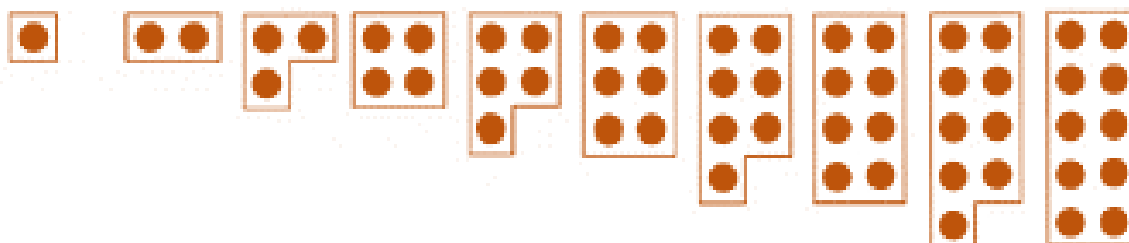


Les plaquettes Herbinière-Lebert (1923)

Born (1867), Schneider (1899), Brissiaud (1989), Numicon (1996) et au-delà, enquête sur une collection témoin organisée de manière à construire les nombres comme relations entre des quantités



Gonzague Jobbé-Duval, professeur des écoles

Version du 23/02/2022



« J'avais tout pour être une enfant difficile, une caractérielle. Ma mère est morte en me donnant le jour. J'ai été élevée par une grand-mère, puis par mon père et sa seconde femme... Je me suis mal entendue avec ma belle-mère : c'était une personne taciturne. Et moi j'étais la vie, le mouvement... J'ai dû partir pour gagner mon pain... Par la suite, je me suis mariée, je suis devenue veuve, je me suis retrouvée sans compagnon et sans enfant. C'est alors que je me suis vouée à l'éducation des enfants des autres¹. »

1 GODET Claire, « Suzanne Herbinière-Lebert : le monde secret des tout-petits », xxx, 1970 ?

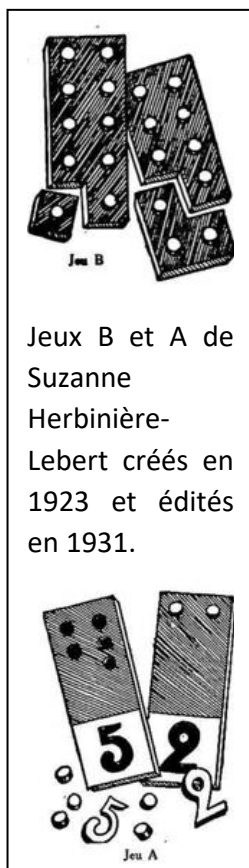
À Rémi Brissiaud (1949 – 2020)

Table des matières

I.	Introduction	5
II.	Suzanne Herbinière-Lebert (1893-1985)	15
	Vie de Suzanne Herbinière-Lebert	15
	Evolution du matériel Herbinière-Lebert	19
	<i>La revue L'Education enfantine</i>	19
	<i>Le Congrès international de l'enfance en 1931</i>	34
	<i>Première édition des plaquettes par Nathan (1931-1945)</i>	39
	<i>1945-1980 : plusieurs versions pour un seul jeu restant</i>	43
	<i>1971 : disparition progressive du matériel de calcul Herbinière-Lebert</i>	46
	<i>La notice du « matériel de base » et des « plaquettes laquées en relief » Herbinière-Lebert....</i>	46
	<i>L'usage des plaquettes dans les « Cahiers de calcul » de Suzanne Herbinière-Lebert (1956)....</i>	49
	<i>L'usage des plaquettes dans les années 1960 avec les époux Fareng.</i>	51
	<i>Questions sur l'usage induit par le nombre d'exemplaires de chaque plaquette Herbinière-Lebert et sur la disposition des unités.</i>	57
V.	Maria Montessori (1870-1952).....	60
VI.	Catherine Stern, née Käthe Brieger (1894-1973)	64
VII.	Born (1833-1877).....	67
VIII.	Johannes Kühnel (1869-1928)	71
IX.	Steinert	74
X.	Ernst Troeltsch (1857-1916)	75
XI.	G. Dobe et E. Schwarzlose.....	77
XII.	Buchert	79
XIII.	Georg Schneider (1865-1938).....	80
XIV.	Theodosius Van Risseghem (1880-1949) et les Frères de la Charité	87
XV.	Wilhelm Henck (1865- ?).....	91
XVI.	Hugo Winkelhöfer	96
XVII.	Charles Kölbel	97
XVIII.	Karl-August Quer (1891-1962).....	97
XIX.	Walter Eggstein (1902-1979)	98
XX.	Eugen Koller (1900 - ?).....	99
XXI.	Rémi Brissiaud (1949-2020)	102
	Histoire et justifications d'une redécouverte.....	102
	L'usage du matériel en grande section de maternelle.....	106
XXII.	Tacon, Atkinson et Wings (Numicon).....	107

XXIII. Des matériels récents semblables aux plaquettes Herbinière-Lebert.....	110
« Calcul'As 3D » des éditions Atzeo (Belgique)	110
Le « Schématico » des éditions Plantyn (Belgique).....	110
Le <i>Rekendoos</i> des éditions Die Keure (Belgique)	111
<i>Auf ins Land der Zahlen</i> de Franciska Püller (Autriche).....	111
Les <i>Mengenbilder</i> de Lilo Gührs	112
XXIV. Les groupements de type Herbinière-Lebert en France : quatre justifications et nuances	113
Gaston Mialaret (1918-2016).....	113
René Brandicourt (1904-1985).....	117
Jeanne Bandet	119
Madeleine Abbadie (1914-2006).....	121
XXV. Une alternative à Herbinière-Lebert : Wilhelm August Lay et ses successeurs	124
La succession allemande	125
La succession de Lay en France et en Belgique	127
Alice Descœudres (1877-1963) en Suisse	131
Le <i>Rekendoos</i> édité par Die Keure en Belgique.....	133
XXVI. Le cas des grilles de 10 (<i>Ten frame</i>)	135
Caractéristiques et genèse	135
Une méthode japonaise proche.....	140
Une hybridation des grilles de 10 et des configurations Herbinière-Lebert.....	141
XXVII. Une autre alternative à Herbinière-Lebert : les constellations des dés et des dominos	143
L'intérêt du repère du 5 et la refonte des dés pour le mettre en valeur.....	143
Réorganiser les points de manière régulière pour mettre en valeur l'itération de l'unité.....	150
Les limites des représentations du dé.....	151
XXVIII. Des réponses aux critiques de l'usage des constellations	153
XXIX. Conclusion.....	157
ANNEXES	159
I. Sources principales sur le matériel de calcul Herbinière-Lebert.....	159
II. Le matériel Herbinière-Lebert au Congrès de 1931	162
III. « Au marché » : mon jeu de décomposition des nombres	166
IV. « Jour de soldes » : mon jeu pour rendre ce qui est en trop	176
V. Construction des nombres avec les plaquettes trouées	178
VI. Le jeu du gobelet : mon adaptation du jeu de Descœudres et Brissiaud	182

I. Introduction



Jeux B et A de Suzanne Herbinière-Lebert créés en 1923 et édités en 1931.

Les « Plaquettes Herbinière-Lebert pour l'éducation sensorielle et l'initiation sensorielle au calcul » furent créées en 1923 par l'institutrice Suzanne Herbinière-Lebert (1893-1985), qui devint Inspectrice générale de l'Instruction publique. Diffusées largement pendant cinquante ans, elles disparurent dans les années 1970 avec les « mathématiques modernes ». Rémi Brissiaud promut à nouveau les plaquettes Herbinière-Lebert à partir de 1989 et leur principe survit dans certains de ses *Albums à calculer* pour la maternelle ou dans ses manuels pour l'école élémentaire quand les élèves comptent « comme Perrine », mais le matériel concret en lui-même s'est éteint et sa créatrice, qui fit rayonner l'école maternelle française à l'étranger, ne fait plus l'objet que de brèves mentions.

Associé à d'autres outils², ce matériel permet pourtant d'aider très efficacement les élèves à composer et décomposer les nombres comme le demande le programme de maternelle (2015) qui renoue avec des recommandations anciennes dont témoigne par exemple le *Dictionnaire de pédagogie* de Ferdinand Buisson en 1887 : « connaître les nombres : connaître un objet, ce n'est pas seulement savoir son nom, c'est l'avoir vu sous toutes ses formes, dans tous ses états, dans ses diverses relations avec les autres objets ; c'est pouvoir le comparer avec d'autres, le suivre dans ses transformations, le saisir et le mesurer, le composer et le décomposer à volonté »³. Et à nouveau en 1911 : « C'est dans cette dépendance des diverses unités que consiste tout notre système de numération. On exercera longtemps les élèves à énoncer un nombre, connaissant les diverses unités dont il se compose, ou à décomposer un nombre énoncé en ses différentes unités »⁴.

En 1955 Gaston Mialaret, co-introducteur des sciences de l'éducation en France, s'inscrivait dans cette grande tradition : « Il est possible d'étudier les premiers nombres (les dix premiers notamment), avec des enfants, d'une manière beaucoup plus intelligente que par le dénombrement monotone des bâchettes (encore qu'il faille recourir parfois à ce procédé comme moyen de constatation ou de contrôle). Cette méthode consiste essentiellement à construire (définir, poser) le nouveau nombre par adjonction de l'unité au nombre précédent,

2 D'autres outils mettant en valeur, quant à eux, le repère 5 : doigts des deux mains ; dés sans le nombre 6 ; réglettes Picbille et Noums de Rémi Brissiaud ; tuiles de Karen Fuson développées d'après certaines pratiques japonaises, mesurant un pouce carré ou 5 pouces sur 1 (matériel *Math Expressions*).

3 BUISSON Ferdinand, « Calcul intuitif » in BUISSON Ferdinand (dir.), *Dictionnaire de pédagogie et d'instruction primaire*, 1887. Il s'inspire ici explicitement du « calcul intuitif » de l'Allemand Grube.

4 BOURLET Carlo, « Mathématiques », in BUISSON Ferdinand (dir.), *Nouveau dictionnaire de pédagogie et d'instruction primaire*, 1911. Il promeut à cet effet l'usage du l'Initiateur mathématique de Camescasse.

puis à étudier ses diverses décompositions en nombres moins élevés que lui. [...] Les objets alignés ramèneront invinciblement l'enfant à la routine du dénombrement mécanique, qui ne fera jamais apparaître, dans sa pensée, la figure propre du nombre, les arbres cachant perpétuellement la forêt ; tandis que, par la présentation en constellations, la figure globale du nombre saute aux yeux sans que l'attention ait à se fixer successivement sur les unités qui le composent. [...] Or ces constellations sont d'autant plus lisibles qu'elles sont formées d'éléments plus simples et d'une symétrie plus apparente. [...] Le choix même des structures à utiliser donne lieu à de nombreuses discussions. »⁵

Avec l'introduction des « mathématiques modernes » au tournant des années 1970 toutes les constellations de points furent largement abandonnées et en maternelle des activités pré-numériques remplacèrent souvent la construction des premiers nombres.

Les instructions officielles de 1986 ne jugèrent pas utiles de revenir aux stratégies de décomposition des nombres que facilitaient notamment les plaquettes Herbinière-Lebert et promurent un comptage que Rémi Brissiaud qualifia de « comptage-numérotage », s'appuyant de manière précoce et prioritaire sur la récitation de la comptine numérique synchronisée au pointage des unités ou de la file numérique.

C'est pour initier les élèves aux nombres comme « relations entre des quantités »⁶ que Rémi Brissiaud favorisa le retour en grâce des plaquettes Herbinière-Lebert dès 1989.

Ce matériel m'est apparu présenter plusieurs avantages :

- Les représentations des quantités ne sont pas alignées, comme sur les barres ou perles Montessori qui obligent à compter 1 à 1, mais organisées dans l'espace de manière à être décomposées en plusieurs groupes facilement dénombrables.
- Chaque nombre est présenté de manière à faciliter toutes ses décompositions additives contrairement à d'autres configurations de points comme par exemple les constellations du dé qui donnent un rôle particulier au nombre 5 (et ont de ce fait une utilité).
- L'organisation des points met particulièrement bien en valeur l'itération de l'unité et les doubles.
- Chaque nombre est clairement et régulièrement formé à partir des précédents, ce qui permet aux élèves de ne pas en rester à la mémorisation de pures images d'organisation de points dans l'espace.
- L'enfant peut faire des expériences avec les nombres et valider visuellement un résultat



5 MIALARET Gaston, *Pédagogie des débuts du calcul*, Fernand Nathan, première édition 1955 (citations identiques dans l'édition remaniée en 1965 et préfacée par Suzanne Herbinière-Lebert), p. 26-45.

6 BRISSIAUD Rémi, « Pourquoi l'école a-t-elle enseigné le comptage-numérotage pendant près de 30 années ? Une ressource à restaurer : un usage commun des mots grandeur, quantité, nombre, numéro, cardinal, ordinal, etc. », octobre 2014. Texte en ligne : http://www.cfem.asso.fr/debats/premiers-apprentissages-numeriques/Brissiaud_UneRessourceaRestaurer.pdf

anticipé mentalement (ex. : pour recouvrir une plaque de 5 je peux mettre bout à bout une plaquette de 3 et une plaquette de 2 ou bien 4 et 1).

- La notion de pair et d'impair est mise en valeur par l'organisation des unités en deux rangées.
- En donnant un rôle particulier au nombre 10, les plaquettes Herbinière-Lebert permettent aussi d'initier à la numération de position.
- Enfin, la simplicité de leur organisation permet de passer par la manipulation pour introduire les opérations posées.

J'ai fabriqué des plaquettes Herbinière-Lebert sur la recommandation de Rémi Brissiaud dans son manuel pour la grande section de 1994. J'en ai tant goûté les fruits dans mes classes de maternelle que j'ai cherché depuis lors à en savoir plus sur ce matériel injustement oublié comme le sont d'autres outils pionniers du début du XX^{ème} siècle tel l'Initiateur mathématique de Jacques Camescasse⁷ (vers 1910), adopté par le mouvement Freinet à ses débuts.

Après de longues recherches, je n'ai trouvé la trace que d'une poignée d'exemplaires des plaquettes Herbinière-Lebert pourtant éditées par Nathan pendant presque 50 ans, notamment celui-ci conservé au Musée national de l'éducation à Rouen (image ci-dessus).

Puis un mémoire espagnol de sciences de l'éducation m'a mis sur la piste d'un matériel contemporain britannique très proche – *Numicon* (contraction de *numeral icon* ; image ci-dessous) – dont j'ai acheté des exemplaires pour ma classe alors qu'en France je n'en connaissais pas d'utilisateur en dehors de parents d'enfants atteints du syndrome de Down.



⁷ CAMESCASSE Jacques, *Notice sur l'initiateur mathématique... jeu de petits cubes rendant facile dans la famille et à l'école la mise en pratique de « Initiation mathématique » de C.-A. Laisant*, 1910. CAMESCASSE Jacques, « L'initiateur mathématique », *L'imprimerie à l'école* n°45 - octobre 1931. FAURE R., « Un matériel trop ignoré : le Camescasse », *L'Éducateur prolétarien*, novembre 1957. FREINET Célestin, « La vie de l'Institut », *L'Éducateur* n°18, juin 1960. AUVINET Jérôme, « De l'usage des récréations pour une Initiation mathématique selon Charles-Ange Laisant », *Bulletin de l'Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public (APMEP)* n°523, mars-avril 2017. BOURLET Carlo, « Mathématiques », in BUISSON Ferdinand (dir.), *Nouveau dictionnaire de pédagogie et d'instruction primaire*, 1911 : « l'un des procédés les plus féconds pour exercer l'enfant à compter, pour lui donner une idée juste de la numération et le préparer au système métrique, est l'emploi des cubes assemblables de « l'Initiateur mathématique » de M. Camescasse, qui présentent le grand avantage de mettre des objets dans les mains des enfants eux-mêmes. [...] Ici encore, en employant judicieusement les cubes assemblables de M. Camescasse, on arrivera à bien faire saisir aux élèves la dépendance des diverses unités entre elles. C'est dans cette dépendance des diverses unités que consiste tout notre système de numération. »

J'ai appris plus tard que si les concepteurs de Numicon ne faisaient jamais référence à Suzanne Herbinière-Lebert c'est qu'ils se sont inspirés d'une autre pédagogue encore quelque peu connue aux États-Unis : Catherine Stern. Son matériel (photo ci-dessous à gauche), très semblable aux plaquettes Herbinière-Lebert, leur est postérieur. Je l'ai compris en découvrant une présentation d'ensemble du matériel Herbinière-Lebert d'initiation au calcul : dans le compte-rendu du Congrès international pour l'enfance de 1931 organisé sous la présidence de Suzanne Herbinière-Lebert. Là j'appris que la version la plus répandue des plaquettes Herbinière-



Lebert datait de 1923 et que des articles de la revue *L'Éducation enfantine* les avaient présentées dès 1926. Je découvris aussi dans le compte-rendu du congrès une autre version du matériel (le Jeu A, photo ci-contre à droite) dont les planchettes Stern sont



Jeu A

encore plus proches : des plaquettes trouées, accompagnées d'unités mobiles insérables, qui ne furent pas rééditées après la seconde guerre mondiale.

Les plaquettes Herbinière-Lebert ne devaient donc rien aux planchettes Stern. Il restait à élucider leur lien avec le matériel Montessori qui les précédait. J'ai établi que les configurations Herbinière-Lebert n'étaient pas reprises d'un exercice Montessori⁸ fait avec des cubes comme Catherine Berdonneau en faisait l'hypothèse, même si la disposition des cubes est voisine. Suzanne Herbinière (et Catherine Stern de même) reconnaît une dette envers Maria Montessori mais aussi une vraie originalité, comme en témoigne la première présentation des plaquettes Herbinière-Lebert dans le catalogue des éditions Fernand Nathan de 1931 (consulté à l'Institut Mémoire de l'Édition Contemporaine près de Caen) : « Guidée par ce principe montessorien qui consiste à matérialiser chaque quantité et à la présenter sous la forme d'un tout, Madame Herbinière-Lebert, modifiant heureusement l'idée initiale, adopte la présentation des quantités sous l'aspect de figures numériques ». Ce sont donc les représentations des quantités en barres et en perles qui ont inspiré Herbinière-Lebert, et en étudiant les manuels Montessori, dans les versions antérieures à la création des plaquettes Herbinière-Lebert, j'ai pu préciser quels liens peuvent être établis entre les deux pédagogues : il s'agit pour Suzanne Herbinière-Lebert, comme pour sa devancière, de présenter chaque quantité discrète d'emblée comme un tout pour faire comprendre à l'enfant les relations entre les quantités mais aussi, au contraire de sa devancière, de décourager le comptage 1 à 1 et donc d'abandonner les représentations alignées (barres et perles) au profit d'une organisation spatiale qui favorise la décomposition des nombres.

