (c'est à dire être relié par exemple par un rayon lumineux).

Où sont les invariants ?

En passant de la transformation de Galilée à celle de Lorentz, on n'a vu que beaucoup de choses qui étaient avant des invariants deviennent relatif. Il y a quand même un invariant important dont je n'ai pas parlé : la distance d'espace-temps.

Prenez deux événements, choisissez un référentiel et considérez l'intervalle d'espace  $\Delta x$  et l'intervalle de temps  $\Delta t$  qui les séparent dans ce référentiel. Si vous changez de référentiels, ces intervalles seront différents. En revanche, l'intervalle d'espace-temps défini comme :

$$(\Delta s)^2 = (\Delta x)^2 - c^2 (\Delta t)^2$$

est lui un invariant, il sera le même pour tous les référentiels.

Électromagnétisme et groupe de Galilée

Il y aurait plein de choses à dire sur l'électromagnétisme et le fait qu'il ne colle pas avec le groupe de Galilée. Juste un petit point pour vous le faire sentir. Vous savez peut-être qu'une particule chargée soumise à un champ électrique E et un champ magnétique B subit une force

$$F = q(E + v \wedge B)$$

Si vous observez attentivement cette expression, vous devez voir qu'il y a un truc qui ne colle pas. Elle ressemble un peu à ma « loi de Neuton » qui faisait intervenir la vitesse. Comme on peut toujours se placer dans un référentiel différent, une telle loi ne devrait pas pouvoir dépendre de la vitesse v sans violer le principe de relativité. Et on s'en sort en imposant que les champs E et B eux-mêmes dépendent du référentiel dans lequel on se place.

<https://sciencetonante.wordpress.com/2017/09/13/relativite-restreinte-einstein/>

<https://youtu.be/M86YM6QA4-M>