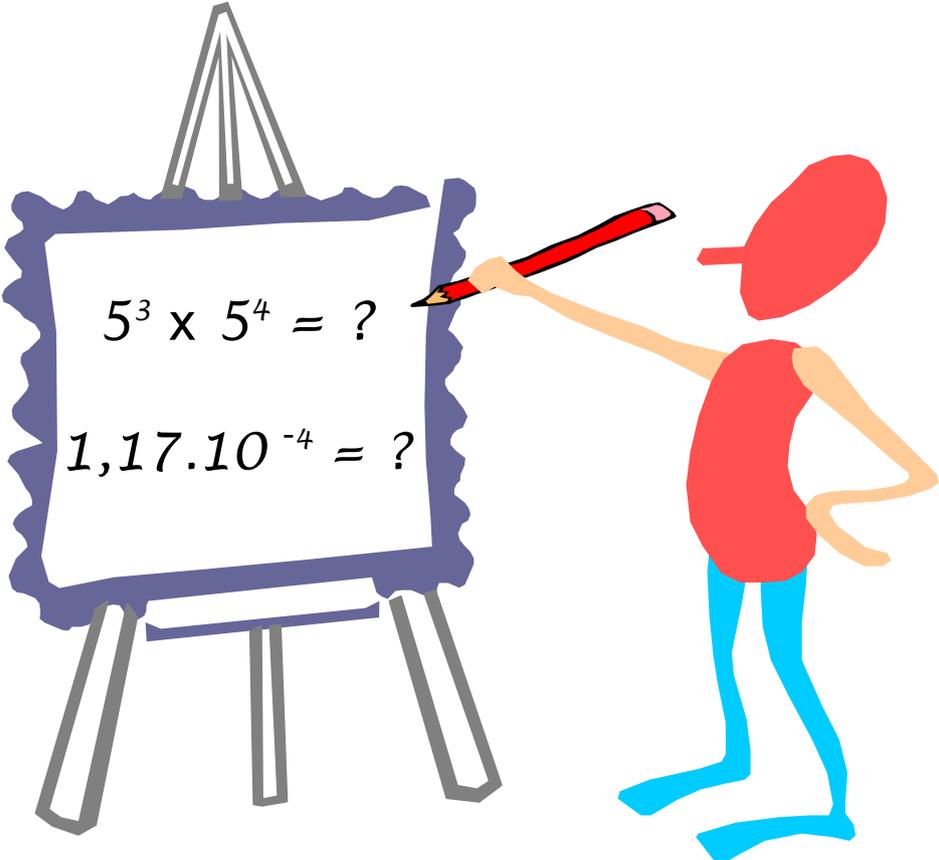




# LES PUISSANCES

## PUISSANCES D'UN NOMBRE



Dossier n°1  
Juin 2005

Conçu et réalisé par :  
*Marie-Christine LIEFOOGHE*  
*Bruno VANBAELINGHEM*  
*Annie VANDERSTRAELE*

C.D.R. AGRIMEDIA	LES PUISSANCES	Apprentissage
---------------------	----------------	---------------

Objectifs :

- Présenter l'écriture « puissance » d'un nombre
- Effectuer des opérations sur ces puissances

Contenu :

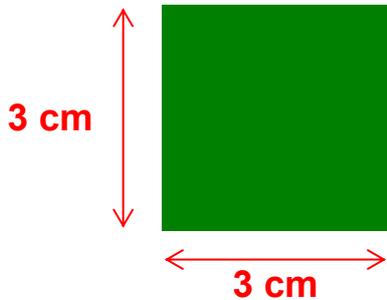
- Présentation de l'écriture « puissance » à partir du calcul de l'aire d'un carré ou du volume d'un cube.
- Opérations sur les puissances.
- Exercices d'application et de synthèse avec corrections.

Pré-requis :

- Connaissance des règles de simplification des fractions.
- Connaissance des règles de calcul sur les nombres relatifs.