L'origine de cette organisation spatiale m'a été aimablement suggérée par Jean-Paul Fischer⁹ : celle de l'Allemand Born (dont personne ne semble connaître le prénom) en 1867. Et j'ai alors ouvert les yeux sur un monde dont j'ignorais tout à commencer malheureusement par la langue :

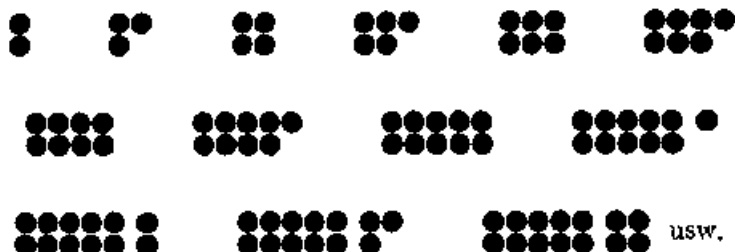
8 <http://goupil.eklablog.fr/l-originalite-d-herbiniere-lebert-par-rapport-a-montessori-a149171902>

9 Professeur émérite de psychologie à l'Université de Lorraine.

les grands pionniers Allemands des matériels didactiques et des premières études expérimentales de didactique des mathématiques.

Le « *Neuer Rechenapparat*¹⁰ » de Born était un panneau vertical comportant 100 disques sur 10 rangées de 10 disques chacune. Il était muni de tirettes permettant de cacher ou dévoiler un groupe de disques et d'en changer la couleur. Les configurations obtenues étaient de ce type¹¹ :

Bornschen Zahlbilder. Sie sehen so aus :



Ces configurations de points font partie de ce que les Allemands nomment « *Zahlenbilder* » (images-nombres) et Suzanne Herbinière-Lebert « figures numériques ». Rémi Brissiaud les appelait « collections témoins organisées » ou « nombres figuraux ». Les configurations de Born eurent une postérité longue et protéiforme dont les planches 1 et 2 donnent une vue d'ensemble et dont je vais maintenant résumer les grands moments que j'ai mis au jour.

10 BORN, *Neuer Rechenapparat zur Veranschaulichung der Rechenoperationen an Zahlbildern mit wechselnden Farben*, Berlin, 1867.

11 Illustration tirée de KÜHNELL Johannes, *Neubau des Rechenunterrichts: ein Handbuch für alle, die sich mit Rechenunterricht zu befassen haben*, J. Klinkhardt, 1941

Planche 1

Jeu B de Suzanne Herbinère-Lebert



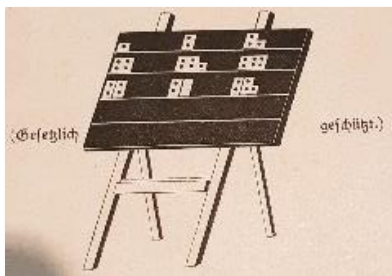
**Plaquettes
assemblables**

Jeu A de Suzanne Herbinère-Lebert

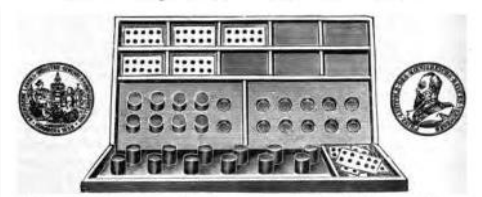


**Plaquettes
non
assemblables**

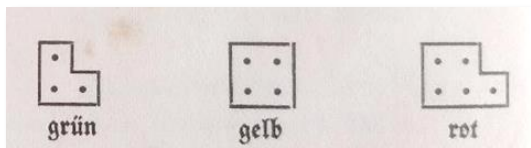
Georg Schneider



Ernst Troeltsch

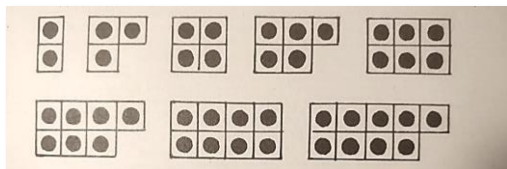


Wilhelm

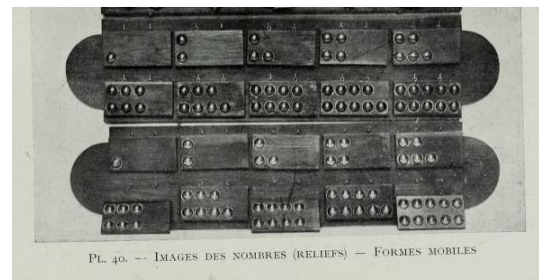


Henck

Eugen Koller



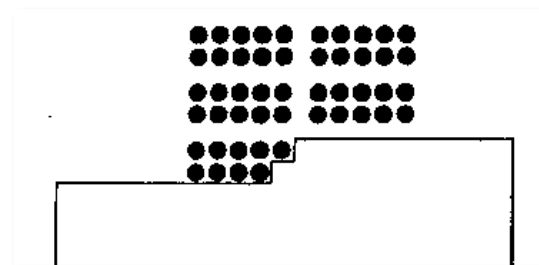
Les Frères de la Charité



Georg Schneider



Johannes Kühnel



Numicon



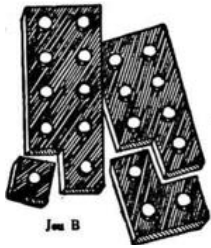
Catherine Stern



Gonzague Jobbé-Duval, 2021

Planche 2

Jeu B de Suzanne Herbinière-Lebert



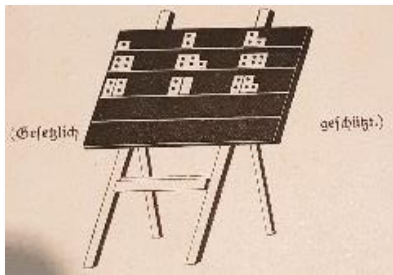
Unités fixes

Jeu A de Suzanne Herbinière-Lebert

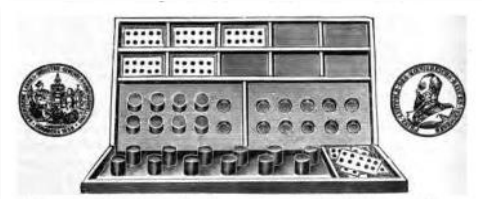


Unités mobiles

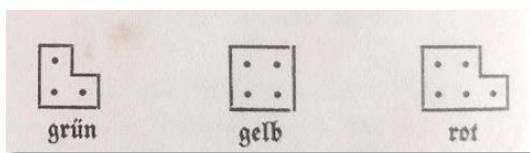
Georg Schneider



Ernst Troelltsch



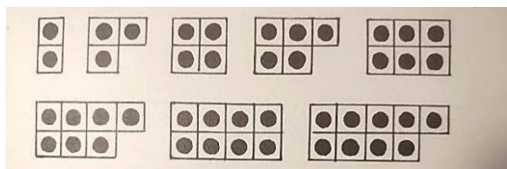
Wilhelm Henck



Catherine Stern



Eugen Koller



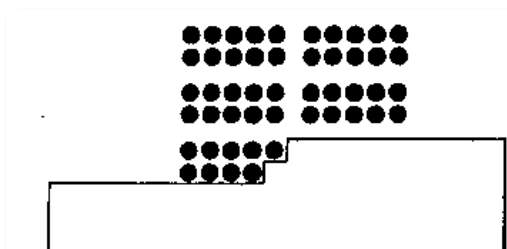
Georg Schneider



Les Frères de la Charité



Johannes Kühnel



Numicon



Gonzague Jobbé-Duval, 2021

Les configurations de Born furent d'abord adoptées pour disposer des **cylindres dans les 10 trous des plaques rectangulaires** du *Nürnberger Rechenbrett* créé par l'Allemand Ernst Troeltsch en 1893 dont les actuelles « cartes à points » de Jean-Luc Bregeon sont les lointaines héritières.

Le premier à **découper les plaquettes en suivant le contour des configurations** de Born fut l'Allemand Georg Schneider vers 1900 avec son *Rechenapparats*, suivi de près par son compatriote plus influent Wilhelm Henck qui mit des plaquettes cartonnées à disposition des élèves. L'Allemand Eugen Koller en étendit la diffusion à partir de 1935 et bien après la Deuxième guerre mondiale. Suzanne Herbinière-Lebert utilisa des plaquettes similaires à partir de 1923 avec la version de son matériel qui sera d'abord nommée « jeu B ». De manière plus confidentielle les Allemands Charles Kölbel, Karl-August Quer et Walter Eggstein utilisèrent des plaquettes semblables.

Une autre matérialisation des configurations de Born consista en des **plaques ou cartons rectangulaires de mesure identique comportant 1 à 10 unités fixes**. La congrégation catholique belge des Frères de la Charité adopta l'usage de ces plaques au début du XX^e siècle. Le grand pédagogue allemand Johannes Kühnel en popularisa aussi l'usage, à partir de 1916, sous la forme de ce que nous appellerions aujourd'hui des « cartes-éclair ».

Le « jeu A » de Suzanne Herbinière-Lebert, créé en 1923 et disparu peu après la guerre, est sans doute le premier à insérer des **cylindres mobiles dans les 1 à 10 trous de plaquettes rectangulaires**. Catherine Stern prit la relève après la Deuxième guerre mondiale, aux Etats-Unis, avec ses *Pattern Boards*.

George Schneider puis la congrégation catholique belge de Frères de la Charité adoptèrent un appareil basé sur les configurations de Born qui construit chaque quantité à partir des unités de base sans pour autant que ce soient des cylindres placés hors du boîtier. C'est un cadre rectangulaire dans lequel deux **rangées contigües de 10 pièces carrées peuvent être déplacés en coulissant** au moyen de guides fixés sous les bords les plus longs. Les pièces carrées sont cloutées en leur centre en forme de demi-sphère sombre. La longueur du cadre excède celle des carrés assemblés afin de permettre le déplacement de ces derniers. Par ce dispositif les unités sont aisément regroupées de chaque côté du cadre selon les configurations de Born.

Johannes Kühnel popularisa durablement à partir de 1916 une autre matérialisation des configurations de Born : des **tableaux de 10, 100 ou 1000 points, regroupés par dizaines, en partie occultables** par des caches opaques ou translucides découpés de manière à faire apparaître les différentes configurations de Born.

Parmi les outils plus récents il faut mentionner la particularité des *Numicon shapes* créées en 1996 par les Britanniques Romey Tacon, Ruth Atkinson et Tony Wing en s'inspirant du travail de Catherine Stern (et peut-être de Suzanne Herbinière-Lebert par le biais des ouvrages de Rémi Brissiaud). Les plaques Numicon sont **découpées comme les plaques assemblables d'Herbinière-Lebert mais sont trouées pour recevoir des cylindres-unités** comme les plaques Stern des cubes. Numicon fait ainsi revivre en un seul matériel les deux jeux originaux de Suzanne Herbinière-Lebert : les plaquettes trouées avec éléments mobiles cylindriques et les plaquettes au contour épousant la configuration des éléments fixes.

Essayons de catégoriser tous ces outils.

Matériellement nous pouvons distinguer quatre grandes familles qui peuvent se croiser :

- Des plaquettes découpées selon le contour des collections-témoins (et donc assemblables) ou bien rectangulaires (et donc non assemblables).
- Des unités de base fixées sur la collection-témoin ou bien mobiles.

Quatre familles de **procédés** (qui parfois se croisent) ont été valorisées à partir des configurations de Born **pour composer et décomposer les nombres** :

- Déplacer des éléments représentant les unités de base (cylindres ou cubes souvent bicolores) que l'on assemble en collections témoins de la quantité (une seule collection d'emblée ou plusieurs sous-collections en se servant des différentes couleurs des unités de base).
- Assembler les collections-témoins elles-mêmes (plaques découpées en suivant les contours des configurations de Born, parfois colorées de deux ou plusieurs couleurs) pour former une autre collection témoin de la quantité composée. Pour décomposer cette quantité, échanger une collection témoin contre deux collections témoins superposables ensemble à la première.
- Occulter une partie puis l'autre des collections témoins avec un cache (carton, main...) ou bien placer un bâtonnet entre ses parties ou bien effectuer l'opération mentalement.
- Occulter toute la collection après sa très brève exposition, en retournant la carte sur laquelle elle figure ou bien en l'occultant totalement avec un cache, ce qui permet d'interdire le comptage 1 à 1 et d'inciter les élèves à regrouper les unités en collections-témoins organisées.

Cinq familles peuvent être distinguées selon leur **degré croissant de mise en valeur de la référence à la dizaine**.

a) Avec les unités de base déplaçables :

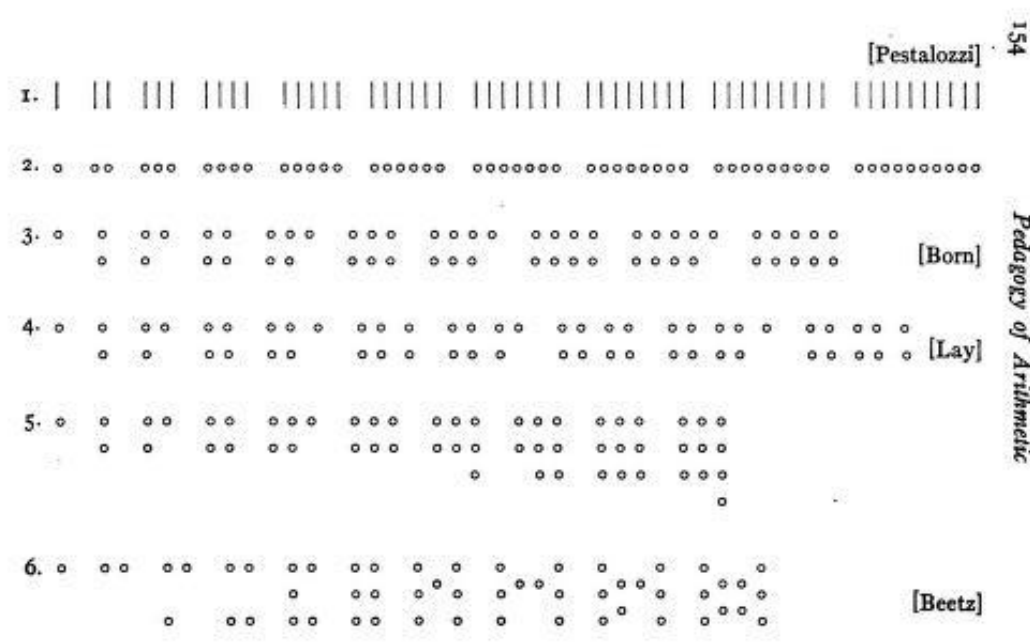
- Insérer les unités de base déplaçables dans les collections-témoins organisées en autant de figures de la quantité (1 à 10 trous),
- Insérer les unités de base déplaçables dans une même super collection-témoin fondamentale de 10 trous de manière à occuper autant de trous que de collections-témoins portions de 10.

b) Avec les unités de base fixées sur la collection témoin :

- Limiter les collections témoins à 10 unités de base (collections de 1 à 10 unités).
- Agrandir la plaque de 10 unités à ses deux extrémités ou bien, si les plaques s'insèrent dans une boîte, marquer sur la boîte la limite de la dizaine.
- Dessiner les unités de base regroupées par dizaines sur des tableaux de 10, 100 ou 1000 unités et se servir d'un cache découpé de manière à occulter le tableau pour dévoiler des collections témoins.

En m'intéressant au développement d'outils pédagogiques basés sur la configuration de Born j'ai rencontré **des outils parfois proches, basés sur d'autres configurations**. J'ai notamment suivi la piste des constellations du dé et celle de la configuration qui fut la plus sérieuse concurrente de celle de Born et aussi la plus proche : celle de Wilhelm August Lay, basée sur 4 points disposés en carré, qui inspira notamment Hergott, Heinrich Kempinsky et Hermann Kurtzweil en Allemagne, Alice Descœudres en Suisse, Willy Schneider en Belgique, Eugène Delaunay et François Brachet en France, Budd Howell et Starck aux Etats-Unis.

Les premières grandes expériences scientifiques de didactique, menées à la charnière du 19^e et du 20^e siècle, cherchèrent à départager les représentations des quantités autour de l'enjeu de la facilité de reconnaissance d'une petite quantité, en la montrant si brièvement aux élèves qu'ils ne puissent pas compter 1 à 1. Toutes les expériences montrèrent l'avantage des « nombres-images » sur les représentations en ligne (qui étaient notamment celles des bouliers) et la question fut alors de départager les différents « nombres-images » et particulièrement deux fréquents finalistes : les configurations de Born et de Lay.



Les plaquettes de Georg Schneider et Suzanne Herbinière-Lebert déplacent la question avec leur contour découpé suivant l'organisation spatiale des points : **seule la configuration de Born permettait ce découpage et donc la décomposition-recomposition physique de deux collections-témoins organisées de manière non linéaire**. La question de l'usage didactique faisait passer au second plan la performance de laboratoire concernant la vitesse de reconnaissance d'une quantité représentée par des points.

