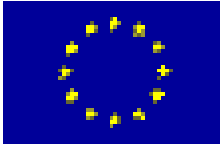
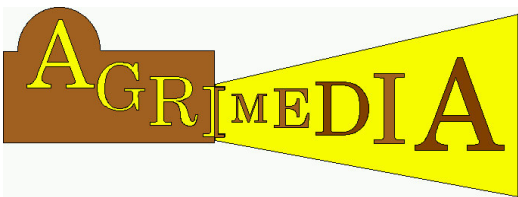
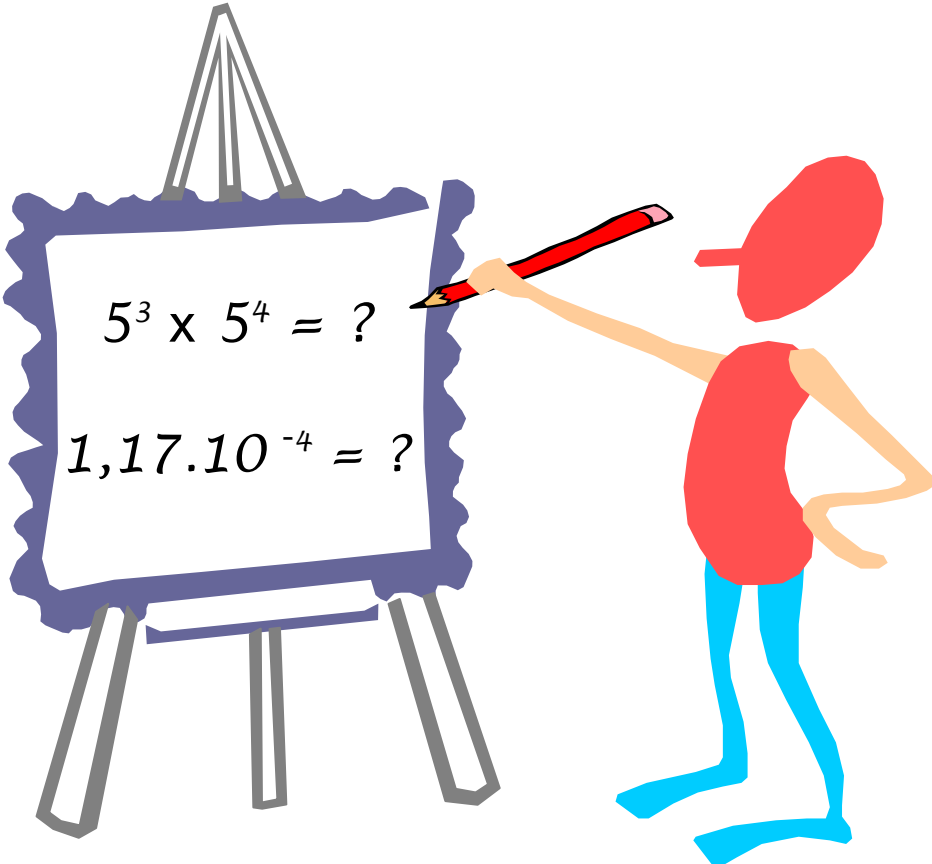


LES PUISSANCES

PUISSANCES D'UN NOMBRE



Dossier n°1
Juin 2005

Conçu et réalisé par :
Marie-Christine LIEFOOGHE
Bruno VANBAELINGHEM
Annie VANDERSTRAELE

C.D.R. AGRIMEDIA	LES PUISSANCES	Apprentissage
---------------------	----------------	---------------

Objectifs :

- Présenter l'écriture « puissance » d'un nombre
- Effectuer des opérations sur ces puissances

Contenu :

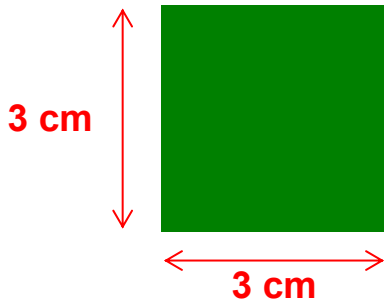
- Présentation de l'écriture « puissance » à partir du calcul de l'aire d'un carré ou du volume d'un cube.
- Opérations sur les puissances.
- Exercices d'application et de synthèse avec corrections.

