

Opérations avec les nombres relatifs

1 Rappels sur les nombres relatifs

1.1 Définition et première propriétés

1.2 Comparaison de nombres relatifs

Théorème 1 Pour comparer deux nombres relatifs, c'est facile.

1. Si les deux nombres sont positifs, on sait le faire depuis le CM.
2. Si les deux nombres sont négatifs, le plus petit est le plus éloigné de zéro.
3. Si les deux nombres n'ont pas le même signe, le plus grand c'est celui qui est positif.

Exemples 1 Compléter avec $>$, $<$ ou $=$

$-5 \dots +7$	$-2 \dots -3$	$1,10 \dots 1,9$
$+3 \dots +6$	$-9 \dots -3$	$1 \dots -1$
$+3 \dots 0$	$-1,75 \dots -1$	$6 \dots +6$
$-8 \dots +8$	$-2,3 \dots -2,7$	$7 \dots -1$

1.3 Repérage sur la droite et dans le plan

2 Addition de nombres relatifs

Théorème 2 Règle pour ajouter deux nombres relatifs

Pour ajouter deux nombres relatifs :

1/ On garde le signe du plus éloigné de 0.

2/ Si les deux nombres sont de même signe on ajoute les distances à 0. Si les deux nombres ont des signes différents, on soustrait les distances à 0.

Exemples 2 Compléter le tableau suivant comme dans l'exemple.

Opération	Explication	Résultat
$(+3)+(-4)$	Le plus éloigné de 0 est -4, le résultat est donc négatif. Les nombres sont de signes différents, donc on soustrait les distances à 0 : $4-3=1$.	-1
$(-5)+(-3)$		
$(+5)+(-3)$		
$(-5)+(-3)$		

Exemples 3 Effectuer les additions suivantes.

$$\begin{array}{cccc}
(-1)+(-3)=\dots\dots\dots & (-1)+(+3)=\dots\dots\dots & (+3)+(+9)=\dots\dots\dots & (-7)+(+4)=\dots\dots\dots \\
(+10)+0=\dots\dots\dots & (-9)+(-5)=\dots\dots\dots & (-2)+(+1)=\dots\dots\dots & (-1)+(+5)=\dots\dots\dots \\
(-10)+(+13)=\dots\dots\dots & (+11)+(-5)=\dots\dots\dots & (-6)+(-7)=\dots\dots\dots & (+3)+(-3)=\dots\dots\dots \\
(-9)+(+4)=\dots\dots\dots & (+5)+(-3)=\dots\dots\dots & (-7)+(-8)=\dots\dots\dots & (-3)+(-5)=\dots\dots\dots
\end{array}$$

Remarque 1 Quand on ajoute deux nombres opposés, on obtient 0.

Exemples 4 Effectuer les additions suivantes.

$$\begin{array}{l}
(+3)+(-5)+(+2)=\dots\dots\dots \\
(+3)+(-1)+(-4)=\dots\dots\dots \\
(+13)+(-15)+(+7)=\dots\dots\dots \\
(+35)+(-15)+(+21)+(+17)=\dots\dots\dots \\
(+3)+(-5)+(+2)+(-8)=\dots\dots\dots \\
(+37)+(-15)+(+52)+(-27)=\dots\dots\dots
\end{array}$$

3 Soustraction de nombres relatifs

Théorème 3 Règle pour soustraire des nombres relatifs.

Pour soustraire un nombre relatif, on ajoute son opposé.

Exemples 5 Compléter le tableau suivant comme dans l'exemple.

Opération	Explication	Résultat
$(+3)-(-4)$	Au lieu de soustraire -4 , j'ajoute $+4$. L'opération devient alors $(+3)+(+4)$.	$+7$
$(-5)-(-3)$		
$(+5)-(-3)$		
$(-5)-(-3)$		

Exemples 6 Effectuer les additions suivantes.

$$\begin{array}{cccc}
(-1)-(-3)=\dots\dots\dots & 0-(-3)=\dots\dots\dots & (-5)-(+3)=\dots\dots\dots & (-3)-(-3)=\dots\dots\dots \\
(+2)-(+4)=\dots\dots\dots & (+5)-(-5)=\dots\dots\dots & (-2)-(0)=\dots\dots\dots & (+17)-(-7)=\dots\dots\dots \\
(+7)-(+3)=\dots\dots\dots & (+11)-(+8)=\dots\dots\dots & (-2)-(+7)=\dots\dots\dots & (-8)-(+6)=\dots\dots\dots \\
(-5)-(-8)=\dots\dots\dots & (-10)-(+6)=\dots\dots\dots & (-10)-(-19)=\dots\dots\dots & (+9)-(-54)=\dots\dots\dots
\end{array}$$

Remarque 2 Attention, quand on fait une soustraction de nombres relatifs, c'est le deuxième terme qui est transformé, pas le premier.

Exemples 7 Effectuer les opérations suivantes.

$$(+3)+(-5)-(+2)=\dots\dots\dots$$

$$(+3)-(-1)-(-4)=\dots\dots\dots$$

$$(+13)-(-15)+(+7)=\dots\dots\dots$$

$$(+35)-(-15)-(+21)+(+17)=\dots\dots\dots$$

$$(+3)+(-5)-(+2)-(-8)=\dots\dots\dots$$

$$(+37)-(-15)-(+52)-(-27)=\dots\dots\dots$$

4 Multiplication de nombres relatifs

Théorème 4 Règle pour multiplier des nombres relatifs.