## I - PRÉSENTATION DE L'ÉCRITURE « PUISSANCE D'UN NOMBRE »

Exemple 1 : Calcul de l'aire d'un carré



Aire de ce carré = côté x côté  
 = 3 x 3

On multiplie "3" par lui-même.

On écrit :

Aire du carré = 3 x 3  
 = 3<sup>2</sup> = 9

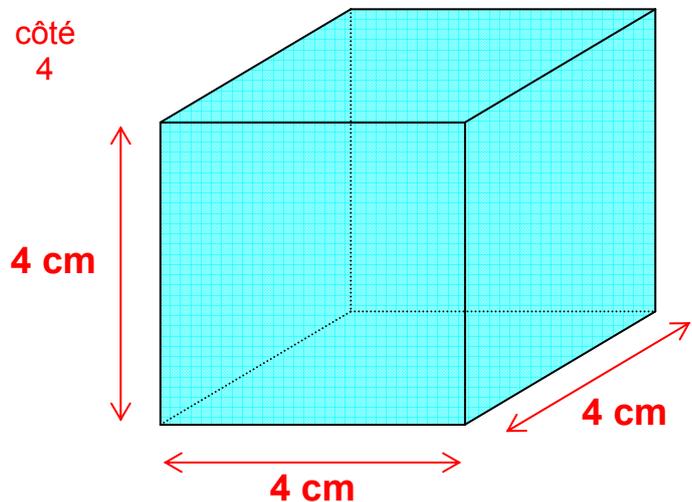
L'aire de ce carré est donc : 9 cm<sup>2</sup>

**3<sup>2</sup>** se lit : « trois PUISSANCE deux » ou « trois au carré »

Exemple 2 : Calcul du volume d'un cube

Volume de ce cube = côté x côté x côté  
 = 4 x 4 x 4

"4" est multiplié 3 fois par lui-même.



On écrit :

Volume du cube = 4 x 4 x 4  
 = 4<sup>3</sup> = 64

Le volume de ce cube est donc : 64 cm<sup>3</sup>

**4<sup>3</sup>** se lit : « quatre PUISSANCE trois » ou « quatre au cube »

## II - DÉFINITION ET RÈGLE D'ÉCRITURE

Calculer **une PUISSANCE** d'un nombre, c'est **multiplier** ce nombre **plusieurs fois par lui-même**.

Exemple 1 : six puissance quatre

six puissance quatre s'écrit  $6^4$

et se calcule de la façon suivante :  $6^4 = \underbrace{6 \times 6 \times 6 \times 6}$

le nombre **6** est multiplié **4** fois par lui-même

d'où l'écriture :  $6^4$

Dans cet exemple, **4** est appelé **EXPOSANT** de la **puissance** du **nombre 6**

Exemple 2 :  $8^5$

$8^5$  se lit **huit puissance cinq** et se calcule ainsi :  $8^5 = 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8$

le nombre **8** est multiplié **5** fois par lui-même

d'où l'écriture :  $8^5$  **cinq** est l'**exposant** de la **puissance** du nombre **huit**

Exemple 3 :  $11 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11$

le nombre **11** est multiplié **8** fois par lui-même

d'où l'écriture :  $11^8$  **huit** est l'**exposant** de la **puissance** du nombre **onze**

$11 \times 11 = 11^8$

Cette expression se lit : **onze puissance huit**

Maintenant à vous !



En suivant l'exemple, complétez le tableau ci-dessous :

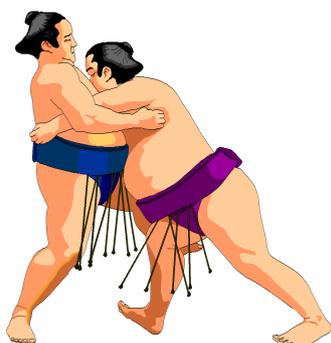
Exemple :