Pré-requis :

- Connaissance des règles de simplification des fractions.
- Connaissance des règles de calcul sur les nombres relatifs.

I - PRÉSENTATION DE L'ÉCRITURE « PUISSANCE D'UN NOMBRE »

Exemple 1 : Calcul de l'aire d'un carré



Aire de ce carré = côté x côté
 = 3 x 3

On multiplie "3" par lui-même.

On écrit :

Aire du carré = 3 x 3
 = 3² = 9

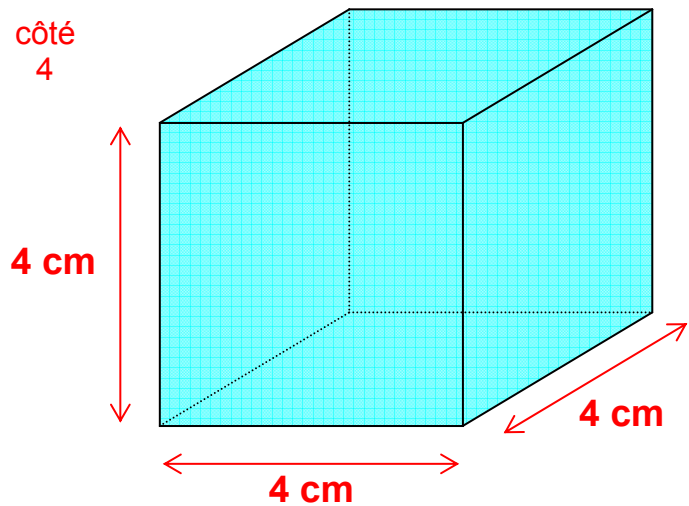
L'aire de ce carré est donc : 9 cm²

3² se lit : « trois PUISSANCE deux » ou « trois au carré »

Exemple 2 : Calcul du volume d'un cube

Volume de ce cube = côté x côté x côté
 = 4 x 4 x 4

"4" est multiplié 3 fois par lui-même.



On écrit :

Volume du cube = 4 x 4 x 4
 = 4³ = 64

Le volume de ce cube est donc : 64 cm³

4³ se lit : « quatre PUISSANCE trois » ou « quatre au cube »

II - DÉFINITION ET RÈGLE D'ÉCRITURE

Calculer **une PUISSANCE** d'un nombre, c'est **multiplier** ce nombre **plusieurs fois par lui-même**.

Exemple 1 : six puissance quatre

six puissance quatre s'écrit 6^4

et se calcule de la façon suivante : $6^4 = \underbrace{6 \times 6 \times 6 \times 6}$

le nombre 6 est multiplié 4 fois par lui-même

d'où l'écriture : 6^4

Dans cet exemple, 4 est appelé **EXPOSANT** de la **puissance** du **nombre 6**

Exemple 2 : 8^5

8^5 se lit huit puissance cinq et se calcule ainsi : $8^5 = 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8$

le nombre 8 est multiplié 5 fois par lui-même

d'où l'écriture : 8^5 cinq est l'exposant de la puissance du nombre huit

Exemple 3 : $11 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11$

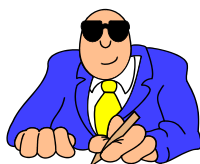
le nombre 11 est multiplié 8 fois par lui-même

d'où l'écriture : 11^8 huit est l'exposant de la puissance du nombre onze

$11 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11 = 11^8$

Cette expression se lit : onze puissance huit

Maintenant à vous !