Pour multiplier des nombres relatifs :

1/ On multiplie les distances à 0.

2/ Si les deux nombres ont le même signe, le signe du produit est +, si les deux nombres n'ont pas le même signe, le signe du produit est -.

Exemples 8 Compléter le tableau suivant comme dans l'exemple.

Opération	Explication	Résultat
$(+3) \times (-4)$	Les deux nombres sont de signe différents, le résultat est -, de plus $3 \times 4 = 12$.	-12
$(-5) \times (-3)$		
$(+5) \times (-3)$		
$(-5) \times (-3)$		

Exemples 9 Effectuer les multiplications suivantes.

$$(-1) \times (+5) = \dots\dots\dots \quad (-5) \times (-2) = \dots\dots\dots \quad (+3) \times (+7) = \dots\dots\dots \quad (-2) \times (-6) = \dots\dots\dots$$

$$(-5) \times (+7) = \dots\dots\dots \quad (+8) \times (-3) = \dots\dots\dots \quad (+9) \times 0 = \dots\dots\dots \quad (+6) \times (-3) = \dots\dots\dots$$

$$(-5) \times (+7) = \dots\dots\dots \quad (-8) \times (-4) = \dots\dots\dots \quad (-9) \times (+5) = \dots\dots\dots \quad (+9) \times (-9) = \dots\dots\dots$$

$$(+8)^2 = \dots\dots\dots \quad (-5)^2 = \dots\dots\dots \quad (-10)^2 = \dots\dots\dots \quad (+16)^2 = \dots\dots\dots$$

Exemples 10 Effectuer les multiplications suivantes.

$$(-1) \times (-3) \times (+2) = \dots \quad (-1) \times (+3) \times (-4) = \dots \quad (-1) \times (-3) \times (-4) = \dots$$

$$(-1) \times (-3) \times (-4) \times (-4) = \dots \quad (-1) \times (-3) \times (-4) \times (-4) \times (-4) \times (-4) = \dots$$

$$(-4) = \dots$$

Remarque 3 Quand on multiplie plusieurs nombres relatifs, le produit est positif si il y a un nombre pair de nombres négatifs et le produit est négatif si il y a un nombre impair de facteurs négatifs.

Remarque 4 Le carré d'un nombre est toujours positif. En effet c'est le produit d'un nombre par lui même donc c'est le produit d'un nombre par un nombre de même signe, donc c'est forcément un nombre positif.

5 Division de nombres relatifs

Théorème 5 Règle pour diviser des nombres relatifs :

Pour diviser des nombres relatifs :

1/ On divise les distances à 0.

2/ Si les deux nombres ont le même signe, le signe du quotient est +, si les deux nombres n'ont pas le même signe, le signe du quotient est -.

Exemples 11 Compléter le tableau suivant comme dans l'exemple.

Opération	Explication	Résultat
$(+8) \div (-4)$	Les deux nombres sont de signe différents, le résultat est -, de plus $8 \div 4 = 2$.	-2
$(-6) \div (-3)$		
$(+9) \div (-3)$		
$(-15) \div (-5)$		

Exemples 12 Effectuer les divisions suivantes.

$$(-6) \div (-3) = \dots \quad (+8) \div (+4) = \dots \quad (+18) \div (-3) = \dots \quad (+16) \div (+4) = \dots$$

$$(+20) \div (-5) = \dots \quad (-12) \div (-6) = \dots \quad (-51) \div (+17) = \dots \quad (+15) \div (+3) = \dots$$

$$(-12) \div (-3) = \dots \quad (-21) \div (+7) = \dots \quad (+81) \div (-27) = \dots \quad (-10) \div (-2) = \dots$$

6 Enchaînement d'opérations avec des nombres relatifs

Théorème 6 Quand on effectue des calculs avec des nombres relatifs il faut faire attention à respecter les priorités.

Exemples 13 Effectuer les opérations suivantes.

$$(+3) - (+2) + (-1) = \dots$$

$$(+3) - (+2) \times (-8) = \dots\dots\dots$$

$$(+6) - (+2) \times (+5) + (-1) = \dots\dots\dots$$

$$(+3) - (+12) \div (+4) + (-1) = \dots\dots\dots$$

$$(+3) - (+2) \times (-7) + (+48) \div (-12) = \dots\dots\dots$$

$$(+3) - (-2) \times ((-1) - (+7)) = \dots\dots\dots$$

7 Écriture simplifiée

Théorème 7 *On peut simplifier l'écriture d'un calcul avec des nombres relatifs :*

1. *Enlevant les parenthèses autour des nombres relatifs.*
2. *Supprimant un signe + quand il y a un autre signe avant ou après.*
3. *Remplaçant deux signe - qui se suivent par un signe +.*

Exemples 14 *simplifier les calculs suivant.*

$$(+3) + (+2) + (-3) - (-5) = \dots\dots\dots$$

$$(+3) - (+7) - (-8) - (-9) = \dots\dots\dots$$

$$(+13) - (+5) + (-2) - (+10) = \dots\dots\dots$$

Exemples 15 *effectuer les calculs suivants.*

$$3 - 7 + 8 - 1 + 2 = \dots\dots\dots$$

$$3 - 9 + 8 - 2 + 5 - 12 = \dots\dots\dots$$

$$15 - 12 + 3 - 20 - 1 + 4 = \dots\dots\dots$$