Nombre multiplié par lui-même	Exposant	Ecriture sous forme de produit	Ecriture sous forme de puissance	Lecture de l'écriture puissance
3	4	3 x 3 x 3 x 3	3 <sup>4</sup>	trois puissance quatre
			2 <sup>3</sup>	
8	3			
		5 x 5 x 5 x 5		
		6 x 6 x 6 x 6 x 6 x 6		
				sept puissance quatre
				neuf au cube
1	5			
		4 x 4 x 4 x 4 x 4		
				quatre puissance six
			9 <sup>4</sup>	
			3 <sup>3</sup>	
7	2			
				douze puissance quatre

**Voir réponses page suivante**

## RÉPONSES

Nombre multiplié par lui-même	Exposant	Ecriture sous forme de produit	Ecriture sous forme de puissance	Lecture de l'écriture puissance
3	4	3 x 3 x 3 x 3	3 <sup>4</sup>	trois puissance quatre
2	3	2 x 2 x 2	2 <sup>3</sup>	deux puissance trois ou deux au cube
8	3	8 x 8 x 8	8 <sup>3</sup>	huit puissance trois ou huit au cube
5	4	5 x 5 x 5 x 5	5 <sup>4</sup>	cinq puissance quatre
6	6	6 x 6 x 6 x 6 x 6 x 6	6 <sup>6</sup>	six puissance six
7	4	7 x 7 x 7 x 7	7 <sup>4</sup>	sept puissance quatre
9	3	9 x 9 x 9	9 <sup>3</sup>	neuf au cube
1	5	1 x 1 x 1 x 1 x 1	1 <sup>5</sup>	un puissance cinq
4	5	4 x 4 x 4 x 4 x 4	4 <sup>5</sup>	quatre puissance cinq
4	6	4 x 4 x 4 x 4 x 4 x 4	4 <sup>6</sup>	quatre puissance six
9	4	9 x 9 x 9 x 9	9 <sup>4</sup>	neuf puissance quatre
3	3	3 x 3 x 3	3 <sup>3</sup>	trois puissance trois ou trois au cube
7	2	7 x 7	7 <sup>2</sup>	sept puissance deux ou sept au carré
12	4	12 x 12 x 12 x 12	12 <sup>4</sup>	douze puissance quatre



Allons Messieurs, il n'y a pas que la **PUISSANCE** dans la vie...  
On a souvent besoin d'un plus petit que soi !!!

# OPÉRATIONS SUR LES PUISSANCES

## Chapitre 2

### I - MULTIPLICATION DE « PUISSANCES D'UN NOMBRE »

Exemple 1 : multiplions  $4^2$  par  $4^3$

$$\begin{array}{ccc} 4^2 & \times & 4^3 \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}} & & \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\ = & 4 \times 4 & \times 4 \times 4 \times 4 \end{array} \quad \text{le nombre } 4 \text{ est multiplié } 5 \text{ fois par lui même.}$$

On peut donc écrire :  $4^2 \times 4^3 = 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^5$

d'où

$$4^2 \times 4^3 = 4^5$$

Remarque : L'exposant obtenu est 5, car  $5 = 2 + 3$

---

Exemple 2 : multiplions  $7^2$  par  $7^4$  et par  $7^3$

$$\begin{array}{ccccc} 7^2 & \times & 7^4 & \times & 7^3 \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}} & & \underbrace{\hspace{1.5cm}} & & \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\ = & 7 \times 7 & \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 & \times & 7 \times 7 \times 7 \end{array}$$

le nombre 7 est multiplié 9 fois par lui même.

On peut donc écrire :  $7^2 \times 7^4 \times 7^3 = 7 \times 7 = 7^9$

d'où

$$7^2 \times 7^4 \times 7^3 = 7^9$$

Remarque : L'exposant obtenu est 9, car  $9 = 2 + 4 + 3$

---

Autres exemples :

$$6^5 \times 6^4 \times 6^{10} \times 6^7 = 6^{26} \quad \text{car } 5 + 4 + 10 + 7 = 26$$

$$8^4 \times 8 \times 8^8 \times 8^2 = 8^{15} \quad \text{car } 4 + 1 + 8 + 2 = 15$$

$$\begin{array}{c} \updownarrow \\ 8^1 \end{array}$$

en effet,

$$\text{par convention } 8 = 8^1$$

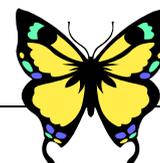
Maintenant à vous !