II. Suzanne Herbinière-Lebert (1893-1985)

Vie de Suzanne Herbinière-Lebert¹²



« J'avais tout pour être une enfant difficile, une caractérielle. Ma mère est morte en me donnant le jour. J'ai été élevé par une grand-mère, puis par mon père et sa seconde femme... Je me suis mal entendue avec ma belle-mère : c'était une personne taciturne. Et moi j'étais la vie, le mouvement... J'ai dû partir pour gagner mon pain... Par la suite, je me suis mariée, je suis devenue veuve, je me suis retrouvée sans compagnon et sans enfant. C'est alors que je me suis vouée à l'éducation des enfants des autres¹³. »

Suzanne Lebert est née à Paris le 1^{er} mars 1893 de l'union de Victor Lebert et d'Alice Dépersin qui meurt à sa naissance. Elle est élevée par sa grand-mère maternelle puis par son père et sa belle-mère¹⁴. Diplômée en études commerciales, elle enseigne en maternelle à partir de 1912. En 1920, à 27 ans, Suzanne épouse Jules Herbinière, instituteur âgé de 58 ans qui décèdera assez rapidement sans qu'ils aient conçu d'enfant. Elle présente son matériel d'enseignement en novembre 1923 à Paris au cours Pauline-Kergomard (cours normal des institutrices de la Seine) puis, en partie (notamment ses plaquettes et ses projets de cahiers d'exercices d'attention), au congrès de l'Association générale des Institutrices des écoles maternelles à Orléans en 1924. Pendant trois ans elle accueille « régulièrement chaque mois dans sa classe des inspectrices, des inspecteurs, un très grand nombre d'institutrices de la Seine et même des autres départements, de nombreuses délégations étrangères, à qui elle a longuement présenté son matériel¹⁵. »

En 1925 elle devient directrice d'école maternelle rue des Grands-Champs (Paris XX^e) et obtient son certificat d'aptitude à l'inspection des écoles maternelles. De 1926 à 1929 la revue

12 Sources principales sur sa vie : DELCHET R., « Suzanne Herbinière-Lebert », in CAMBON, DELCHET et LEFEVRE, *Anthologie des pédagogues contemporains*, P.U.F., 1974. GODET Claire, « Suzanne Herbinière-Lebert : le monde secret des tout-petits », xxx, 1970 ? GARCIN F., « Mme Herbinière-Lebert », *L'Éducation enfantine* n°7, 1^{er} février 1932, pp. 76-77. LIBRECOURD Alexandre, « Suzanne Herbinière-Lebert. Madeleine Abadie », *L'Éducation enfantine* n°8, avril 1996. HERBINIERE-LEBERT Suzanne, « Initiation sensorielle » *L'Éducation enfantine* n°5, 20 décembre 1927 (cf. Note de la rédaction).

Pour en savoir plus sur sa pensée : HERBINIERE-LEBERT Suzanne, "Le rôle de l'école maternelle dans la première éducation", *Enfance*, année 1954, 7-1, pp. 1-11. À paraître : « Suzanne Herbinière-Lebert. Promotion, diffusion et défense de l'école maternelle française », in Laurent Gutierrez et Béatrice Haenggeli-Jenni (dir.), *Places et rôles des femmes dans la promotion des idées et des pratiques de l'éducation nouvelle en France au XX^e siècle*.

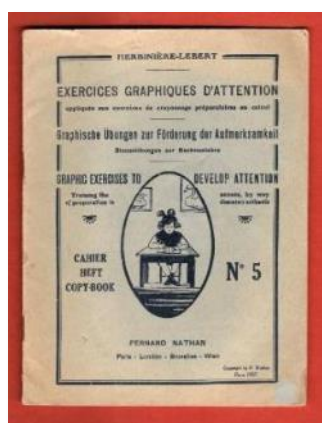
13 GODET Claire, « Suzanne Herbinière-Lebert : le monde secret des tout-petits », xxx, 1970 ? Photo issue du même article.

14 Lucile Boucher.

15 Note de la rédaction dans HERBINIERE-LEBERT Suzanne, « Initiation sensorielle » *L'Éducation enfantine* n°5, 20 décembre 1927.

L'Education enfantine (Nathan) publie des planches illustrées du matériel de Suzanne Herbinière-Lebert accompagnées de ses articles détaillés. On y découvre, outre les deux types de plaquettes qui constituent son « matériel fondamental », un très riche matériel s'appuyant sur des cubes, des perles, des images et d'autres dispositifs ingénieux. Les configurations qui nous intéressent sont exploitées en partant du matériel le plus « sensoriel » (les plaquettes trouées à éléments mobiles) puis acheminent vers l'abstraction notamment au moyen de « cartes des quantités », « tableaux dizaines » pour la numération décimale ; « plaquettes-images », « tableaux des quantités » pour étudier les différentes décompositions d'un même nombre. Tout ce matériel complémentaire ne sera jamais édité ni diffusé hors de ces numéros de *L'Education enfantine* et il ne sera repris qu'en partie dans ses *Cahiers de calcul* de 1956.

Suzanne Herbinière-Lebert présente une partie de son matériel (notamment ses projets de cahiers d' « Exercices graphiques d'attention ») au Congrès international de l'Education Nouvelle à Locarno en 1927. Nathan publie ses *Exercices graphiques d'attention*¹⁶ en 1927. Ce sont en France les premières activités graphiques destinées aux jeunes élèves. Le cinquième cahier est dédié à la préparation au calcul. Nathan publie ensuite ses dominos (notamment ceux des chiffres et des formes) en 1928.



L'association Léopold-Bellan publie deux de ses conférences données en 1929, notamment celle sur l' « Enseignement du calcul aux anormaux »¹⁷.

Vice-présidente de la section de la Seine de l'Association Générale des Institutrices et Instituteurs des Ecoles et classes Maternelles (AGIEM), elle organise en 1931 à Paris le premier Congrès international de l'enfance. Le catalogue du congrès présente amplement le matériel Herbinière-Lebert¹⁸. La même année Nathan édite les deux versions de ses « Plaquettes

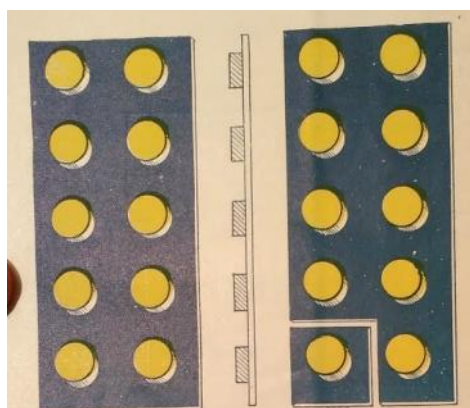
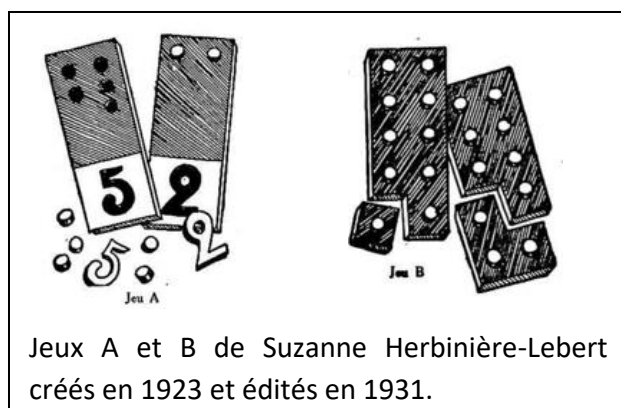
16 HERBINIERE-LEBERT Suzanne, *Exercices graphiques d'attention appliqués aux exercices de crayonnage préparatoires au calcul (Cahier n°5)*, Nathan, 1927. Réédité en 1950 ou 1951 puis en 1964 sous le titre : *Cherche et trouve... Exercices graphiques d'attention. Cahier n°5. Exercices sensoriels préparatoires au calcul*. Trois cahiers seront encore édités sous le titre *Cherche et trouve* en 1987 ; le troisième, intitulé *Activités préparatoires au calcul et à l'écriture*, donne une série « d'exercices d'initiation sensorielle au calcul et à la lecture ».

HERBINIERE-LEBERT Suzanne, *Livre du maître pour les six cahiers d'exercices graphiques d'attention*, Nathan, 1927. Ils ont été décriés par le mouvement Freinet.

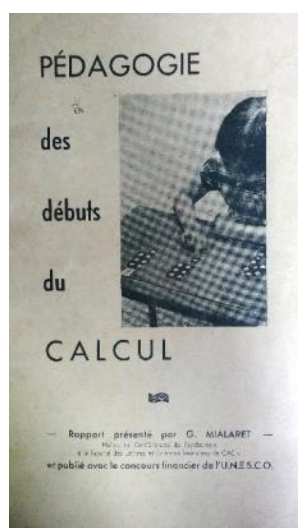
17 HERBINIERE-LEBERT Suzanne, « L'enseignement du calcul aux anormaux par l'initiation sensorielle », *Bulletin du FCH*, n° 8-9, [Foyer central d'hygiène physique, morale et mentale], mai-juin 1929, p. 11-22.

18 COMITE D'ORGANISATION DU CONGRES, *Compte-rendu du Congrès international de l'enfant Paris – 1931* organisé par l'Association des Institutrices des Écoles maternelles et des Classes Infantines publiques de France et des

Herbinière-Lebert pour l'éducation sensorielle et l'initiation sensorielle au calcul » (désignés comme jeux A et B).



Elle présente à nouveau son « initiation sensorielle au calcul » au Cours Pauline Kergomard en 1932 et en novembre 1933. Suzanne Herbinière-Lebert enchaîne ensuite les responsabilités : Directrice départementale des écoles maternelles en Côte d'Or¹⁹ et en Saône-et-Loire (1934 à 1940), inspectrice (1936), inspectrice générale des écoles maternelles (1940), inspectrice générale de l'instruction publique, présidente de la Commission ministérielle pour l'Éducation préscolaire (1957). Elle participe aussi à la fondation de l'Organisation mondiale pour l'Éducation préscolaire (O.M.E.P.) dont elle prend la présidence de 1950 à 1954. Elle dirige aussi pendant une trentaine d'années la revue *L'Éducation enfantine* et la collection de livres du même nom chez Nathan dont elle rédige les préfaces.



En 1956 elle publie deux *Cahier de calcul pour les enfants de 5 à 7 ans*²⁰, manuels de l'élève appuyés sur ses plaquettes, qui constituent des « exercices d'application et de contrôle ». Ils visent à refaire, au moyen de coloriage et de gommettes autocollantes, les exercices faits « sous

Colonies à l'occasion du cinquantenaire de l'École laïque 1881-1931, Nathan, 1933. [Suzanne Herbinière-Lebert avait été présidente du comité d'organisation.]

¹⁹ Elle habitait alors Dijon, 3 rue du Docteur Durand. Cf. correspondance Nathan (IMEC).

²⁰ HERBINIERE-LEBERT Suzanne, *Combien font ? Cahier de calcul pour les enfants de 5 à 7 ans. Exercices d'application et de contrôle*, Fernand Nathan, 1956. Premier cahier : la dizaine. Deuxième cahier : la centaine.

la direction du maître avec le matériel de calcul ». Ils permettent aux élèves de travailler seuls et au maître d'évaluer les connaissances. « À la suite des manipulations d'objets, le dessin ménage une étape entre le concret et l'abstrait. »

Suzanne Herbinière-Lebert préface aussi deux ouvrages qui s'appuient sur son matériel de calcul :

- MIALARET Gaston, *Pédagogie des débuts du calcul*, Fernand Nathan, première édition 1955, édition remaniée 1965.
- FARENG R. & FARENG M., *L'apprentissage du calcul avec les enfants de 5 à 7ans*. Paris, Fernand Nathan, série « Comment faire ? », collection « L'Éducation enfantine » dirigée par S. Herbinière-Lebert, 1966.

En 1971 les plaquettes Herbinière-Lebert semblent disparaître du catalogue Nathan, avec la plupart des autres références d'initiation au calcul, remplacées par des matériels (le « matériel KML » principalement) choisis ou conçus par Marie-Antoinette Touyarot²¹ qui dirige la « collection M.A. Touyarot » et est une grande maîtresse d'œuvre de la réforme des « mathématiques modernes ».

Les « mathématiques modernes » ont-elles eu raison des plaquettes Herbinière-Lebert ? En 1970²², paraissait justement le manuel de Touyarot *Comment Faire ?... Les activités mathématiques à l'école* maternelle, préfacé par Herbinière-Lebert dans la collection qu'elle dirige : « L'Éducation enfantine ». Ce manuel de mathématiques modernes précise ses intentions dans l'introduction : « Au lieu de centrer l'intérêt sur l'apprentissage des nombres on va patiemment en préparer la découverte par des démarches de portée plus générale. Il s'agira surtout de – construire, observer des groupements d'objets – reconnaître des propriétés d'objets – comparer des objets deux à deux, les classer ou encore les associer selon certains critères. » Ce manuel remplace un manuel édité dans la même collection par Herbinière-Lebert à peine quatre ans auparavant (1966), basé sur la construction du nombre et tout entier conçu à partir de ses plaquettes. C'est donc avec élégance que Suzanne Herbinière-Lebert signe en quelque sorte la fin de son matériel.

C'est qu'en effet, en plus du matériel Touyarot, d'autres matériels d'initiation mathématique ont le vent en poupe à cette époque, comme le rapporte Renaud d'Enfert : « À partir de la rentrée scolaire 1964, l'IPN [Institut pédagogique national] commence à expérimenter de nouvelles façon d'enseigner les mathématiques, qui s'appuient sur des conceptions développées par des émules de Piaget (Gattegno, Dienes) et qui utilisent du matériel pédagogique innovant comme

21 Marie-Antoinette Touyarot, directrice d'études à l'école normale d'instituteurs de Caen, était alors présidente du comité national de l'Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public (APMEP) qui promouvait la réforme des « mathématiques modernes ». Voir (D')ENFERT Renaud, « Du calcul aux mathématiques ? L'introduction des « mathématiques modernes » dans l'enseignement primaire français, 1960-1970 » [URL : <http://culturemath.ens.fr/content/du-calcul-aux-math%C3%A9matiques-l%E2%80%99introduction-des-%C2%ABmath%C3%A9matique-modernes%C2%BB-dans-l%E2%80%99enseignement>]

22 Après la parution déjà, en 1965, dans la même collection, de TEXIER C., *Comment faire ? : la théorie des ensembles à l'école maternelle : manuel de pédagogie pratique pour les écoles maternelles, les classes enfantines, les jardins d'enfants et les cours préparatoires*, préface de Gaston Mialaret, avant-propos de S. Herbinière Lebert, Nathan.

les réglettes Cuisenaire ou les blocs logiques de Dienes²³. » Par ailleurs, Jean-Paul Fischer²⁴ date de la réforme de 1970 l'abandon général de toutes les constellations de points et il fournit deux explications. La première était explicitement évoquée alors : les élèves risquaient « une



confusion entre le nombre et la disposition spatiale »²⁵. La seconde était implicite : le mouvement de réforme des programmes visait à « rendre la mémorisation inutile » ; or « la fonction majeure des constellations est, précisément, la mémorisation des premiers faits additifs (...) »

On retrouve encore trace des plaquettes Herbinière-Lebert sporadiquement, notamment dans le catalogue Nathan de 1978-1979, mais la grande époque est terminée et peu à peu la plupart des enseignants oublieront tout des plaques-nombres Herbinière-Lebert. Après le reflux des « mathématiques modernes » les collections-témoins organisées ne retrouvent pas la faveur des pédagogues, les instructions officielles de 1986²⁶ portant sans doute un coup fatal à la stratégie de décomposition

des nombres au profit de ce que Rémi Brissiaud nomma le « Comptage-numérotage ».

Suzanne Herbinière-Lebert décède le 11 octobre 1985 au Chesnay (Yvelines).

Evolution du matériel Herbinière-Lebert

La revue L'Éducation enfantine

Entre 1927 et 1929, Suzanne Herbinière-Lebert écrit dans *L'Éducation enfantine* une série d'articles promouvant l'usage d'un matériel « d'initiation sensorielle » (principalement pour le calcul mais aussi pour la lecture) qui compte de nombreux outils en dehors des plaquettes : cubes Fröbel colorés en rouge ou bleu, assemblés les uns au-dessus des autres ou à plat et disposés comme les plaquettes ; « cartes des quantités » reproduisant leurs combinaisons ; perles assemblées sur des tiges selon plusieurs configurations spatiales ; « cinéma des nombres » ; « tableaux dizaines » pour la numération décimale ; « plaquettes-images » (disposées comme les plaquettes) et « tableaux des quantités » pour étudier les différentes

23 DIENES Z. P., *Building up mathematics*, London: Hutchinson Educational Ltd, 1960

24 FISCHER Jean-Paul, « La distinction procédural/déclaratif : une application à l'étude de l'impact d'un "passage du cinq" au CP », *Revue française de pédagogie*, volume 122, 1998. Recherches en psychologie de l'éducation. pp. 99-111.

25 Rémi Brissiaud répondait à cette critique par un juste usage des constellations, notamment : « L'usage des constellations a été critiqué, vers 1970, parce qu'il risque d'induire une confusion entre la forme et le nombre, alors que les enfants doivent apprendre que le nombre d'objets d'une collection est indépendant de la configuration spatiale privilégiée. Ce risque existe. Mais il peut être contenu par des pratiques pédagogiques favorisant la comparaison des différentes représentations des nombres parce que celles-ci correspondent à des configurations différentes. » (Rémi Brissiaud (dir.), *J'apprends les maths avec Tchou – CP. Livre du maître*, Retz, 2009, p. 18).

26 CHEVÈNEMENT Jean-Pierre, Circulaire n° 86-046 du 30 janvier 1986 : Orientations pour l'école maternelle.

décompositions d'un même nombre ; nombres illustrés ; « tablettes multiplicandes » ; « multiplicateur-diviseur » conçu à partir d'un abaque ; « jeux de calcul [...] intuitifs » (images polycopiées sur carton blanc) d'où la notion de quantité doit se dégager sous ses différents aspects » (présence et absence, plus et moins, identité) ; « jeu de la boulangerie » pour la multiplication ; « jeu des balcons » pour la division, ...

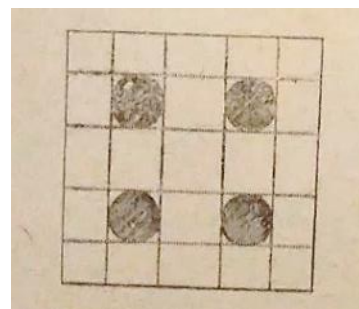
Je présente ici principalement le matériel des plaquettes ou celui adoptant la disposition de leurs unités de base.

Les « plaquettes trouées et chiffrées avec éléments mobiles »

A l'époque des articles de *L'Education enfantine* ce matériel n'était pas encore édité. Le premier article nous donne donc le mode d'emploi de la fabrication des « plaquettes trouées et chiffrées avec éléments mobiles » qu'il vaut la peine de connaître car cet outil, ensuite édité, disparut une vingtaine d'années plus tard²⁷ malgré son intérêt.