En suivant l'exemple, complétez le tableau ci-dessous :

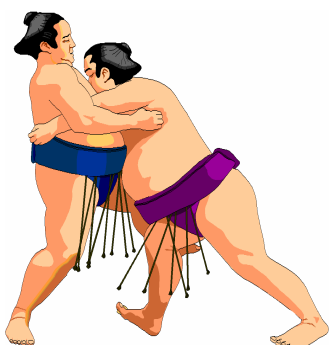
Exemple :

Nombre multiplié par lui-même	Exposant	Ecriture sous forme de produit	Ecriture sous forme de puissance	Lecture de l'écriture puissance
3	4	3 x 3 x 3 x 3	3 ⁴	trois puissance quatre
			2 ³	
8	3			
		5 x 5 x 5 x 5		
		6 x 6 x 6 x 6 x 6 x 6		
				sept puissance quatre
				neuf au cube
1	5			
		4 x 4 x 4 x 4 x 4		
				quatre puissance six
			9 ⁴	
			3 ³	
7	2			
				douze puissance quatre

Voir réponses page suivante

RÉPONSES

Nombre multiplié par lui-même	Exposant	Ecriture sous forme de produit	Ecriture sous forme de puissance	Lecture de l'écriture puissance
3	4	3 x 3 x 3 x 3	3 ⁴	trois puissance quatre
2	3	2 x 2 x 2	2 ³	deux puissance trois ou deux au cube
8	3	8 x 8 x 8	8 ³	huit puissance trois ou huit au cube
5	4	5 x 5 x 5 x 5	5 ⁴	cinq puissance quatre
6	6	6 x 6 x 6 x 6 x 6 x 6	6 ⁶	six puissance six
7	4	7 x 7 x 7 x 7	7 ⁴	sept puissance quatre
9	3	9 x 9 x 9	9 ³	neuf au cube
1	5	1 x 1 x 1 x 1 x 1	1 ⁵	un puissance cinq
4	5	4 x 4 x 4 x 4 x 4	4 ⁵	quatre puissance cinq
4	6	4 x 4 x 4 x 4 x 4 x 4	4 ⁶	quatre puissance six
9	4	9 x 9 x 9 x 9	9 ⁴	neuf puissance quatre
3	3	3 x 3 x 3	3 ³	trois puissance trois ou trois au cube
7	2	7 x 7	7 ²	sept puissance deux ou sept au carré
12	4	12 x 12 x 12 x 12	12 ⁴	douze puissance quatre



Allons Messieurs, il n'y a pas que la **PUISSANCE** dans la vie...
On a souvent besoin d'un plus petit que soi !!!

OPÉRATIONS SUR LES PUISSANCES

I - MULTIPLICATION DE « PUISSANCES D'UN NOMBRE »

Exemple 1 : multiplions 4^2 par 4^3

$$\begin{array}{ccc} 4^2 & \times & 4^3 \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}} & & \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\ = & 4 \times 4 & \times 4 \times 4 \times 4 \end{array} \quad \text{le nombre } 4 \text{ est multiplié } 5 \text{ fois par lui même.}$$

On peut donc écrire : $4^2 \times 4^3 = 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^5$

d'où

$$4^2 \times 4^3 = 4^5$$

Remarque : L'exposant obtenu est 5, car $5 = 2 + 3$

Exemple 2 : multiplions 7^2 par 7^4 et par 7^3

$$\begin{array}{ccccc} 7^2 & \times & 7^4 & \times & 7^3 \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}} & & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & & \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\ = & 7 \times 7 & \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 & \times & 7 \times 7 \times 7 \end{array}$$

le nombre 7 est multiplié 9 fois par lui même.

On peut donc écrire : $7^2 \times 7^4 \times 7^3 = 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^9$

d'où

$$7^2 \times 7^4 \times 7^3 = 7^9$$

Remarque : L'exposant obtenu est 9, car $9 = 2 + 4 + 3$

Autres exemples :

$$6^5 \times 6^4 \times 6^{10} \times 6^7 = 6^{26} \quad \text{car } 5 + 4 + 10 + 7 = 26$$

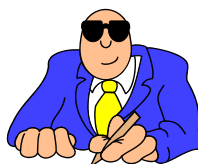
$$8^4 \times 8 \times 8^8 \times 8^2 = 8^{15} \quad \text{car } 4 + 1 + 8 + 2 = 15$$

$$\begin{array}{c} \updownarrow \\ 8^1 \end{array}$$

en effet,

$$\text{par convention } 8 = 8^1$$

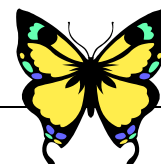
Maintenant à vous !