Produit	Ecriture simplifiée	
	sous forme de puissance	en lettres
$5^3 \times 5^2$		
$3^3 \times 3^4$		
$13^2 \times 13^8$		
$7^2 \times 7^4$		
$4^3 \times 4^9$		
$8^2 \times 8^6$		
$2^5 \times 2^2$		
$9^3 \times 8^2$		
$25^2 \times 25^3 \times 25^4$		
$1^3 \times 1^2$		
$8 \times 8^3$		
$5 \times 16^8$		
$18^3 \times 18^2 \times 18^6$		
$52^3 \times 52^3$		

**Voir réponses page suivante**

# RÉPONSES



Produit	Écriture simplifiée	
	sous forme de puissance	en lettres
$5^3 \times 5^2$	$5^5$	cinq puissance cinq
$3^3 \times 3^4$	$3^7$	trois puissance sept
$13^2 \times 13^8$	$13^{10}$	treize puissance dix
$7^2 \times 7^4$	$7^6$	sept puissance six
$4^3 \times 4^9$	$4^{12}$	quatre puissance douze
$8^2 \times 8^6$	$8^8$	huit puissance huit
$2^5 \times 2^2$	$2^7$	deux puissance sept
$9^3 \times 8^2$	<i>Pas de simplification possible car ce ne sont pas deux puissances du même nombre</i>	
$25^2 \times 25^3 \times 25^4$	$25^9$	vingt-cinq puissance neuf
$1^3 \times 1^2$	$1^5$ ou 1	un
$8 \times 8^3$	$8^4$	huit puissance quatre
$5 \times 16^8$	<i>Pas de simplification possible car ce ne sont pas deux puissances du même nombre</i>	
$18^3 \times 18^2 \times 18^6$	$18^{11}$	dix-huit puissance onze
$52^3 \times 52^3$	$52^6$	cinquante-deux puissance six

Je suis là pour égayer cette page un peu tristounette !!!!!



## II - DIVISION DE « PUISSANCES D'UN NOMBRE »

Exemple 1 : divisons  $4^5$  par  $4^3$

$$\frac{4^5}{4^3} = \frac{4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4}{4 \times 4 \times 4} = 4 \times 4 = 4^2$$

$$\frac{4^5}{4^3} = 4^2$$

Remarque :

L'exposant obtenu est 2. En effet, après simplification de la fraction, il reste  $4 \times 4$  soit  $4^2$

L'exposant obtenu correspond donc à la différence suivante :

$$\begin{array}{r} \text{(exposant du numérateur)} \\ 5 \end{array} - \begin{array}{r} \text{(exposant du dénominateur)} \\ 3 \end{array} = 2$$

Exemple 2 : divisons  $15^8$  par  $15^7$

$$\frac{15^8}{15^7} = \frac{15 \times 15 \times 15 \times 15 \times 15 \times 15 \times 15 \times 15}{15 \times 15 \times 15 \times 15 \times 15 \times 15 \times 15} = 15$$

$$\frac{15^8}{15^7} = 15$$

Remarque :

Après simplification de la fraction, le résultat obtenu est « 15 ».

Nous vous rappelons la convention énoncée en bas de la page 6  $\Rightarrow 15 = 15^1$

L'exposant 1 correspond bien à la différence suivante :

$$\begin{array}{r} \text{(exposant du numérateur)} \\ 8 \end{array} - \begin{array}{r} \text{(exposant du dénominateur)} \\ 7 \end{array} = 1$$

Exemple 3 : divisons  $9^5$  par  $9^8$

$$\frac{9^5}{9^8} = \frac{9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9}{9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9} = \frac{1}{9 \times 9 \times 9} = \frac{1}{9^3} = 9^{-3}$$

$$\frac{9^5}{9^8} = 9^{-3}$$

Remarque :

L'exposant obtenu est  $-3$ . Il correspond à la différence suivante :

(exposant du numérateur) - (exposant du dénominateur)

$$5 \quad - \quad 8 \quad = \quad -3$$

Cette règle de calcul de l'exposant reste valable même si l'exposant obtenu est négatif.