Ce sont dix plaquettes comportant 1 à 10 trous. Elles sont formées de deux plaques de carton de 6 cm sur 19 cm, l'une est perforée, l'autre sert de fond collé à la première. La plaque perforée est épaisse de 3 à 4 mm environ. Les plaques sont perforées à l'emporte-pièce à des distances régulières grâce au quadrillage de la plaque. Chaque trou s'inscrit dans un carré de 1,25 cm de côté ; l'intervalle entre les trous est de 1,5 cm ; la marge tout autour est de 1 cm (cf. illustration ci-contre)

Les deux plaques sont collées puis la plaque supérieure et le fond des trous sont peints au bleu de Prusse (une couche de peinture ordinaire puis une laquée). Le bas de la plaque est peint en « jaune clair, jaune citron par exemple », sur une hauteur de 4 cm et le chiffre y est dessiné en bleu de Prusse laqué sur une hauteur de 3 cm.



Les éléments mobiles sont des « bouchons cylindriques de liège ou de bois ayant le diamètre des trous et 1 cm de hauteur environ. » Ils sont obtenus en sciant des baguettes à rouler de toiles cirées. Les bouchons ont leurs deux sections colorées, l'une jaune d'or, l'autre vermillon ou rouge géranium (« couleurs très visibles et harmonieuses sur le bleu de Prusse »). Soit les sections sont peintes, soit du papier de ces couleurs y est collé.

En 1926²⁸ les « exercices analytiques » avec les plaquettes trouées sont présentés après que les enfants aient appris le « nom des chiffres » : la suite des dix premiers nombres est apprise en « s'amusant à répéter la suite des nombres en touchant synchroniquement chaque trou ou chaque bouchon ». Avec cette méthode l'enfant est censé savoir « dénombrer » les premières quantités. Notons que Suzanne Herbinère-Lebert ne propose pas encore un moyen de manifester clairement que chaque nombre s'obtient en ajoutant 1 à la quantité précédente.

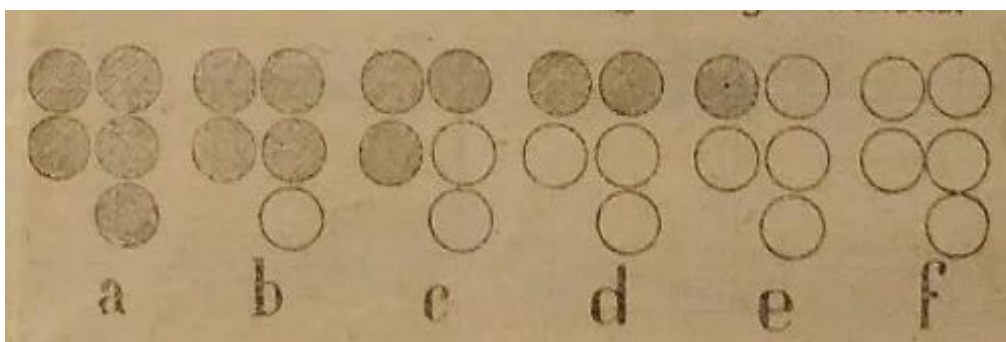
27 Du moins dans les catalogues car il est encore utilisé en 1953 pour la décomposition des premiers nombres dans CHATEAU M., « Vers la précision du calcul », *L'Education enfantine*, février 1953, 47^{ème} année, N°5, p. 21.

28 HERBINIERE-LEBERT Suzanne, « Initiation sensorielle au calcul », *L'Education enfantine*, n°3, 10 novembre 1926, 24^{ème} année, p. 62

L'enfant pourrait simplement ânonner la comptine en rythme. L'autrice précise ailleurs que « les nombres jouent là non pas leur rôle capital, cardinal, mais ordinal ; ils éveillent l'idée d'une succession dans le temps d'un groupement ramassé dans l'espace ; mais l'enfant est préparé à la faire avec un synchronisme parfait [...] »²⁹

Les « exercices analytiques » sont plus aboutis de ce point de vue puisqu'il s'agit ici d'« examiner méthodiquement la formation de la suite des nombres et la composition des quantités. » J'ai éprouvé les deux premiers dans ma classe de maternelle avec beaucoup de fruits.

- La « **numération, formation de la suite des nombres** » se fait avec les dix plaquettes vides (au début seulement les trois ou quatre premières) rangées en ordre de 1 à 10. On prend un bouchon qu'on place sur la plaquette de 1. On le reprend et le place sur la plaquette de 2 ; « on constatera qu'il faut ajouter un bouchon pour faire 2 d'où $1 + 1 = 2$. » On procède de même pour chaque plaquette et on en déduit que « la suite des nombres se forme par l'ajout constant d'une unité ». « On fera l'exercice inverse en partant de 10 ; on constatera qu'il faut retirer une unité à chaque quantité pour obtenir celle qui est immédiatement inférieure [...] »
- L'« **analyse des quantités** » se fait par l'observation de l'aspect des éléments à compter « qu'on fera observer, reproduire par le dessin, écrire et retenir. ». La décomposition des quantités est montrée par les couleurs de chaque section des bouchons (rouge et jaune). A chaque fois que l'enfant retourne un bouchon il découvre une nouvelle décomposition. Par exemple dans l'illustration ci-dessous pour 5.



- « **L'addition concrète** » de $3 + 4$ se fait en remplissant de bouchons les plaquettes de 3 et de 4 et en comptant le nombre total de bouchons puis en contrôlant l'exactitude en posant ces mêmes bouchons sur la plaquette de 7.
- « **La soustraction concrète** » de $10 - 4$ est encore un peu plus lourde à réaliser. L'enfant remplit la plaquette de 10 puis retire 4 bouchons qu'il pose sur la plaquette de 4. Il compte ce qui reste et il le met sur la plaquette de 6 pour vérification.

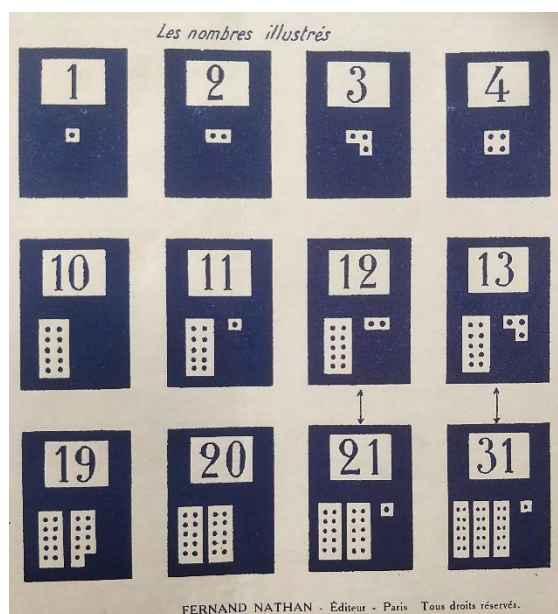
Je note que le comptage 1 à 1 est utilisé largement plutôt qu'un dénombrement direct grâce aux configurations régulièrement formée à partir des précédentes.

De plus l'autrice reconnaît que ce matériel « oblige à de nombreuses manipulations qui vont cesser d'être nécessaires » grâce à un matériel au même aspect mais avec des « éléments en

²⁹ HERBINIÈRE-LEBERT Suzanne, « L'enseignement du calcul aux anormaux par l'initiation sensorielle », *Bulletin du FCH*, n° 8-9, [Foyer central d'hygiène physique, morale et mentale], mai-juin 1929, p. 14.

relief *non mobiles* ». Cette nouvelle présentation, celle des plaquettes que nous connaissons aujourd'hui, est décrite comme « un peu plus abstraite qui, des éléments s'achemine vers l'image. »

Je n'ai pas pu me procurer la description de ces plaquettes avec éléments fixes dans les premiers articles de *L'Education enfantine*³⁰ hormis cet extrait d'une planche présentant les « nombres illustrés » où l'on voit ces plaques découpées suivant le contour des configurations :



Nous en verrons la présentation au Congrès de l'Enfance en 1931.

Comment ce matériel était-il utilisé en classe ? Selon son autrice³¹, pour chaque étape essentielle d'apprentissage il faut un jeu différent. Comme pour monter du rez-de-chaussée au premier étage d'une maison, il faut « un assez grand nombre de marches pour qu'elles soient suffisamment basses pour n'importe qui, l'accès du plan supérieur devient possible à tous cependant que rien n'empêche les vigoureux de monter quatre à quatre. » Par ailleurs Suzanne Herbinière-Lebert croit utile la fabrication d'un matériel très varié pour donner à l'idée plusieurs chemins vers l'esprit de l'enfant. Cette variété est aussi utile pour que l'enfant accepte de répéter sans ennui un exercice suffisamment de fois de manière à non seulement en comprendre le sens mais aussi à le retenir. Le principe d'organisation des apprentissages est en effet que « c'est l'enfant qui choisit son matériel, c'est donc lui qui en détermine le nombre et la durée. »

Selon ce même principe l'autrice note qu'un enfant peut d'ailleurs tout autant refaire jusqu'à plus soif le même exercice sous la même forme et elle prend l'exemple des plaquettes trouées :

30 Supplément au n°5 du 29 décembre 1927 de *L'Education enfantine*.

31 HERBINIERE-LEBERT Suzanne, «Initiation sensorielle», *L'Education enfantine* n°1, octobre 1927, 25^e année, p. 14.

« Nous avons observé dans notre classe des enfants qui durant plus de deux mois ont, chaque jour, refait avec le même entrain un même exercice de calcul qu'ils ne réussissaient pas ; il s'agissait de déplacer des bouchons sur la plaquette trouée de 10, unité par unité : $1 + 1 = 2$; $2 + 1 = 3$; ... $9 + 1 = 10$; et de les retirer : $10 - 1 = 9$; $9 - 1 = 8$; ... $1 - 1 = 0$.

Tous les jours au début de la classe de l'après-midi, les enfants sortaient leurs plaquettes ; il semblait que cela devint un rite indispensable. Ce n'est qu'au bout de plusieurs mois que nous les vîmes abandonner le matériel pour faire sans aide et de mémoire l'exercice au tableau noir.

Cette observation, qui est loin d'être unique, prouve que :

1. Lorsque la difficulté n'est pas trop grande l'enfant aime à lutter pour la vaincre ;
2. Qu'il est susceptible d'apporter dans cette lutte une attention, une persévérance, une ténacité remarquables ;
3. Que la difficulté vaincue il aime à jouir du résultat de ses efforts jusqu'à ce qu'il ait atteint une certaine virtuosité, c'est-à-dire en la circonstance une sûreté rigoureuse. »

L'autrice croit aussi que la variété du matériel permet à l'enfant d'appliquer ses connaissances dans des situations différentes pour en être « tout à fait maître »³². Il dépasse ainsi la forme de l'exercice pour en saisir l'esprit. Cela n'empêche pas la répétition de l'exercice, qui rend le travail plus aisé et « c'est une libération de forces pour d'autres étapes. »

Mais il faut distinguer ce que la pédagogue appelle ailleurs un « matériel de démonstration fondamental unique » et des « jeux d'application variés »³³. Le matériel fondamental ce sont les plaquettes trouées et les plaquettes en relief. « Ce sont à elles que nous revenons quand les jeux d'application n'ont pas été réussis. »

Pour avoir une vision plus complète de l'usage des plaquettes en classe, mentionnons les considérations générales de Suzanne Herbinière-Lebert concernant tout matériel d'enseignement³⁴.

- Chaque matériel a une place bien précise dans la classe pour que les enfants sachent où le prendre et le ranger.
- Si le matériel est individuel il porte la marque de l'enfant.
- Pour l'explication du matériel la pédagogue compte beaucoup sur « l'enseignement mutuel » (entre élèves). Le bruit que cela occasionne est celui de l'activité et pas du désordre.

32 HERBINIERE-LEBERT Suzanne, «Initiation sensorielle», *L'Education enfantine* n°2, 20 octobre 1927, 25^e année

33 HERBINIERE-LEBERT Suzanne, « L'enseignement du calcul aux anormaux par l'initiation sensorielle », *Bulletin du FCH*, n° 8-9, [Foyer central d'hygiène physique, morale et mentale], mai-juin 1929, p. 18.

34 HERBINIERE-LEBERT Suzanne, «Initiation sensorielle», *L'Education enfantine* n°2, 20 octobre 1927, 25^e année

- L'enfant doit prendre soin du matériel et en respecter la finalité ; ce dernier point suppose que l'enfant laisse à d'autres un matériel dont il ne comprend pas l'usage malgré les explications.

Un « matériel d'initiation au calcul par la méthode sensorielle intuitive »

Les plaquettes, sous leurs deux formes, sont les premiers matériels présentées dans la revue. Elles reçoivent l'appellation de « matériel d'initiation au calcul par la méthode sensorielle intuitive ». « Intuitive » et « sensorielle » ? Eclairons ces deux notions.

Qu'entend-on par **une initiation sensorielle au calcul** ?

Dans les catalogues didactiques Nathan des années 1930 le matériel Herbinière-Lebert est aussi rangé dans la catégorie « éducation sensorielle », souvent juste après une présentation du « matériel éducatif et sensoriel de Decroly et Monchamp ».

Le programme de 1881 cité par Herbinière-Lebert prône des jeux éducatifs qui répondent « à la nécessité d'exercer chez l'enfant, l'ouïe, la vue et le toucher par une suite graduée d'expériences propres à faire l'éducation des sens. »³⁵ La pédagogue met en valeur les matériels d'enseignement qui accompagnent les méthodes les plus répandues alors : celles de Fröbel, Decroly et Montessori dont elle souligne l'heureuse et libre adaptation par les institutrices françaises.

Jean Baucomont³⁶, en 1928, nous éclaire sur l'initiation sensorielle en lien avec l'importance d'introduire aux relations entre les quantités³⁷ :

« Initiation à la notion de nombre, de quantité, aux relations de nombres. Depuis quelques années, cette initiation est amorcée d'une façon tout à fait satisfaisante dans les écoles maternelles, dans les jardins d'enfants, partout où les maîtresses s'inspirant des principes froebéliens, des procédés de M^{me} Montessori ou des recherches du D^r Decroly, ont persuadées que c'est par les sens (vue et toucher) que l'enfant acquiert une notion exacte des nombres, de leur valeur et de leurs relations, et que cette notion doit parvenir à l'intelligence par l'intermédiaire des sensations musculaires et tactiles, c'est-à-dire par le maniement des choses. Le matériel utilisable à cet effet est nombreux, qu'on ait recours aux cailloux, billes, marrons, bâtonnets, ou aux appareils plus ingénieux : dés, dominos, lotos, lattes avec jetons, cubes de l'initiateur Camescasse³⁸ (qui ont l'avantage de se prêter à une infinité de

35 HERBINIERE-LEBERT Suzanne, « Le matériel d'enseignement », in Comité d'organisation du congrès, *Compte-rendu du Congrès international de l'enfant Paris – 1931 organisé par l'Association des Institutrices des Écoles maternelles et des Classes Infantines publiques de France et des Colonies à l'occasion du cinquantième de l'École laïque 1881-1931*, 1933. P. 78.

36 Créateur avec Paul Faucher du Bureau français d'éducation (BFE) qui fusionnera en 1934 avec le Groupe français d'éducation nouvelle (GFEN).

37 J. Baucomont, « L'enseignement du calcul par les méthodes actives », *Revue de l'enseignement primaire et primaire supérieur*, n°6 (39^e année), 4 novembre 1928.

38 Matériel recommandé dans la nouvelle version du *Dictionnaire pédagogique*. BOURLET Carlo, « Mathématiques », in BUISSON Ferdinand (dir.), *Nouveau dictionnaire de pédagogie et d'instruction primaire*, 1911.

combinaisons), tables perforées du système Montessori, matériel Herbinière-Lebert, boîtes de calcul, boutonnages, planchettes Vanoy, jeux et tests Decroly, etc. Nous apprécions moins favorablement l'antique boulier compteur, car les recherches de Lay ont montré que les objets sont perçus avec moins d'erreurs s'ils sont groupés symétriquement, que s'ils sont disposés en séries linéaires. Mais, à défaut d'autre matériel et avec des enfants un peu exercés, les bouliers compteurs individuels peuvent rendre d'appréciables services. »

Dans le catalogue du Congrès international de l'enfance de 1931 (voir plus loin) les plaquettes trouées de Suzanne Herbinière-Lebert sont clairement décrites dans cette optique d'« éducation sensorielle »

« Vrais jeux d'attention visuelle et d'adresse motrice (couleurs et encastrement) pour les petits de trois à quatre ans, ces exercices deviennent peu à peu des jeux de calcul pour les enfants de quatre à six ans aptes à recevoir cette initiation. Les éléments à compter, bouchons mobiles aux sections colorées, s'encastrent aisément dans les trous des plaquettes ; groupés dans la main (volume de la poignée) sur la table de toutes les façons possibles, puis sur la plaquette pour prendre la figure d'une figure numérique-type, ils associent la vue, le toucher, le sens musculaire, la notion de poids et même celle de durée, pour donner, à l'idée abstraite de nombre, les supports sensibles qui en éclairent le sens. »

Qu'entend-on par une **méthode intuitive** de calcul ?

L'importance d'introduire aux relations entre les quantités est au cœur de la notion de « calcul intuitif » connue en France par l'article du même nom rédigé par Ferdinand Buisson dans la première édition du *Dictionnaire de pédagogie et d'instruction primaire*³⁹ qui résume les travaux⁴⁰ de l'Allemand August Wilhelm Grube (1816-1884) adoptés dans plusieurs pays dont la Suisse et la Belgique auxquels nous devons ce nom d'« intuitif » (Grube parlait lui de « méthode heuristique⁴¹ »).

« Cette méthode consiste à faire faire aux enfants, d'eux-mêmes et par intuition, les opérations essentielles du calcul élémentaire ; elle a pour but de leur faire connaître les nombres : connaître un objet, ce n'est pas seulement savoir son nom, c'est l'avoir vu sous toutes ses formes, dans tous ses états, dans ses diverses relations avec les autres objets ; c'est pouvoir le comparer avec d'autres, le suivre dans ses transformations, le saisir et le mesurer, le composer et le décomposer à volonté. »

39 BUISSON Ferdinand, « Calcul intuitif » in BUISSON Ferdinand (dir.), *Dictionnaire de pédagogie et d'instruction primaire*, Première partie, tome 1, pp 316-317, 1887.

40 Grube publia en 1842 la première édition de son *Leitfaden für das Rechnen in der Elementarschule nach den Grundsätzen einer heuristischen Methode* (Guide pour le calcul dans les classes élémentaires, d'après les principes d'une méthode heuristique.)