Produit	Ecriture simplifiée	
	sous forme de puissance	en lettres
$5^3 \times 5^2$		
$3^3 \times 3^4$		
$13^2 \times 13^8$		
$7^2 \times 7^4$		
$4^3 \times 4^9$		
$8^2 \times 8^6$		
$2^5 \times 2^2$		
$9^3 \times 8^2$		
$25^2 \times 25^3 \times 25^4$		
$1^3 \times 1^2$		
8×8^3		
5×16^8		
$18^3 \times 18^2 \times 18^6$		
$52^3 \times 52^3$		

Voir réponses page suivante

RÉPONSES



Produit	Écriture simplifiée	
	sous forme de puissance	en lettres
$5^3 \times 5^2$	5^5	cinq puissance cinq
$3^3 \times 3^4$	3^7	trois puissance sept
$13^2 \times 13^8$	13^{10}	treize puissance dix
$7^2 \times 7^4$	7^6	sept puissance six
$4^3 \times 4^9$	4^{12}	quatre puissance douze
$8^2 \times 8^6$	8^8	huit puissance huit
$2^5 \times 2^2$	2^7	deux puissance sept
$9^3 \times 8^2$	<i>Pas de simplification possible car ce ne sont pas deux puissances du même nombre</i>	
$25^2 \times 25^3 \times 25^4$	25^9	vingt-cinq puissance neuf
$1^3 \times 1^2$	1^5 ou 1	un
8×8^3	8^4	huit puissance quatre
5×16^8	<i>Pas de simplification possible car ce ne sont pas deux puissances du même nombre</i>	
$18^3 \times 18^2 \times 18^6$	18^{11}	dix-huit puissance onze
$52^3 \times 52^3$	52^6	cinquante-deux puissance six

Je suis là pour égayer cette page un peu tristounette !!!!!



II - DIVISION DE « PUISSANCES D'UN NOMBRE »

Exemple 1 : divisons 4^5 par 4^3

$$\frac{4^5}{4^3} = \frac{4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4}{4 \times 4 \times 4} = 4 \times 4 = 4^2$$

$$\frac{4^5}{4^3} = 4^2$$

Remarque :

L'exposant obtenu est 2. En effet, après simplification de la fraction, il reste 4×4 soit 4^2

L'exposant obtenu correspond donc à la différence suivante :

$$\begin{array}{r} \text{(exposant du numérateur)} \\ 5 \end{array} - \begin{array}{r} \text{(exposant du dénominateur)} \\ 3 \end{array} = 2$$

Exemple 2 : divisons 15^8 par 15^7

$$\frac{15^8}{15^7} = \frac{15 \times 15 \times 15 \times 15 \times 15 \times 15 \times 15 \times 15}{15 \times 15 \times 15 \times 15 \times 15 \times 15 \times 15} = 15$$

$$\frac{15^8}{15^7} = 15$$

Remarque :

Après simplification de la fraction, le résultat obtenu est « 15 ».

Nous vous rappelons la convention énoncée en bas de la page 6 $\Rightarrow 15 = 15^1$

L'exposant 1 correspond bien à la différence suivante :

$$\begin{array}{r} \text{(exposant du numérateur)} \\ 8 \end{array} - \begin{array}{r} \text{(exposant du dénominateur)} \\ 7 \end{array} = 1$$

Exemple 3 : divisons 9^5 par 9^8

$$\frac{9^5}{9^8} = \frac{9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9}{9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9} = \frac{1}{9 \times 9 \times 9} = \frac{1}{9^3} = 9^{-3}$$

$$\frac{9^5}{9^8} = 9^{-3}$$

Remarque :

L'exposant obtenu est -3 . Il correspond à la différence suivante :

(exposant du numérateur) - (exposant du dénominateur)

$$5 \quad - \quad 8 \quad = \quad -3$$

Cette règle de calcul de l'exposant reste valable même si l'exposant obtenu est négatif.

