

Chap 7 : Equations, inéquations et systèmes d'équations

1. Résoudre un problème par mise en équation

4 étapes :

- Choisir les inconnues.
- Traduire les informations fournies par des égalités ou des inégalités où figurent les inconnues.
- Résoudre l'équation ou l'inéquation ou le système d'équations et / ou d'inéquations en utilisant les calculs et méthodes possibles.
- Retraduire les résultats obtenus dans le langage de la situation.

2. Equations du premier degré à une inconnue

Equations qui peuvent être mises sous la forme $ax = b$ ou qui peuvent s'y ramener.

Si $a \neq 0$, l'équation ne possède qu'une solution : $x = b/a$.

Si $a = 0$ et $b \neq 0$, l'équation n'a pas de solution.

Si $a = 0$ et $b = 0$, tout nombre réel est solution de l'équation.

2 règles fondamentales peuvent être utilisées pour ramener une équation à la forme précédente :

- Règle 1 : On obtient une équation équivalente à une équation donnée **en ajoutant (ou en retranchant) aux 2 membres de cette dernière une même expression algébrique.**
- Règle 2 : On obtient une équation équivalente à une équation donnée **en multipliant (ou en divisant) ses 2 membres par une même expression algébrique non nulle.**

3. Inéquations du premier degré à une inconnue

Inéquations qui peuvent être mises sous la forme $ax < b$.

- Règle 3 : On obtient une inéquation équivalente à une équation donnée **en ajoutant (ou en retranchant) aux 2 membres de cette dernière une même expression algébrique.**
- Règle 4 : on obtient une inéquation équivalente à une inéquation donnée **en multipliant (ou en divisant) ses 2 membres par une même expression algébrique strictement positive.**
- Règle 5 : On obtient une inéquation équivalente à une inéquation donnée **en multipliant (ou en divisant) ses 2 membres par une même expression algébrique strictement négative, à condition de changer le sens de l'inégalité.**

4. Système de 2 équations du premier degré à 2 inconnues

Systèmes qui peuvent être mis sous la forme suivante :

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

4.1 Résolution par substitution

On obtient un système équivalent à un système donné en substituant à une inconnue, dans l'une des 2 équations, sa valeur tirée de l'autre équation (valeur exprimée en fonction de la 2^{ème} inconnue).

4.2 Résolution par combinaison

On obtient un système équivalent à un système donné en remplaçant l'une des équations par une combinaison linéaire des 2 équations du système.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 3x - 4y = -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x + 9y = 24 & \text{multiplication des 2 membres par 3} \\ 6x - 8y = -10 & \text{multiplication des 2 systèmes par 2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 17y = 34 & \text{obtenue en soustrayant membre à membre la 2}^{\text{ème}} \text{ équation de la 1}^{\text{ère}}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ y = 2 & \text{résolution de la 2}^{\text{ème}} \text{ équation.} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 & \text{résolution de la 1}^{\text{ère}} \text{ équation après avoir remplacé } y \text{ par sa valeur.} \end{cases}$$

Le système a donc pour solution le couple (1 ; 2).

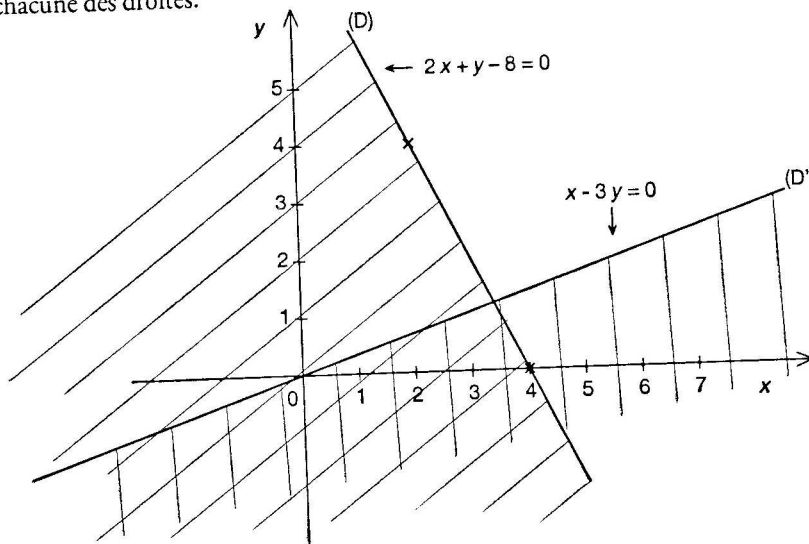
4.3 Résolution par méthode graphique

Consiste à tracer dans un repère les 2 droites qui ont pour équation chacune des 2 équations données. Les coordonnées du point d'intersection des deux droites (s'il existe) fournissent le couple solution.

5. Systèmes d'inéquations du premier degré à 2 inconnues

● **Exemple :** $\begin{cases} 2x + y < 8 \\ x - 3y > 0 \end{cases}$ équivalent à $\begin{cases} 2x + y - 8 < 0 \\ x - 3y > 0 \end{cases}$

Cette méthode consiste d'abord à tracer dans un repère les deux droites d'équation : $2x + y - 8 = 0$ (D) et $x - 3y = 0$ (D'). Rappelons qu'il suffit de placer deux points pour tracer chacune des droites.



Tous les couples $(x ; y)$ correspondant à des points situés dans un même demi-plan par rapport à la droite (D) donnent une valeur de même signe à l'expression $2x + y - 8$. L'expression prend le signe contraire pour tous les points de l'autre demi-plan.