41 « Qui consiste à faire découvrir par l'élève ce qu'on veut lui enseigner » (TLFi, CNRTL. <https://www.cnrtl.fr/>)

De nos jours Rémi Brissiaud⁴² a souvent cité cet extrait « pour souligner la modernité d'une telle approche d'un point de vue épistémologique et pour condamner l'erreur que commettent ceux qui définissent le nombre comme un moyen de garder la mémoire d'une quantité et d'un rang [...]. Avec Ferdinand Buisson, en effet, il faut considérer que le nombre est beaucoup plus que cela, parce qu'il est un moyen de comparer les quantités et, donc, d'accéder à leurs différences et à leurs rapports. »

Brissiaud relève un élément important de la méthode Grube « que Ferdinand Buisson ne rapporte pas de façon détaillée : le fait que, pour chaque nombre, elle fait usage de configurations qui jouent un rôle fondamental pour l'enfant comme pour l'enseignant parce qu'elles donnent du sens à ce que Grube appelle « mesurer les nombres avec ceux qu'il connaît déjà ». Les configurations correspondant au nombre 7 sont reproduites ci-dessous. » (Je ne reproduis pas l'illustration de Brissiaud mais l'originale de Grube⁴³, ci-dessus).

Siebente Stufe.
Die Sieben.

I. a.

1	1	1	1	1	1	1	1	7
1	1	1	1	1	1	1	1	
1	1	1	1	1	1	1	1	
1	1	1	1	1	1	1	1	
1	1	1	1	1	1	1	1	
1	1	1	1	1	1	1	1	
1	1	1	1	1	1	1	1	
2	2	2	2	2	2	2	2	
2	2	2	2	2	2	2	2	
2	2	2	2	2	2	2	2	
2	2	2	2	2	2	2	2	
3	3	3	3	3	3	3	3	
3	3	3	3	3	3	3	3	
3	3	3	3	3	3	3	3	
4	4	4	4	4	4	4	4	
4	4	4	4	4	4	4	4	
4	4	4	4	4	4	4	4	
5	5	5	5	5	5	5	5	
5	5	5	5	5	5	5	5	
5	5	5	5	5	5	5	5	
6	6	6	6	6	6	6	6	
6	6	6	6	6	6	6	6	
6	6	6	6	6	6	6	6	

$1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 7.$
 $7 \times 1 = 7.$
 $7 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 = 1.$
 $1 : 7 = 7.$

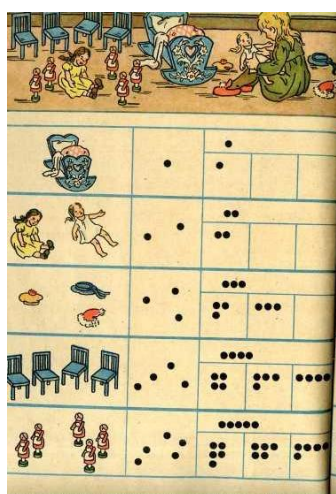
$2 + 2 + 2 + 1 = 7.$
 $3 \times 2 + 1 = 7.$
 $7 - 2 - 2 - 2 = 1.$
 $2 : 7 = 3 (1).$

$3 + 3 + 1 = 7.$
 $2 \times 3 + 1 = 7.$
 $7 - 3 - 3 = 1.$
 $3 : 7 = 2 (1).$

$4 + 3 = 7, 3 + 4 = 7.$
 $1 \times 4 + 3 = 7.$
 $7 - 4 = 3, 7 - 3 = 4.$
 $4 : 7 = 1 (3).$

$5 + 2 = 7, 2 + 5 = 7.$
 $1 \times 5 + 2 = 7.$
 $7 - 5 = 2.$
 $5 : 7 = 1 (2).$

$6 + 1 = 7, 1 + 6 = 7.$
 $1 \times 6 + 1 = 7.$
 $7 - 6 = 1.$
 $6 : 7 = 1 (1).$



En suivant cette leçon Ferdinand Buisson choisit, d'après Brissiaud, « de faire rentrer directement les enfants dans le nombre, c'est-à-dire dans le calcul de la différence et/ou du rapport des quantités »⁴⁴.

De la postérité de Grube témoigne encore la page de ce manuel⁴⁵ allemand édité en 1941 (ci-contre).

En Allemagne toujours, nous verrons que Wilhelm Henck saura aussi se souvenir d'une telle méthode d'initiation aux nombres, avec ses tableaux illustrés cette fois uniquement par les configurations de type Herbinière-Lebert.

42 BRISSIAUD Rémi, « Le rapport Villani-Torossian : Analyse de ses choix didactiques », *Le Café Pédagogique* (en ligne), 21 mars 2018. Consulté le 31/03/21. URL :

<http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2018/03/21032018Article636572139605784486.aspx>

43 GRUBE August Wilhelm, *Leitfaden für das Rechnen in der Elementarschule nach den Grundsätzen einer heuristische Methode*, Berlin: Theod. Chr. Fr. Enslin, 1881 (première édition : 1842).

44 La question de Remi Brissiaud est : « les fait-on rentrer directement dans les deux sortes de comparaisons, additives et multiplicatives, ou bien d'abord dans les comparaisons additives puis les comparaisons multiplicatives ? ». Brissiaud soutient la deuxième option et Michel Delord, le principal théoricien du GRIP, qui influence le rapport Torrosian-Villani (2018), soutient la première dès le CP.

45 *Rechenbuch für Volksschulen Berlin. Heft 1 - 1. Schuljahr. Rechen-Fibel*, Verlag: Leipzig - Bielefeld Ferdinand Hirt und Sohn - Velhagen & Klasing, 1941

Il est possible que Suzanne Herbinière-Lebert, bien que ne mentionnant ni Grube ni Buisson, ait eu une connaissance au moins indirecte de ce « calcul intuitif ». Mais l'autorité dont elle se réclame explicitement à maintes reprises est plutôt celle d'**Ovide Decroly** (1871-1932) avec lequel elle souhaite développer les activités d'analyse puis de synthèse des enfants en les détachant progressivement de « l'activité globale » qui les rend incapables de distinguer les détails des choses perçues et donc de percevoir les unités qui composent une quantité. « L'impression du nombre, d'où se dégagerait-elle, noyée qu'elle est parmi les données sensorielles simples ? Avant de devenir pour l'esprit l'expression d'un simple rapport, c'est-à-dire quelque chose d'abstrait, elle doit recevoir, pour être accessible, des supports sensibles : objets à manier, dessins à faire et à voir, gestes rythmés en comptant, etc. » Mais le nombre peine à se dégager des données sensorielles. « Pour compter il faut percevoir les éléments ou unités qui composent un groupement, c'est-à-dire en faire l'analyse avec l'œil ou le toucher ». Pour Herbinière-Lebert c'est impossible avant l'âge de 4 ou 5 ans.

Pour cultiver la faculté d'analyse dans les toutes premières années elle propose (manifestement avant d'utiliser les plaquettes), des « premiers jeux d'initiation au calcul » qui « tendent à donner **intuitivement** la notion du nombre qui demeure l'invariant parmi les données sensorielles accessoires et changeantes, et invitent à une analyse de plus en plus précise des unités qui constituent les quantités. »⁴⁶ Il s'agit de jeux d'images cartonnées autour des notions de présence et absence, de plus et moins et d'identité (que je ne décrirai pas ici⁴⁷) et qui « d'allure ordinale, fixent solidement la suite des nombres et préparent l'étude du nombre cardinal »⁴⁸ qui se fera avec les « planchettes trouées » et les « plaquettes A et B » (plaquettes trouées et plaquettes en relief).

L'intuition apparaît ici comme cette faculté qui partant des sens (et de la perception globale) achemine vers l'analyse des éléments qui constituent le réel.

Les dix premières quantités sont aussi d'abord présentées « globalement » avec « les plaquettes trouées qui préparent **intuitivement** à l'analyse. » :

- *Globalement* c'est-à-dire par l'ensemble des perceptions sensorielles : les éléments à compter se détachent visuellement par la couleur, tactilement par le relief, sous différentes formes car ils sont mobiles (position des trous, longueur, cercle, carré...), en volume dans le creux de la main, associés à une perception musculaire par leur déplacement et à une notion de durée par la différence de temps nécessaire au déplacement de plus ou moins d'unités.
- *Globalement* aussi – et c'est ici que l'autrice rejoint Grube en quelque sorte plus que Decroly lui-même – par la « connaissance globale des quantités » du fait de la disposition des unités en un tout organisé. Herbinière-Lebert se réclame de Montessori qui a matérialisé chaque quantité « sous la forme d'un tout » avec ses barres et ses chaînes de perles. Les unités y étaient présentées alignées. Herbinière-Lebert choisit

46 HERBINIERE-LEBERT Suzanne, « Initiation sensorielle au calcul », *L'Éducation enfantine*, 20 décembre 1928, 26^{ème} année, n°5.

47 En plus des articles de 1928 on en trouve une synthèse, articulée à l'usage des plaquettes dans GARCIN F., « Cours Pauline Kergomard. Initiation sensorielle au calcul. Conférence Herbinière-Lebert », *L'Éducation Enfantine*, n°5, 20 décembre 1933, et n°6, 10 janvier 1934.

48 GARCIN F., « Cours Pauline Kergomard. Initiation sensorielle au calcul. Conférence Herbinière-Lebert », *L'Éducation Enfantine*, n°5, 10 janvier 1934.

plutôt d'associer la quantité « à la forme, à un plan, qui nous paraissent plus concrets encore » car donnant une « physionomie » à chaque quantité qui permet plus facilement les comparaisons entre quantités et sert de « témoin » aux combinaisons possibles des unités mobiles. Cette physionomie prépare aussi à l'analyse en se présentant sur deux lignes : elle souligne le caractère pair ou impair de la quantité ; elle permet de composer 3 avec 1 + 2, 4 avec 2 + 2, 5 avec 3 + 2 ; et elle « réduit à 5 le maximum d'éléments conjoints que l'œil doit analyser », cinq étant « la quantité limite aisément reconnaissable globalement », si bien que 10 peut être présenté comme 5 + 5.

On peut s'étonner qu'Herbinière insiste ici sur la disposition en ligne plutôt que sur celle qu'elle utilise en pratique dans les exercices d'analyse des quantités (configurations comme celles des plaquettes à éléments fixes, qui présentent plus nettement une « physionomie » par leur organisation de points dans l'espace). Par ailleurs dès son époque c'est souvent 4 voire 3 qui était présenté comme la quantité limite perceptible d'un coup d'œil, spécialement en ligne.

Les étapes du matériel didactique⁴⁹

Suzanne Herbinière-Lebert conçoit plusieurs étapes sur le chemin d'une connaissance, du concret vers l'abstrait : l'étape des choses, celle des images et celle des signes.

Le matériel qu'elle nomme « du premier degré » correspond à l'étape des choses : « Les choses avec leurs qualités de forme, de couleur, de relief, de mobilité, accrochent l'attention et, par les diverses portes des sens, ouvrent la voix aux idées. »

Le matériel du deuxième degré correspond à l'étape des images, « première étape dans la voie de l'abstraction ». « L'image doit succéder aux choses, non les remplacer » car « il y a entre l'abstrait et le concret un pas trop grand. ». Les images sont...

« encore concrètes, puisqu'elles s'adressent aux sens si important de la vue avec abstraction des perceptions fournies par les autres sens, elles offrent l'avantage de ramasser dans un petit espace et de présenter simultanément, en économisant le temps pris par les manipulations, des données qui ne peuvent être fournies par les objets que successivement ou qui nécessiteraient, pour se présenter simultanément, un grand déploiement de matériel.

Ainsi, des éléments à compter se combinent de plusieurs façons possible pour une même quantité : 6 + 1, 5 + 2, 4 + 3... il faut ou détruire une combinaison pour en trouver une autre, ou avoir un grand nombre d'éléments pour réaliser devant soi toutes les combinaisons possibles (unités mobiles), ou dépenser du temps et de l'attention pour réaliser ces combinaisons avec des quantités préformées à éléments fixes (type : plaquettes en relief). »

49 HERBINIERE-LEBERT Suzanne, « Initiation sensorielle au calcul », *L'Education enfantine* n°6, 10 janvier 1928, 25^e année

Les « cubes coloriés » et les « cartes des quantités »⁵⁰

Je mentionne ici ces autres matériels car ils utilisent les mêmes configurations que celles des plaquettes. Ils illustrent bien le passage du matériel du premier degré à celui du deuxième degré : « Au matériel de cubes nous joignons les cartes des quantités [...] Ainsi sont rendues possibles les comparaisons entre les quantités et les différentes formes qu'elles peuvent affecter sans l'encombrement d'un trop grand nombre d'objets. »

Les cubes utilisés par Suzanne Herbinière-Lebert sont des « cubes Fröbel⁵¹ ordinaires » qu'elle propose de teindre soit en bleu soit en rouge (ou bien, par économie, 3 faces de chaque cube en bleu et les 3 autres en rouge).

Les cartes sont en carton blanc ou quadrillé d'environ 16 cm sur 10 cm.

La première série de 10 cartes figure les nombres 1 à 10 en disposant des gommettes carrées rouges de 1 cm de côté en deux colonnes. Une marge supérieure comporte le chiffre de la quantité étudiée. Dans la marge inférieure est écrit : 0+1, 0+2, 0+3, etc.

Dans la deuxième série avec les nombres de 10 à 20, la construction de la deuxième dizaine est faite avec des carrés bleus qui figurent les unités. Les cartes comportent une seule marge, inférieure, comportant le chiffre de la dizaine sous la dizaine et celui des unités sous les unités.

La troisième série avec les nombres de 20 à 30 fonctionne de même avec cette fois-ci la troisième dizaine en formation figurée par des carrés bleus.

La quatrième série permet l'analyse des quantités 1 à 10. Elle compte quarante-cinq cartes qui représentent toutes les décompositions additives à deux termes des dix premiers nombres, au moyen de carrés de deux couleurs. En bas de chaque carte figure la décomposition illustrée par les couleurs des carrés : 1 + 3 ; 2 + 2 ; 3 + 1 ; 0 + 4.

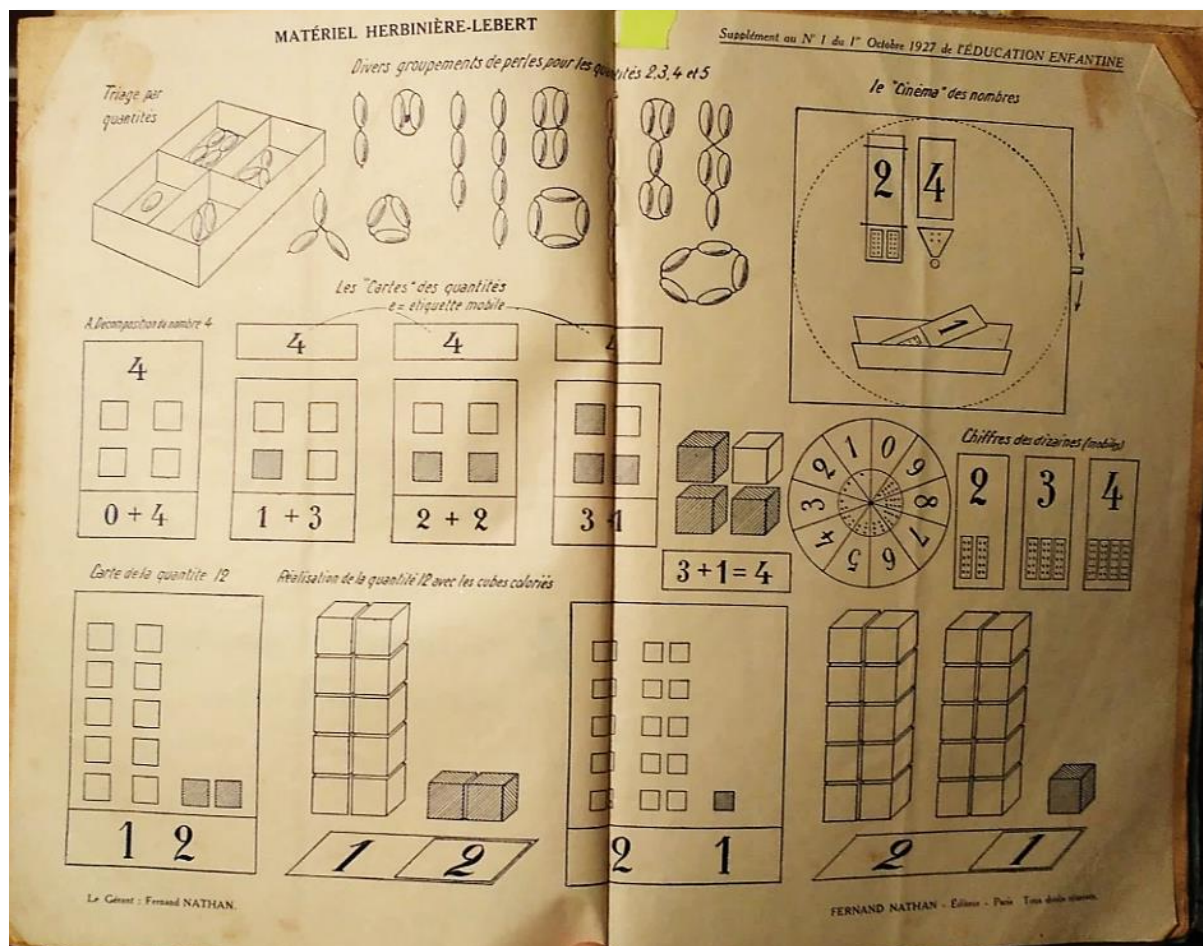
Des étiquettes mobiles complètent le dispositif, qui comportent les écritures chiffrées des cinq premières dizaines et les écritures chiffrées des neuf unités qui peuvent recouvrir le 0 du carton-dizaine (comme avec les tables d'Edouard Seguin popularisées par Maria Montessori)

En voici l'illustration⁵² :

50 HERBINIERE-LEBERT Suzanne, «Initiation sensorielle au calcul », *L'Education enfantine* n°4, 1^{er} décembre 1927, 25^e année. Et «Initiation sensorielle au calcul », *L'Education enfantine* n°5, 20 décembre 1927, 25^e année.

51 Du nom du grand pédagogue allemand Friedrich Fröbel (1782–1852), initiateur des jardins d'enfants, qui propagea l'usage d'activités à partir de solides géométriques (sphères, cubes, cylindres...).

52 *L'Education enfantine*, Supplément au numéro 1 du 1^{er} octobre 1927.