Exemple 4 : divisons 27^4 par 27^4

$$\frac{27^4}{27^4} = \frac{27 \times 27 \times 27 \times 27}{27 \times 27 \times 27 \times 27} = 1$$

$$\frac{27^4}{27^4} = 1$$

Remarques :

1) La différence suivante :

(exposant du numérateur) - (exposant du dénominateur) est égale à zéro.

$$4 \quad - \quad 4 \quad = \quad 0$$

En conséquence $27^0 = 1$

Dans une division, le calcul de l'exposant final : (exposant du numérateur) - (exposant du dénominateur) reste valable même si l'exposant obtenu est nul.

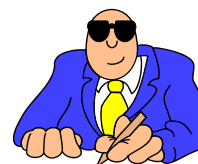
$$\frac{6^{11}}{6^{11}} = 1 \quad \frac{17^5}{17^5} = 1 \quad \frac{24^8}{24^8} = 1$$

2) De même,

$$6^0 = 1 \quad 17^0 = 1 \quad 24^0 = 1$$

Tout nombre à la puissance zéro est égal à 1.

Maintenant à vous !



En suivant l'exemple, complétez le tableau ci-dessous :

Exemple :

Fraction	Calcul de l'exposant final	Ecriture simplifiée
$\frac{7^5}{7^3}$	$5 - 3 = 2$	7^2
$\frac{8^7}{8^4}$		
$\frac{5^3}{5^5}$		
$\frac{13^{12}}{13^9}$		
$\frac{25^5}{52^8}$		
$\frac{12^5}{12^9}$		
$\frac{1^9}{1^{10}}$		
$\frac{38^{14}}{38^{14}}$		
$\frac{17^{25}}{27^{31}}$		
$\frac{55^4}{55^3}$		
$\frac{21^{12}}{21^{14}}$		
$\frac{23^3}{12^3}$		
$\frac{15^6}{15^7}$		
$\frac{9^5}{9^7}$		

Voir réponses page suivante

RÉPONSES



En suivant l'exemple, complétez le tableau ci-dessous :

Exemple :

Fraction	Calcul de l'exposant final	Ecriture simplifiée
$\frac{7^5}{7^3}$	$5 - 3 = 2$	7^2
$\frac{8^7}{8^4}$	$7 - 4 = 3$	8^3
$\frac{5^3}{5^5}$	$3 - 5 = -2$	5^{-2}
$\frac{13^{12}}{13^9}$	$12 - 9 = 3$	13^3
$\frac{25^5}{52^8}$	<i>Pas de simplification possible car ce ne sont pas deux puissances du même nombre</i>	
$\frac{12^5}{12^9}$	$5 - 9 = -4$	12^{-4}
$\frac{1^9}{1^{10}}$	$9 - 10 = -1$	1^{-1} ou 1 <i>toute puissance du nombre 1 est égale à 1</i>
$\frac{38^{14}}{38^{14}}$	$14 - 14 = 0$	38^0 ou 1
$\frac{17^{25}}{27^{31}}$	<i>Pas de simplification possible car ce ne sont pas deux puissances du même nombre</i>	
$\frac{55^4}{55^3}$	$4 - 3 = 1$	55^1 ou 55
$\frac{21^{12}}{21^{14}}$	$12 - 14 = -2$	21^{-2}
$\frac{23^3}{12^3}$	<i>Pas de simplification possible car ce ne sont pas deux puissances du même nombre</i>	
$\frac{15^6}{15^7}$	$6 - 7 = -1$	15^{-1}
$\frac{9^5}{9^7}$	$5 - 7 = -2$	9^{-2}

III - ADDITION ou SOUSTRACTION DE « PUISSANCES D'UN NOMBRE »

Exemple 1 : additionnons 6^3 et 6^2

$$6^3 + 6^2 = 6 \times 6 \times 6 + 6 \times 6$$

Le résultat obtenu n'est pas un produit du nombre 6 ; on ne peut donc pas l'écrire sous forme d'une puissance de ce nombre.