Exemple 4 : divisons  $27^4$  par  $27^4$

$$\frac{27^4}{27^4} = \frac{27 \times 27 \times 27 \times 27}{27 \times 27 \times 27 \times 27} = 1$$

$$\frac{27^4}{27^4} = 1$$

Remarques :

1) La différence suivante :

(exposant du numérateur) - (exposant du dénominateur) est égale à zéro.

$$4 \quad - \quad 4 \quad = \quad 0$$

En conséquence  $27^0 = 1$

Dans une division, le calcul de l'exposant final : (exposant du numérateur) - (exposant du dénominateur) reste valable même si l'exposant obtenu est nul.

$$\frac{6^{11}}{6^{11}} = 1 \quad \frac{17^5}{17^5} = 1 \quad \frac{24^8}{24^8} = 1$$

2) De même,

$$6^0 = 1 \quad 17^0 = 1 \quad 24^0 = 1$$

Tout nombre à la puissance zéro est égal à 1.

Maintenant à vous !

En suivant l'exemple, complétez le tableau ci-dessous :



Exemple :

Fraction	Calcul de l'exposant final	Ecriture simplifiée
$\frac{7^5}{7^3}$	$5 - 3 = 2$	$7^2$
$\frac{8^7}{8^4}$		
$\frac{5^3}{5^5}$		
$\frac{13^{12}}{13^9}$		
$\frac{25^5}{52^8}$		
$\frac{12^5}{12^9}$		
$\frac{1^9}{1^{10}}$		
$\frac{38^{14}}{38^{14}}$		
$\frac{17^{25}}{27^{31}}$		
$\frac{55^4}{55^3}$		
$\frac{21^{12}}{21^{14}}$		
$\frac{23^3}{12^3}$		
$\frac{15^6}{15^7}$		
$\frac{9^5}{9^7}$		

**Voir réponses page suivante**

# RÉPONSES



En suivant l'exemple, complétez le tableau ci-dessous :

Exemple :

Fraction	Calcul de l'exposant final	Ecriture simplifiée
$\frac{7^5}{7^3}$	$5 - 3 = 2$	$7^2$
$\frac{8^7}{8^4}$	$7 - 4 = 3$	$8^3$
$\frac{5^3}{5^5}$	$3 - 5 = -2$	$5^{-2}$
$\frac{13^{12}}{13^9}$	$12 - 9 = 3$	$13^3$
$\frac{25^5}{52^8}$	<i>Pas de simplification possible car ce ne sont pas deux puissances du même nombre</i>	
$\frac{12^5}{12^9}$	$5 - 9 = -4$	$12^{-4}$
$\frac{1^9}{1^{10}}$	$9 - 10 = -1$	$1^{-1}$ ou 1 <i>toute puissance du nombre 1 est égale à 1</i>
$\frac{38^{14}}{38^{14}}$	$14 - 14 = 0$	$38^0$ ou 1
$\frac{17^{25}}{27^{31}}$	<i>Pas de simplification possible car ce ne sont pas deux puissances du même nombre</i>	
$\frac{55^4}{55^3}$	$4 - 3 = 1$	$55^1$ ou 55
$\frac{21^{12}}{21^{14}}$	$12 - 14 = -2$	$21^{-2}$
$\frac{23^3}{12^3}$	<i>Pas de simplification possible car ce ne sont pas deux puissances du même nombre</i>	
$\frac{15^6}{15^7}$	$6 - 7 = -1$	$15^{-1}$
$\frac{9^5}{9^7}$	$5 - 7 = -2$	$9^{-2}$

### III - ADDITION ou SOUSTRACTION DE « PUISSANCES D'UN NOMBRE »

Exemple 1 :            additionnons  $6^3$  et  $6^2$

$$6^3 + 6^2 = 6 \times 6 \times 6 + 6 \times 6$$

Le résultat obtenu n'est pas un produit du nombre 6 ; on ne peut donc pas l'écrire sous forme d'une puissance de ce nombre.