Les « cartes des quantités » reproduisent les « combinaisons réalisées avec les cubes » alors même que ces dernières ont été détruites par l'enfant pour réaliser de nouvelles combinaisons. « Elles sont une sorte d'aide-mémoire qui restitue le souvenir des expériences faites avec les objets. » C'est là une approche intéressante du nombre qui va au-delà de la mémoire des quantités pour s'intéresser à la mémoire des *opérations sur les quantités* et donc à la mise à la formalisation des *rapports faits entre les quantités*.

La pédagogue propose plusieurs types d'exercices d'une abstraction croissante à partir de ce matériel qui acheminent vers « la figuration abstraite des quantités par le signe ou chiffre. »

Exercices sensoriels : attention visuelle

Il s'agit de reproduire avec des cubes les cartes figurant 1 à 10 carrés. L'enfant pose un cube sur chaque carré puis à côté de la carte et pose ensuite le même chiffre que celui de la carte. Enfin il reproduit au crayon rouge sur papier quadrillé l'agencement des carrés. Il pourra aussi faire l'exercice de mémoire après avoir retourné la carte.

Après quoi l'enfant classe des cartes par ordre de valeur. On lui présente d'abord des quantités ayant trois unités de différence (1, 4, 7, 10) puis deux unités de différence, puis une seule. Ensuite l'exercice inverse : l'enfant dispose les dix cartes dans l'ordre de la « bande des dix premiers nombres » en s'appuyant sur les chiffres puis dispose les cubes sur les carrés ou au-dessous.

Même s'il ne s'agit « pas encore du calcul », c'est là une première approche des quantités car en l'enfant s'éveille « l'idée de grandeurs qui augmentent ; ici l'enfant comptera : 1, 2, en voilà 2, - puis 1, 2, 3, en voilà 3, etc. ». L'enfant ne se contente pas ici d'une « numération ordinale, 2 étant le nom du deuxième objet, 3 du troisième, etc. »

« Analyse des dix premiers nombres »

L'enfant utilise les cartes correspondant à la quantité étudiée, qui présentent chaque décomposition par des carrés rouges et bleus et par une écriture du type $x + y$. L'enfant dispose des cubes rouges et bleus sur les cartes, ajoute un carton avec l'écriture chiffrée de la quantité et un autre avec l'écriture du type $x + y$. L'enfant peut aussi disposer les cubes sous les cartes et de mémoire en retournant la carte.

« Numération. Nombres de deux chiffres »

Sous les cartes 10 à 20 l'enfant place deux colonnes de 5 cubes rouges et autant que nécessaire de cubes bleus pour la deuxième dizaine en formation. Le carton-dizaine 10 est placé avec le chiffre des dizaines sous les colonnes bleues. A chaque cube bleu supplémentaire on pose le chiffre des unités sur le 0. A 20 on change le carton-dizaine. Au bout d'un moment l'enfant peut se passer des cubes.

« Ecriture de nombres » et « formation des quantités correspondant à des nombres donnés »

La maîtresse dispose des cubes groupés par dizaines et les enfants écrivent la quantité correspondante sans compter les cubes un à un. Ils comptent aisément par dizaines et reconnaissent « très vite à sa forme et à sa hauteur autant qu'en le comptant le groupement des unités. » On peut faire l'exercice inverse, les enfants assemblant les cubes en fonction de l'écriture du nombre.

Addition et soustraction

Pour $12 + 15$ l'enfant construit les tours de 12 et de 15 cubes puis il met ensemble les cubes des unités et ensemble les cubes des dizaines : 7 unités et 2 dizaines, soit 27. Pour $27 - 12$ l'enfant assemble 27 cubes puis retire 2 unités de 7 et 1 dizaine de 2 dizaines.

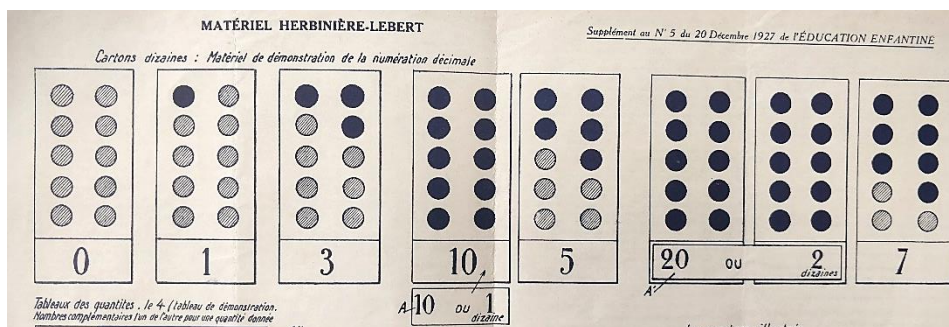
L'addition avec retenue de $18 + 15$ se fait en constatant que $8 + 5 = 1$ dizaine et 3 unités. « Il y a donc formation d'une dizaine supplémentaire à "retenir" ». L'enfant passe deux cubes sur les colonnes de huit cubes (4 dans chaque colonne) pour former la dizaine.

La soustraction avec retenue de $24 - 6$ se fait en constatant qu'il est impossible de retirer 6 unités à 4 et qu'il faut donc « emprunter à la dizaine voisine ».

L'enfant pourra plus tard faire ce travail sur quadrillage.

Les « tableaux-dizaines. Matériel de démonstration de la numération décimale. »⁵³

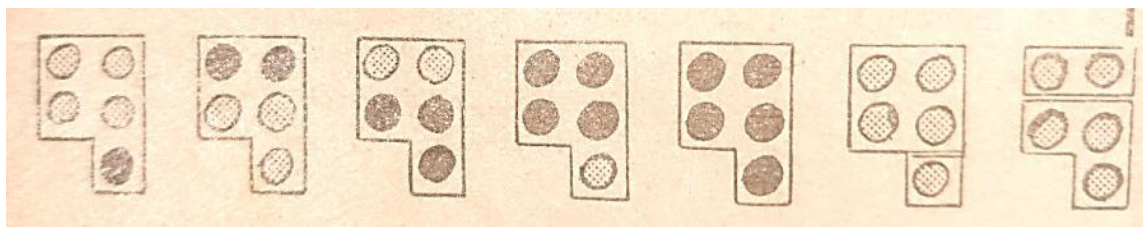
Voici un matériel entièrement du deuxième degré, celui des images, qui peut servir de « matériel de démonstration » pour les plaquettes. Ce sont quinze tableaux de 34 cm sur 12 suspendus autour de la classe. Un pour le 0, neuf pour les unités de 1 à 9, cinq pour les dizaines. Ils comportent deux colonnes de cinq disques hachurés de gris destinés à accueillir des disques de papier coloré, qui sont disposés comme sur les plaquettes, c'est-à-dire en commençant en haut à gauche et en ajoutant l'unité suivante à droite avant de descendre à la rangée suivante. L'écriture chiffrée de la quantité est placée en bas des tableaux. Chaque tableau présente donc « la quantité elle-même et ce qui lui manque pour faire dix » (en grisaille).



« Plaquettes-images » et « tableaux des quantités » pour découvrir les « nombres complémentaires »

Pour préparer à l'addition, la pédagogue présente deux matériels du deuxième degré (images) qui prennent la suite du travail avec les plaquettes avec éléments fixes. Il s'agit de retenir pour chaque quantité ses différentes décompositions additives à deux termes.

Les plaquettes-images (photo ci-dessous) sont des cartons découpés comme les plaquettes en relief avec éléments fixes. Sur les disques hachurés à l'encre représentant la quantité étudiée sont collés des disques de papier en couleur et le tout est verni. Par exemple pour 5 (voir dessin ci-dessous) « les quantités déjà étudiées avant 5, soit 1, 2, 3 et 4, sont comparées dans chaque plaquette à la quantité 5, ce qui nous paraît propre à donner à l'enfant l'idée de l'ordre, de la méthode dans la recherche, recherche faite par lui au hasard avec les plaquettes. »

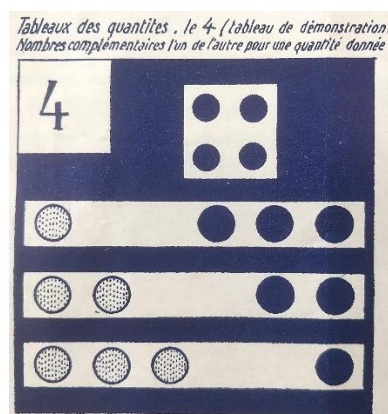
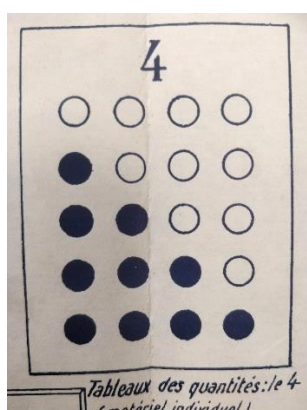


Les exercices consistent à : classer les cartons d'une série (ou plusieurs) selon leur nombre de disques de couleur ; à écrire l'un au-dessous de l'autre les nombres complémentaires puis à indiquer leur total ; à retourner les cartons disposés dans l'ordre du nombre de disques de couleur puis à retrouver le nombre complémentaire (on vérifie en retournant les cartes).

53 HERBINIERE-LEBERT Suzanne, «Initiation sensorielle au calcul », *L'Éducation enfantine* n°6, 10 janvier 1928, 25^e année. Et «Initiation sensorielle au calcul », *L'Éducation enfantine* n°7, 1^{er} février 1928, 25^e année.

Les *tableaux des quantités*⁵⁴ de 1 à 10 sont d'une part des cartons percés de 6 lignes de 10 trous dans lesquels sont fichés des cylindres qu'on peut retourner pour changer la couleur de leur section. Les nombres de 1 à 6 sont ici représentés par des unités alignées (et pas comme sur les plaquettes). Chaque nombre est étudié en retournant successivement un bouchon.

D'autres tableaux, entièrement imagés et accrochés dans la classe, présentent pour chaque nombre le « chiffre [en haut à gauche], le dessin de la plaquette [en relief] de quantité correspondante [Au milieu et en haut] et la série des quantités complémentaires » grâce à des disques de couleur figurant les bouchons des plaquettes ou de la planchette trouée. Chaque combinaison est entourée d'un rectangle.



54 Illustrations ci-dessous extraites de : Supplément au n°5 du 29 décembre 1927 de *L'Education enfantine*.

Le Congrès international de l'enfance en 1931

Une présentation synthétique du matériel d'initiation au calcul Herbinère-Lebert est diffusée par la publication⁵⁵ en 1933 des travaux du premier Congrès international de l'enfance dont Suzanne Herbinère-Lebert fut la présidente du comité d'organisation en 1931, alors qu'elle était directrice d'école maternelle à Paris^{56,57}.

L'Association des Institutrices des Écoles maternelles et des Classes Infantines de France et des Colonies formula en 1928 le vœu d'organiser un congrès qui prenne la suite des congrès internationaux d'éducation ou d'hygiène de l'enfant qui se sont tenus à l'étranger (Genève, Elsenauer, etc.) « et dans lesquels [...] notre pays n'a pas occupé le rang que lui méritent à la fois son long passé pédagogique et l'intense effort de rénovation qui a marqué notre enseignement maternel durant ces dix ou quinze dernières années. »⁵⁸ Il fallait « donner la preuve, non seulement de la valeur de nos écoles, mais de leur existence même. » En mars 1930 les inspectrices générales sont rassemblées pour une « réunion de propagande » avec les institutrices et inspectrices du département de la Seine et Mme Evard, inspectrice générale, présente l'intérêt pour les institutrices que soit par-là reconnue leur « valeur professionnelle » qui ne consiste pas à faire « garderie » et à « moucher » les enfants : « nous avons la prétention de faire de l'éducation ». Elle s'étonne que même le Bureau international de l'enfance, à Genève, dans son guide sur les écoles de tous les pays, n'évoque pour la France que les jardins d'enfants, qui « sont une vingtaine, mais vous n'y trouverez pas un mot sur nos écoles maternelles. Nous en avons pourtant 3115 auxquelles s'ajoutent 3218 classes enfantines » (hors Algérie). Alice Coirault, inspectrice générale des écoles maternelles, quand elle clôtura le congrès, souligna aussi « les sentiments de fierté que la solidarité me fait éprouver à la réussite de ce congrès qui est pour une grande part une œuvre de femmes. »⁵⁹

A cette œuvre Suzanne Herbinère-Lebert⁶⁰ contribua au premier plan : « Tous les renseignements matériels concernant le Congrès doivent être demandés à la secrétaire générale [...] Pour tout le reste, s'adresser à la vice-présidente déléguée à l'organisation du congrès : Mme Herbinère-Lebert [...] »⁶¹ Le plan de travail du congrès a été divisé en 5 sections et celui concernant l'« installation matérielle » dont celui du « matériel d'enseignement » échoit à Herbinère-Lebert. Elle sut tirer parti de cette position pour mettre en valeur son propre matériel. Présidente du Comité d'organisation du Congrès Herbinère-Lebert eut aussi la main sur le compte-rendu publié en 1933. Dans le plus bref compte-rendu du congrès par la revue

55 Comité d'organisation du congrès, *Compte-rendu du Congrès international de l'enfant Paris – 1931 organisé par l'Association des Institutrices des Écoles maternelles et des Classes Infantines publiques de France et des Colonies à l'occasion du cinquantième de l'École laïque 1881-1931*, 1933.

56 *Journal des instituteurs et institutrices*, n°2, 3 octobre 1931.

57 12 rue des Grands-Champs, Paris XX°. Cf. *Journal des instituteurs et institutrices*, n°36, 30 mai 1931.

58 HERBINIERE-LEBERT Suzanne, « Congrès international de l'enfance – Paris 1931 », *L'Éducation enfantine*, n°11, 27^e année, 20 avril 1930.

59 GARCIN F., « Le Congrès international de l'Enfance à Paris, 1931 », *L'Éducation enfantine*, n° 16, 28^e année, 1^{er} septembre 1931.

60 Photo issue de : GARCIN F., « Le Congrès international de l'Enfance à Paris, 1931 » (*supra*).

61 « Organisation et programme du Congrès international de l'Enfance », *L'Éducation enfantine*, n° 12, 27^e année, 10 mai 1930.

L'Education enfantine éditée par Nathan en 1931⁶², une large place est aussi faite à la présidente concernant les expositions du département de la Seine et l'on ne ménage pas les louanges :



« Mais là où cette part graduelle de l'intelligence [dans nos occupations maternelles] est plus sensible qu'ailleurs, c'est dans l'exposition du *matériel de calcul de Mme Herbinière-Lebert*. » Celui-ci « occupe d'ailleurs une place spéciale dans le stand de la maison Nathan à l'exposition commerciale. » Fernand Nathan avait organisé cette exposition commerciale au nom du Syndicat des éditeurs parisiens et il fut ainsi le seul éditeur à siéger à la tribune d'honneur lors de l'ouverture du congrès. Nathan éditait alors notamment le matériel Decroly et il était le « seul concessionnaire » du matériel Montessori qui fut présenté « au complet ». Les éditions Fernand Nathan promouvaient déjà le matériel Herbinière-Lebert au travers des articles de cette dernière dans *L'Education enfantine* et par l'édition de ses dominos et de ses *Exercices graphiques d'attention*. Le congrès servit aussi à lancer l'édition des plaquettes Herbinière-Lebert.

Le congrès fut un succès. Il reçut le parrainage de toutes les autorités du pays. Les délégués de 22 pays participèrent aux travaux présentés à plus de 3000 congressistes. Parmi les conférencières et conférenciers se trouvaient Albert Châtelet, Ovide Decroly, Alice Descœudres, Adolphe Ferrière... et Suzanne Herbinière-Lebert. Jean Piaget avait prévu de venir mais dut y renoncer.

Venons-en à la présentation du matériel qui nous intéresse ici.

Le compte-rendu du congrès date de 1923 la première utilisation du matériel de Suzanne Herbinière-Lebert dans une classe.

La planche 3 reproduit le panneau d'exposition du congrès présentant huit exemples du matériel Herbinière-Lebert dont je reproduis la description en annexe. Je me concentre ici sur les plaquettes décrites de la manière suivante :

a) Plaquettes trouées avec éléments mobiles :

Vrais jeux d'attention visuelle et d'adresse motrice (couleurs et encastremets) pour les petits de trois à quatre ans, ces exercices deviennent peu à peu des jeux de calcul pour les enfants de quatre à six ans aptes à recevoir cette initiation. Les éléments à compter, bouchons mobiles aux sections colorées, s'encastrent aisément dans les trous des plaquettes ; groupés dans la main (volume de la poignée), sur la table de toutes les façons possibles⁶³, puis sur la plaquette pour prendre la figure d'une figure

62 GARCIN F., « Le Congrès international de l'Enfance à Paris, 1931 », *L'Education enfantine*, n° 16, 28^e année, 1^{er} septembre 1931.

63 « Les dispositions adoptées pour la présentation des éléments permettent la reconnaissance globale des quantités qui constituent une sorte de figure numérique. Les éléments étant mobiles l'enfant peut avoir connaissance de leur valeur en volume s'il les tient dans le creux de la main, en hauteur s'il les superpose en colonne, en longueur s'il les dispose en ligne à sa fantaisie. Il a la faculté de constituer tous les groupements que son imagination conçoit, tandis que les trous des plaquettes d'où ils ont été tirés maintiennent la figure

numérique-type, ils associent la vue, le toucher, le sens musculaire, la notion de poids et même celle de durée, pour donner, à l'idée abstraite de nombre, les supports sensibles qui en éclairent le sens.

Le chiffre en creux, toujours associé à l'image de la quantité qui lui correspond (et que maintiennent les trous au fond clair lorsque les bouchons sont enlevés), sert pour l'apprentissage de l'écriture des nombres.

Le chiffre découpé, mobile, peut être décalqué et son dessin colorié ; mis en place dans sa figuration en creux, il s'y trouve en relief.

b) Plaquettes en relief avec éléments fixes :

Moins concrètes que les plaquettes trouées car les éléments à compter, quoique en relief, ne sont pas mobiles, elles en maintiennent les figures numériques-types sans toutefois leur associer le chiffre correspondant.

Elles présentent l'image de la quantité sous l'aspect d'un tout, d'une somme dont la forme particulière, résultant de la disposition spéciale des éléments à compter, souligne le caractère de pair et d'impair, facilite la reconnaissance globale et déjà prépare à son analyse.

Elles donnent lieu à de nombreux exercices : numération par unités et par dizaines ; combinaisons variées d'un même nombre, écriture des nombres de deux chiffres avec connaissance de la valeur relative de ces deux chiffres ; opérations sur les cent premiers nombres ; solutions de petits problèmes d'ordre pratique, etc.