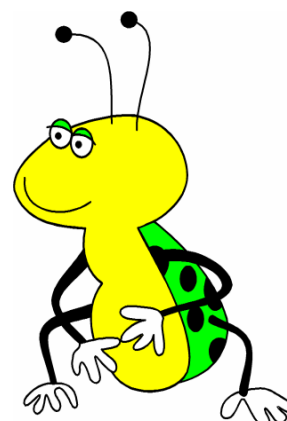
Exemple 2 : soustrayons 15^4 et 15^5

$$15^4 - 15^5 = 15 \times 15 \times 15 \times 15 - 15 \times 15 \times 15 \times 15 \times 15$$

Le résultat obtenu n'est pas un produit du nombre 15 ; on ne peut donc pas l'écrire sous forme d'une puissance de ce nombre.

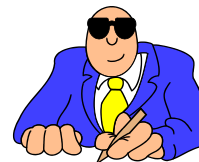
Les règles de simplification vues pour la multiplication et la division de puissances d'un nombre, ne s'appliquent ni à l'addition ni à la soustraction de puissances.

A force de réaliser les opérations sur les puissances, me voilà moi aussi au maximum de ma puissance



ENCORE UN PETIT EFFORT ET CE SERA FINI...

EXERCICE DE SYNTHÈSE



Expression donnée	Calcul de l'exposant final	Ecriture simplifiée (si possible)
$3^8 \times 3^6$		
$\frac{15^7}{15^4}$		
$\frac{5^3}{6^5}$		
$7^2 \times 7^9 \times 7^8$		
$4^6 + 4^7 + 4^2$		
$\frac{12}{12^9}$		
$\frac{21^9}{11^5}$		
$3^2 \times 13^5 \times 3^4$		
$17^6 - 17^7$		
$\frac{9^3}{9^3}$		
$6^2 \times 6^5 + 6^4$		
$\frac{2^{11} \times 2}{2^4 \times 2^7}$		
$\frac{16^4}{16^3}$		
$\frac{34^3}{34^4}$		

Voir réponses page suivante

RÉPONSES



Expression donnée	Calcul de l'exposant final	Ecriture simplifiée (si possible)
$3^8 \times 3^6$	$8 + 6 = 14$	3^{14}
$\frac{15^7}{15^4}$	$7 - 4 = 3$	15^3
$\frac{5^3}{6^5}$	<i>Pas de simplification possible car ce ne sont pas deux puissances du même nombre</i>	
$7^2 \times 7^9 \times 7^8$	$2 + 9 + 8 = 19$	7^{19}
$4^6 + 4^7 + 4^2$	<i>Pas de simplification possible car c'est une addition</i>	
$\frac{12}{12^9}$	$1 - 9 = -8$	12^{-8}
$\frac{21^9}{11^5}$	<i>Pas de simplification possible car ce ne sont pas deux puissances du même nombre</i>	
$3^2 \times 13^5 \times 3^4$	On ne peut simplifier que : $3^2 \times 3^4$ Exposant final : $2 + 4 = 6$	$3^6 \times 13^5$
$17^6 - 17^7$	<i>Pas de simplification possible car c'est une soustraction</i>	
$\frac{9^3}{9^3}$	$3 - 3 = 0$	$9^0 = 1$
$6^2 \times 6^5 + 6^4$	On ne peut simplifier que : $6^2 \times 6^5$ Exposant final : $2 + 5 = 7$	$6^7 + 6^4$ qui n'est plus simplifiable
$\frac{2^{11} \times 2}{2^4 \times 2^7}$	Exposant du numérateur : $11 + 1 = 12$ Exposant du dénominateur : $4 + 7 = 11$ Exposant final : $12 - 11 = 1$	$2^1 = 2$
$\frac{16^4}{16^3}$	$4 - 3 = 1$	$16^1 = 16$
$\frac{34^3}{34^4}$	$3 - 4 = -1$	34^{-1}



Fin