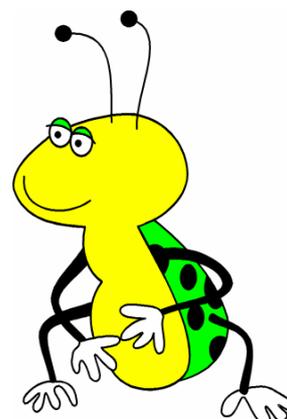
Exemple 2 :            soustrayons  $15^4$  et  $15^5$

$$15^4 - 15^5 = 15 \times 15 \times 15 \times 15 - 15 \times 15 \times 15 \times 15 \times 15$$

Le résultat obtenu n'est pas un produit du nombre 15 ; on ne peut donc pas l'écrire sous forme d'une puissance de ce nombre.

Les règles de simplification vues pour la multiplication et la division de puissances d'un nombre, ne s'appliquent ni à l'addition ni à la soustraction de puissances.

A force de réaliser les opérations sur les puissances, me voilà moi aussi au maximum de ma puissance



**ENCORE UN PETIT EFFORT ET CE SERA FINI...**

## EXERCICE DE SYNTHÈSE



Expression donnée	Calcul de l'exposant final	Ecriture simplifiée (si possible)
$3^8 \times 3^6$		
$\frac{15^7}{15^4}$		
$\frac{5^3}{6^5}$		
$7^2 \times 7^9 \times 7^8$		
$4^6 + 4^7 + 4^2$		
$\frac{12}{12^9}$		
$\frac{21^9}{11^5}$		
$3^2 \times 13^5 \times 3^4$		
$17^6 - 17^7$		
$\frac{9^3}{9^3}$		
$6^2 \times 6^5 + 6^4$		
$\frac{2^{11} \times 2}{2^4 \times 2^7}$		
$\frac{16^4}{16^3}$		
$\frac{34^3}{34^4}$		

**Voir réponses page suivante**

# RÉPONSES



Expression donnée	Calcul de l'exposant final	Ecriture simplifiée (si possible)
$3^8 \times 3^6$	$8 + 6 = 14$	$3^{14}$
$\frac{15^7}{15^4}$	$7 - 4 = 3$	$15^3$
$\frac{5^3}{6^5}$	<i>Pas de simplification possible car ce ne sont pas deux puissances du même nombre</i>	
$7^2 \times 7^9 \times 7^8$	$2 + 9 + 8 = 19$	$7^{19}$
$4^6 + 4^7 + 4^2$	<i>Pas de simplification possible car c'est une addition</i>	
$\frac{12}{12^9}$	$1 - 9 = -8$	$12^{-8}$
$\frac{21^9}{11^5}$	<i>Pas de simplification possible car ce ne sont pas deux puissances du même nombre</i>	
$3^2 \times 13^5 \times 3^4$	On ne peut simplifier que : $3^2 \times 3^4$ Exposant final : $2 + 4 = 6$	$3^6 \times 13^5$
$17^6 - 17^7$	<i>Pas de simplification possible car c'est une soustraction</i>	
$\frac{9^3}{9^3}$	$3 - 3 = 0$	$9^0 = 1$
$6^2 \times 6^5 + 6^4$	On ne peut simplifier que : $6^2 \times 6^5$ Exposant final : $2 + 5 = 7$	$6^7 + 6^4$ qui n'est plus simplifiable
$\frac{2^{11} \times 2}{2^4 \times 2^7}$	Exposant du numérateur : $11 + 1 = 12$ Exposant du dénominateur : $4 + 7 = 11$ Exposant final : $12 - 11 = 1$	$2^1 = 2$
$\frac{16^4}{16^3}$	$4 - 3 = 1$	$16^1 = 16$
$\frac{34^3}{34^4}$	$3 - 4 = -1$	$34^{-1}$



Fin