Les principes du matériel sont les suivants :

- **Mise en parallèle⁶⁴ des « exercices de calcul et de lecture analytique »**, le calcul empruntant à la lecture cette voie. Il s'agit de conduire « l'enfant, comme le savant d'ailleurs, par l'analyse d'abord, la synthèse ensuite, de la perception globale initiale à la connaissance précise, totale ». « Exercices analytiques : l'enfant observe, compare, reconnaît les éléments obtenus : syllabes, groupements de dizaines, groupements d'unités. Il décompose des mots-types, des nombres-types. [...] Exercices synthétiques : ils viennent naturellement compléter les exercices d'analyse précédents. L'enfant compose des mots nouveaux, des nombres nouveaux » avec des morceaux d'autres mots ou d'autres nombres.
- un « matériel didactique fondamental présentant les quantités sous l'aspect d'une figure numérique-type, toujours claire » ;
- des « jeux d'application présentant les notions étudiées sous des formes différentes » pour « révéler à l'enfant l'identité d'une notion arithmétique sous les aspects variés qu'elle peut revêtir » et « permettre la répétition, sans ennui, des mêmes exercices » afin d'acquérir des « automatismes ».
- La progression se fait du **concret vers l'abstrait**, du « matériel d'objet » au « matériel d'images », en partant de « la perception globale, forme primitive de la connaissance,

numérique de la quantité étudiée. » (GARCIN F., « Les expositions du Congrès international de l'Enfance », *L'Education enfantine*, n° 16, 28^e année, 1^{er} septembre 1931.)

64 M. Deroin et S. Clavel (institutrices d'écoles maternelles à Paris), « Les exercices de calcul et de lecture analytique », in Comité d'organisation du congrès, *Compte-rendu du Congrès international de l'enfant Paris – 1931 organisé par l'Association des Institutrices des Écoles maternelles et des Classes Infantines publiques de France et des Colonies à l'occasion du cinquantenaire de l'Ecole laïque 1881-1931*, 1933. P. 158-159.

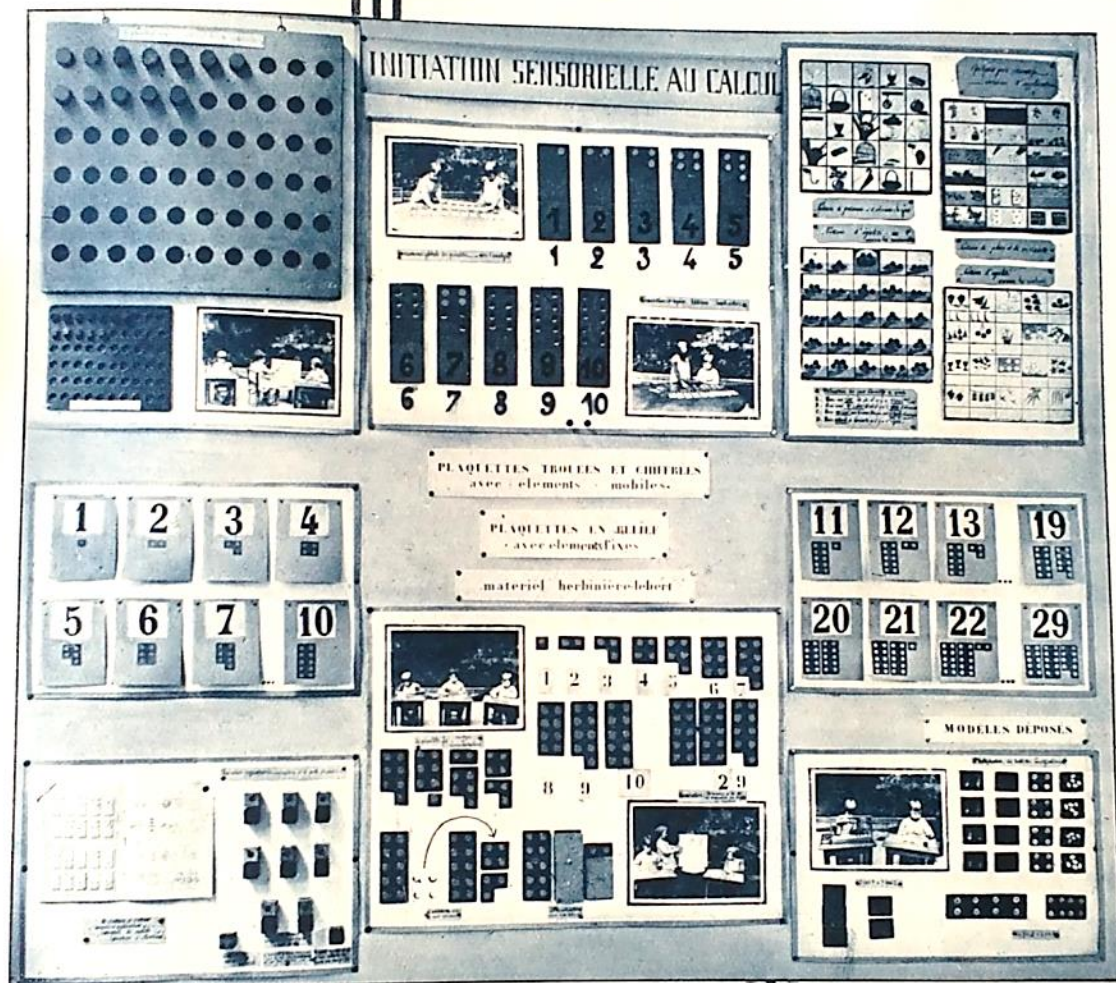
pour aller, pas à pas, vers l'abstraction qui est le but ». « S'il est indispensable d'enrichir la notion de quantité de données sensorielles variées mais imprécises comme celles de volumes, de poids, de longueur ou d'étendue, il ne faut pas oublier que le but, est d'acquérir la connaissance économique du nombre qui les résume toutes en s'en dégageant et devient impersonnelle et abstraite. Il va donc de soi qu'il ne faut pas prolonger l'emploi du matériel qui n'est qu'un moyen, mais le laisser comme un outil à la disposition de l'enfant, outil dont il peut apprendre le maniement par l'observation de camarades qui l'auront utilisé avant lui. L'éducation mutuelle retrouve ainsi sa place à côté du matériel auto-correcteur. »

- Le travail se veut « intuitif » et « **autocorrecteur** » pour que l'enfant recoure « à l'expérience pour le contrôle de son travail et non à l'approbation d'une puissance subjective comme celle du maître ».

Planche 3

XX

CALCUL



Un matériel d'initiation sensorielle au calcul, longuement expérimenté, pour les enfants de 4 à 7 ans.

Clichés RIGAL

On note sur la photo que les plaques en relief retournées permettent de soustraire un nombre.

Première édition des plaquettes par Nathan (1931-1945)

Les plaquettes Herbinière-Lebert n'étaient pas éditées avant le congrès de 1931. Seul leur principe était diffusé : le matériel antérieur à 1931 est réalisé à la main par Suzanne Herbinière-Lebert ou selon les instructions qu'elle a données dans la revue *L'Éducation enfantine*. Le matériel présenté au congrès « sortait d'une classe où il était en service depuis 1923 ». Suzanne Herbinière-Lebert avait aussi présenté son matériel d'enseignement en novembre 1923 à Paris au cours Pauline-Kergomard (cours normal des institutrices de la Seine). On en trouve par ailleurs l'écho dans une autre revue⁶⁵ en 1928 qui cite le « matériel Herbinière-Lebert » parmi les « méthodes actives d'enseignement du calcul » à côté des « cubes de l'Initiateur Camescasse » et des « tables perforées du système Montessori. » D'autre part, au congrès de 1931, une classe du département du Haut-Rhin ou du Bas-Rhin présente le matériel des plaquettes en relief (cf. photo du compte-rendu).

La date de 1931 pour la première édition des plaquettes par Nathan ressort de l'examen des catalogues dans les archives Nathan à l'Institut Mémoires de l'édition contemporaine (IMEC) près de Caen (Abbaye d'Ardenne).⁶⁶

On y découvre que deux des matériels présentés par Herbinière-Lebert au congrès ont été édités par Nathan en 1931 : le « jeu A » et le « jeu B ». Le « jeu B » est celui dont on garde parfois la mémoire aujourd'hui et dont on retrouve de très rares exemplaires. Le « jeu A » a disparu dès après-guerre⁶⁷ malgré son intérêt manifeste.

Librairie Fernand Nathan, *Catalogue raisonné du matériel didactique et des publications à l'usage des écoles maternelles, jardins d'enfants, classes enfantines*. N°1 [1931] (dans la catégorie « Éducation sensorielle ») :

« Vient de paraître.

PLAQUETTES HERBINIERE-LEBERT pour l'éducation sensorielle et l'éducation au calcul.

Guidée par ce principe montessorien qui consiste à matérialiser chaque quantité et à la présenter sous la forme d'un tout, Madame Herbinière-Lebert, modifiant heureusement l'idée initiale, adopte la présentation des quantités sous l'aspect de **figures numériques** qui préparent leur analyse, favorisent leur perception intuitive et permettent l'apprentissage des nombres par la méthode globale.

65 J. Baucomont, « L'enseignement du calcul par les méthodes actives », *Revue de l'enseignement primaire et primaire supérieur*, n°6 (39^e année), 4 novembre 1928.

66 Le fonds Nathan porte la cote NTH. Les catalogues du matériel didactique et éducatif peuvent être consultés à cet effet ainsi que la comptabilité des ventes et l'inventaire qui pourraient renseigner aussi sur la période de plus grande diffusion du matériel. Je n'ai pu consulter que trop brièvement le fond. Je n'ai pas consulté les catalogues des années 80 et suivantes.

67 Du moins dans les catalogues que j'ai consultés car il apparaît encore dans l'article de COUTURE M., « Calcul », *L'Éducation enfantine*, 15 mars 1949, 43^{ème} année, N°7, p. 20. La note en bas de page indique qu'il est édité sous le nom de « plaquettes trouées » par Nathan. Et il est encore utilisé en 1953, sous le nom de « jeu A », pour la décomposition des premiers nombres dans CHATEAU M., « Vers la précision du calcul », *L'Éducation enfantine*, février 1953, 47^{ème} année, N°5, p. 21.

Ce matériel nouveau comprend *deux séries de plaquettes* qui correspondent à deux étapes de l'initiation :

1°) Les plaquettes trouées et chiffrées avec éléments mobiles (jeu A), *voir ci-contre* ; [Dessin des plaquettes des nombres 5 et 2 : rectangle sombre de taille à accueillir 10 trous, troué ici de 5 et de 2 trous comme les plaquettes connues, avec, pour 5, la nouvelle unité en bas à droite. En bas du rectangle sombre, carré blanc avec chiffres en creux. Dessous, cylindres clairs et chiffres en relief encastrables de couleur claire.]

2°) Les plaquettes en relief avec éléments fixes (jeu B), *voir ci-dessous* ; [Plaquettes 9 et 1 encastrées pour former 10 ; 7 et 3 pour former 10. Domino sombre et relief clair]

Les plaquettes trouées sont au nombre de dix ; elles ont respectivement 1 à 10 trous ; elles sont accompagnées d'un chiffre mobile et de bouchons aux sections colorées, *chacune d'une couleur différente*, les mêmes pour chaque bouchon.

Ce matériel, **très robuste**, entre les mains d'enfants de 3 à 4 ans, sert de jeu sensoriel visuel et d'adresse motrice.

Mais il conduit peu à peu l'enfant de **4 à 6 ans** à la connaissance globale, puis analytique des quantités qui peuvent se décomposer aisément, grâce à la mobilité des éléments à compter ; les trous à fond coloré maintiennent la **figure** de la quantité étudiée qui demeure un **témoin** de l'expérience.

Le chiffre mobile retiré, il reste de même son dessin coloré en bleu dans la plaquette.

La seconde série comprend 10 plaquettes avec éléments fixes en relief permettant d'associer les perceptions tactiles aux perceptions visuelles. Elles présentent les quantités sous la forme d'un tout, qui n'est décomposable que par la vue ; elles sont un acheminement vers l'abstraction.

Ces deux séries de plaquettes, d'une heureuse nouveauté, se prêtent à une infinité de combinaisons différentes, permettent de franchir toutes les étapes depuis la période purement sensorielle, qui peut commencer très tôt, vers la troisième année, jusqu'à la pratique concrète de la numération, de l'addition, de la soustraction, même avec retenues, et de la multiplication.

Faciles à individualiser, les plaquettes Herbinière-Lebert peuvent aussi servir à plusieurs enfants à la fois.

Elles constituent un matériel fondamental pour l'enseignement du calcul aux enfants de 4 à 7 ans, ainsi qu'aux enfants anormaux.

Le jeu A (plaquettes chiffrées) de dix éléments avec accessoires.	N°1069
Le jeu B (plaquettes en relief) de dix éléments fixes	N°1070
Bouchons aux sections colorées, <i>les cinquante</i>	N°1071
Plaquettes figurant, en relief, les dizaines, <i>les cinq</i> .	N°1072
Chaque jeu constitue en lui-même un tout.	

Notons la formule : « les trous à fond coloré maintiennent la **figure** de la quantité étudiée qui demeure un **témoin** de l'expérience. ». Dans le catalogue de 1931 on trouvait aussi l'expression « figures numériques-types » à propos des plaquettes avec éléments fixes. C'est ce que Rémi Brissiaud appellera après d'autres des « nombres figuraux » ou des « collections-témoins organisées ». On retrouve une présentation semblable en publicité dans le *Journal des Instituteurs et Institutrices* en 1932⁶⁸ (planche 4).

⁶⁸ *Journal des instituteurs et institutrices*, n°20, 6 février 1932.

Planche 4

VI

JOURNAL DES INSTITUTEURS ET DES INSTITUTRICES

UNE NOUVEAUTÉ SENSATIONNELLE

- MATÉRIEL FONDAMENTAL
- pour l'enseignement du Calcul

PLAQUETTES HERBINIÈRE-LEBERT

pour l'éducation sensorielle
et l'initiation sensorielle au calcul

Guidée par ce principe montessorien qui consiste à matérialiser chaque quantité et à la présenter sous la forme d'un tout, M^{me} Herbinrière-Lebert, modifiant heureusement l'idée initiale, adopte la présentation des quantités sous l'aspect de **figures numériques**, qui prépare leur analyse, favorise leur perception intuitive et permet l'apprentissage des nombres par la méthode globale.

Ce matériel nouveau comprend deux séries de plaquettes qui correspondent à deux étapes de l'initiation :

Jeu A. Les plaquettes trouées et chiffrées avec éléments mobiles.

Jeu B. Les plaquettes en relief avec éléments fixes.

Les plaquettes trouées sont au nombre de dix ; elles ont respectivement 1 à 10 trous ; elles sont accompagnées d'un chiffre mobile et de bouchons aux sections colorées, chacune d'une couleur différente, les mêmes pour chaque bouchon.

Ce matériel, entre les mains d'enfants de 3 à 4 ans, sert de jeu sensoriel visuel et d'adresse motrice.

Mais il conduit peu à peu l'enfant de 4 à 6 ans à la connaissance globale, puis analytique des quantités qui peuvent se décomposer aisément, grâce à la mobilité des éléments à compter ; les trous à fond coloré conservent la **figure** de la quantité étudiée, qui demeure un **témoin** de l'expérience.

Le chiffre mobile retiré, il en reste le dessin coloré en bleu dans la plaquette.

La seconde série comprend 10 plaquettes avec éléments fixes en relief, permettant d'associer les perceptions tactiles aux perceptions visuelles.

Elles présentent les quantités sous la forme d'un tout, qui n'est décomposable que par la vue ; elles sont un acheminement vers l'abstraction.



Jeu B



Jeu A

Ces deux séries de plaquettes, d'une heureuse nouveauté, se prêtent à une infinité de combinaisons différentes, permettent de franchir toutes les étapes depuis la période purement sensorielle, qui peut commencer très tôt, vers la troisième année, jusqu'à la pratique concrète de la numération, de l'addition, de la soustraction, même avec retenues, et de la multiplication.

Faciles à individualiser, les plaquettes Herbinrière-Lebert peuvent aussi servir à plusieurs enfants à la fois.

Elles constituent un matériel fondamental pour l'enseignement du calcul aux enfants de 4 à 7 ans, ainsi qu'aux enfants anormaux.

Matériel très robuste.

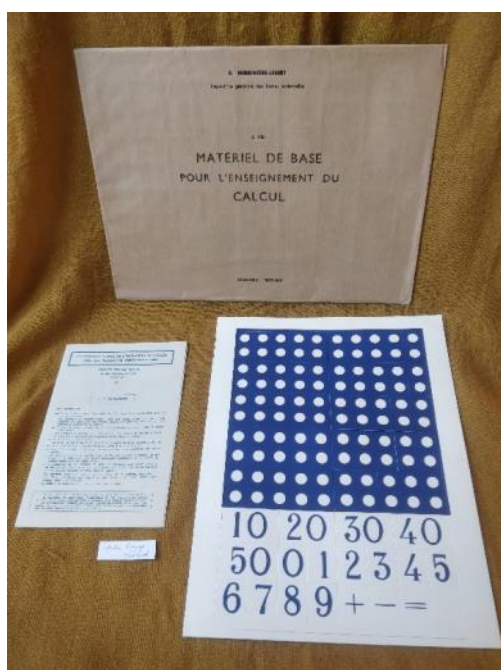
- | | |
|--|----------|
| N° 1069. Le jeu A. (plaquettes chiffrées) de dix éléments, avec accessoires. | 30 fr. » |
| N° 1070. Le jeu B (plaquettes en relief) de dix éléments. | 10 fr. » |
| N° 1071. Bouchons aux sections colorées. Les 50 | 3 fr. 50 |
| N° 1072. Plaquettes figurant en relief les dizaines. Les 5. | 10 fr. » |

F. NATHAN. ÉDITEUR



Deux exemplaires⁶⁹ de cette époque se trouvent au Musée national de l'Éducation (MUNAE) (photos ci-dessus : à gauche celle du musée, à droite la mienne). Dénommé « Plaquettes Herbinière-Lebert pour l'éducation sensorielle et l'initiation sensorielle au calcul », il s'agit du format « jeu B (plaquettes en relief) » qui comprend 10 plaquettes en bois peintes en bleu foncé avec des points jaunes en relief.⁷⁰

1945-1980 : plusieurs versions pour un seul jeu restant



Le matériel et sa présentation ont ensuite évolué. Voici ce que j'ai reconstitué.

- Dans les années **1940 ou 1950**, le « **jeu A** » **disparaît** du catalogue (du moins de ceux que j'ai pu consulter)⁷¹.
- En **1954** est éditée la **version en « carte forte »** du « matériel de base pour l'enseignement du calcul » (dont voici ma photo d'une version éditée après 1962). Les plaquettes non-trouées sont désormais désignées comme « mobiles ». Le dessin montre 1 plaquette du nombre 10 ; 2 plaquettes de 5 et 1 plaquette de 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9. Les plaquettes sont toutes assemblées pour former une plaque de 10. Sur petits cartons

69 Deux fois 10 plaquettes dans la même boîte. Alors que le *Catalogue n°1 Matériel didactique* de 1936 donne une photo du matériel qui confirme qu'il y a un seul exemplaire de 1 à 10 pour les plaques du jeu B.

70 Numéro d'inventaire : 1994.01513

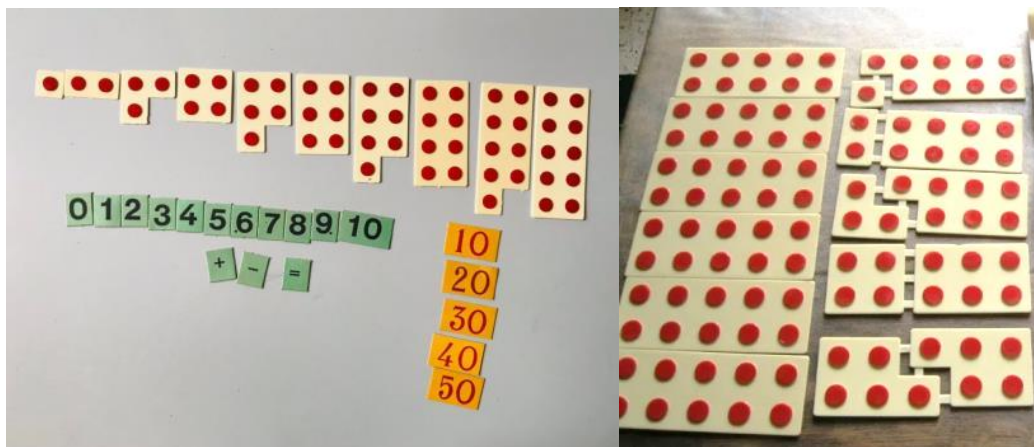
71 Il apparaît encore dans l'article de COUTURE M., « Calcul », *L'Éducation enfantine*, 15 mars 1949, 43^{ème} année, N°7, p. 20. La note en bas de page indique qu'il est édité sous le nom de « plaquettes trouées » par Nathan. Et il est encore utilisé en 1953, sous le nom de « jeu A » (son ancienne appellation), pour la décomposition des premiers nombres dans CHATEAU M., « Vers la précision du calcul », *L'Éducation enfantine*, février 1953, 47^{ème} année, N°5, p. 21.

figurent les chiffres 0 à 9, les dizaines 10 à 50, les signe +, - et =.

- En 1955 est présentée une version laquée sur carton cuir avec points en relief⁷².
- En 1960 sont présentées les **plaques géantes de démonstration à l'usage du maître**. Un socle en bois, muni de deux pieds amovibles permet de présenter l'ensemble verticalement. Elles sont en bois aggloméré peint en jaune avec des disques peints en rouges. Des rainures horizontales permettent d'accrocher les plaquettes qui sont munies de réglottes au dos (cf. ma photo ci-dessous).



- En **1966** les modèles qui étaient laqués sont désormais produits **en plastique** (photo ci-dessous).

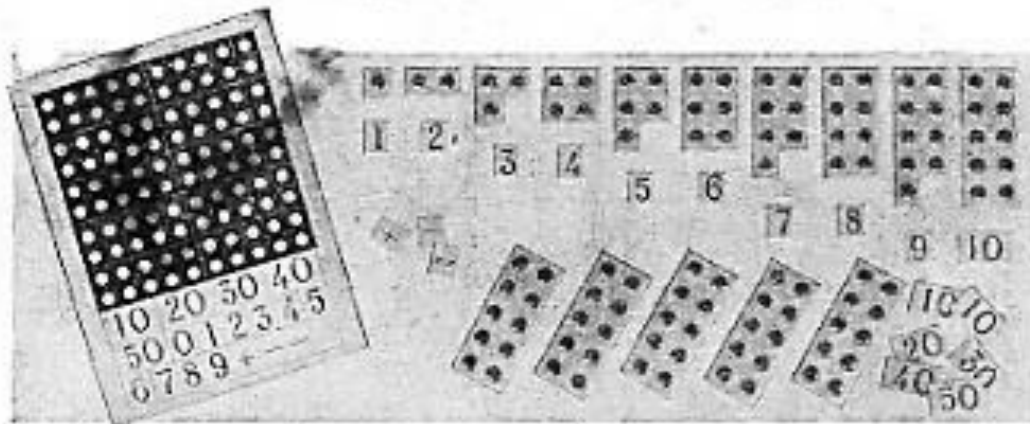


Je présente sur la planche 5 une page de publicité de Nathan présentant toutes les versions des plaquettes dans un manuel de 1966 basé sur les plaquettes Herbinière-Lebert⁷³ :

72 On peut consulter les plaquettes laquées du maître et celles des élèves auprès de l'association École dans la Loire d'hier à Aujourd'hui, dont les collections sont hébergées par l'I.N.S.P.E. Loire, E.L.H.A. 90, rue de la Richelandière, 42023 Saint-Étienne Cedex 2. Dans le catalogue elles sont rangées sous la catégorie « MATERIEL COLLECTIF et boîtes étagère du bas » et sous l'appellation : « 1 lot cartes à points, matériel collectif et cartes à points individuelles ». On y trouvera aussi le « dominos des chiffres » de Suzanne Herbinière Lebert.

Planche 5

MATÉRIEL DE CALCUL HERBINIÈRE LEBERT

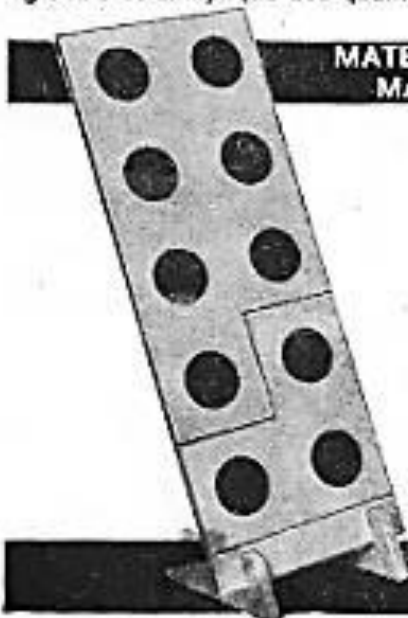


- **L.18 - MATÉRIEL DE BASE POUR L'ENSEIGNEMENT DU CALCUL**
Présentation en pochette par 5 jeux sur carte forte, imprimée et découpée avec nombres, chiffres et signes.

Nouvelle fabrication entièrement en plastique dorénavant lavable et incassable.

- **L. 33 - PLAQUETTES DE 1 à 10**
■ **L. 34 - PLAQUETTES DE 10 (les 5)**

Ce matériel très complet, composé d'éléments mobiles facilite la connaissance globale et analytique des quantités et se prête à une infinité de combinaisons.



MATÉRIEL DU MAÎTRE

- **L. 32 - PLAQUES GÉANTES
"HERBINIÈRE LEBERT"**

Format 40 cm x 15 cm.

Grandes plaques, visibles du fond de la classe, qui seront utilisées par la maîtresse (correspondant au matériel de l'élève L. 33). Un socle en bois muni de deux pieds amovibles, permet de présenter l'ensemble verticalement.



FERNAND NATHAN

N° d'Éditeur E 10 025 - I (A VII) - imprimé en France — Imp. LAHURE, Paris 59520.

1971 : disparition progressive du matériel de calcul Herbinière-Lebert

- En **1971** les plaquettes Herbinière-Lebert semblent **disparaître**, en tout cas du catalogue Nathan, avec la plupart des autres références d'initiation au calcul, remplacées par des matériels de « mathématiques modernes » (le « matériel KML » principalement) choisis ou conçus par Marie-Antoinette Touyarot⁷⁴) qui dirige la « collection M.A. Touyarot ».
- On retrouve **encore trace des plaquettes** Herbinière-Lebert sporadiquement, notamment dans le catalogue **1978-1979**, mais la grande époque est terminée et peu à peu la plupart des enseignants oublieront tout des plaques-nombres Herbinière-Lebert, les instructions officielles de 1986⁷⁵ portant sans doute un coup fatal à la stratégie de décomposition des nombres au profit de ce que Rémi Brissiaud appelle le « Comptage-numérotage » qui s'appuie de manière trop précoce et prioritaire sur la récitation de la comptine numérique et sur le pointage de la file numérique.

La notice du « matériel de base » et des « plaquettes laquées en relief » Herbinière-Lebert

La notice accompagnant le matériel dans les années 1960 s'intitule « Les premières étapes de l'initiation au calcul avec les plaquettes Herbinière-Lebert ». Elle est destinée « aux écoles maternelles et aux cours préparatoires ».

« Ces plaquettes permettent de trouver :

- L'itération de l'unité,
- Le sens d'**ajouter** et de **retirer**.
- De **découvrir** les combinaisons de chaque nombre, d'en **vérifier** l'exactitude et de les **retenir** rapidement [...].

Elles font comprendre intuitivement, rappelons-le, que chaque nombre est égal au précédent + 1 (numération directe) ou - 1 (numération inverse).

Basées sur le système décimal, elles permettent de compter par dizaines comme on compte par unités. »

Le choix de la « base 2 » est expliqué par l'intérêt de représenter le nombre par une « figure numérique immédiatement reconnaissable globalement même la plus grande,

74 Marie-Antoinette Touyarot, directrice d'études à l'école normale d'instituteurs de Caen, était alors présidente du comité national de l'Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public (APMEP) qui promouvait la réforme des « mathématiques modernes ». Voir (D')ENFERT Renaud, « Du calcul aux mathématiques ? L'introduction des « mathématiques modernes » dans l'enseignement primaire français, 1960-1970 » [URL : <http://culturemath.ens.fr/content/du-calcul-aux-math%C3%A9matiques-%E2%80%99introduction-des-%C2%ABmath%C3%A9matique-modernes%C2%BB-dans-%E2%80%99enseignement>]

75 CHEVÈNEMENT Jean-Pierre, *Circulaire n° 86-046 du 30 janvier 1986 : Orientations pour l'école maternelle*.

celle de 10 figurée par 2 lignes de 5 cercles. On sait que 5 est la quantité limite perceptible globalement. » Nous pourrions nuancer cette dernière affirmation : on considère en effet aujourd'hui que 3 ou 4 est la limite de quantité perceptible d'un seul focus de l'attention, a fortiori si les unités sont disposées en ligne.

L'analyse des 10 premiers nombres se fait soit en décomposant les deux colonnes soit à partir des nombres précédents figurés par les plaquettes.

L'autrice insiste sur l'intérêt que l'enfant ne déplace pas les ronds qui figurent les unités. Un bâton placé horizontalement ou verticalement suffit pour décomposer. Suzanne Herbinière-Lebert en appelle à *cette époque* à l'autorité de Piaget (dont se réclamèrent pourtant plus tard, pour une part, les mathématiques modernes qui mirent fin aux constellations de points). « **Rien n'ayant été déplacé**, il admet plus aisément que ces sommes sont **équivalentes** (on sait en effet, depuis Piaget, que pour l'enfant de 5 à 6 ans la conservation des quantités n'est pas assurée quand la forme change). »⁷⁶

L'apprentissage des combinaisons se fait notamment par le rangement des plaquettes dans une boîte. Sur la plaquette figurant le nombre nouvellement étudié l'enfant superpose différentes combinaisons des plaquettes des premiers nombres.

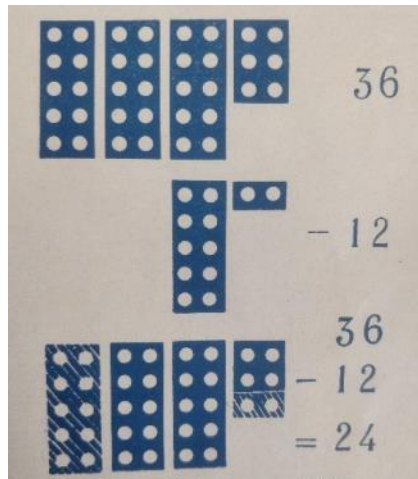
Les nombres pairs « présentent 2 colonnes égales, c'est-à-dire qu'un bâtonnet placé entre les 2 colonnes démontre la possibilité du partage en 2 qui caractérise le nombre pair. »

Le rôle du zéro dans la numération positionnelle est présenté avec l'apport des « tables de Seguin » (matériel propagé par Maria Montessori) :



La soustraction avec retenue est présentée d'après l'exemple de $36 - 12$, composé avec les plaquettes de la manière suivante. « On opère d'abord avec les unités comme dans l'addition. La plaquette du nombre à retirer est **superposée** sur celle du nombre supérieur à l'**envers** de manière à **cacher** le nombre de cercles qu'elle représente et qu'il faut retirer. On opère de même avec les dizaines. Le résultat se voit immédiatement et peut être exprimé clairement. L'enfant dit bien : 2 ôté de 6 il reste 4, 1 dizaine ôtée de 3 dizaines il reste 2. »

⁷⁶ Est-ce la raison de l'abandon des plaquettes trouées pendant la Seconde Guerre Mondiale ? Je n'en suis pas certain. Des considérations économiques ont sans doute joué.



Pour la soustraction avec retenue « on montre aisément avec nos plaquettes : 1° La nécessité d'emprunter une dizaine au nombre supérieur pour augmenter celui des unités de ce nombre. 2° Comment cet emprunt légitime la « retenue » à ajouter au nombre inférieur. ».

La multiplication est représentée comme une addition de nombres égaux.

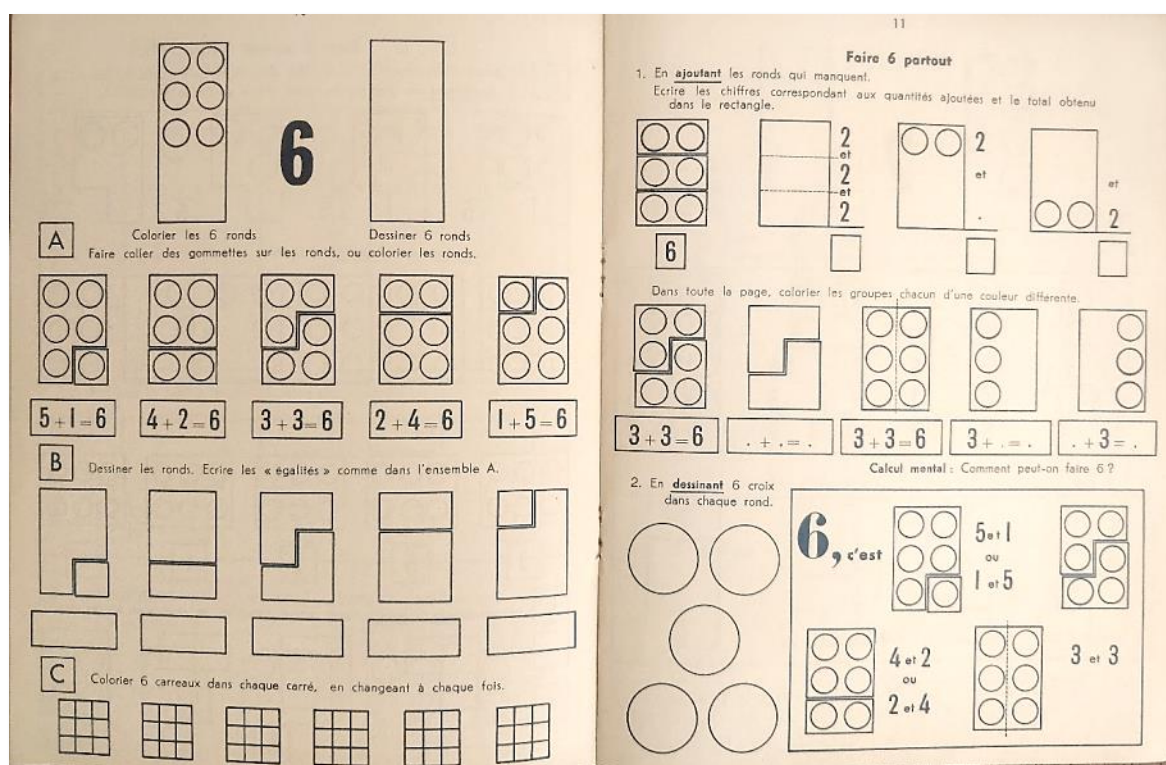
Les partages peuvent être reliés à la construction des tables de multiplication de 2, 3, 4 et 5 de la manière suivante :



L'usage des plaquettes dans les « Cahiers de calcul » de Suzanne Herbinière-Lebert (1956)

Deux « **cahiers de calcul** » sont publiés en 1956. Destinés aux élèves de grande section d'école maternelle et de cours préparatoire (CP), ils présentent des « exercices d'application et de contrôle » qui permettent de refaire, au moyen de coloriage et de gommettes autocollantes, les exercices faits « sous la direction du maître avec le matériel de calcul ». Ils permettent aux élèves de travailler seuls et au maître d'évaluer les connaissances. « À la suite des manipulations d'objets, le dessin ménage une étape entre le concret et l'abstrait. » C'est là une des principales questions souvent posées à ce type de matériel : comment passer à l'abstrait ? Il fallut donc attendre 1956 pour que cette étape de l'image, si importante aux yeux de Suzanne Herbinière-Lebert dans les années 1926-1927, retrouve sa place auprès des plaquettes. Cette étape de l'image avait pourtant été longuement décrite à cette époque, au travers de matériels spécifiques, dans la revue *L'Education enfantine*. Pourquoi avoir attendu 30 ans ?

Le premier cahier a pour objectif d'étudier toutes les décompositions des nombres jusqu'à 10 en dessinant/coloriant/barrant des ronds au sein de gabarits de plaques-nombres ou d'autres formes. Pour le nombre 6 par exemple (photo ci-dessous) :

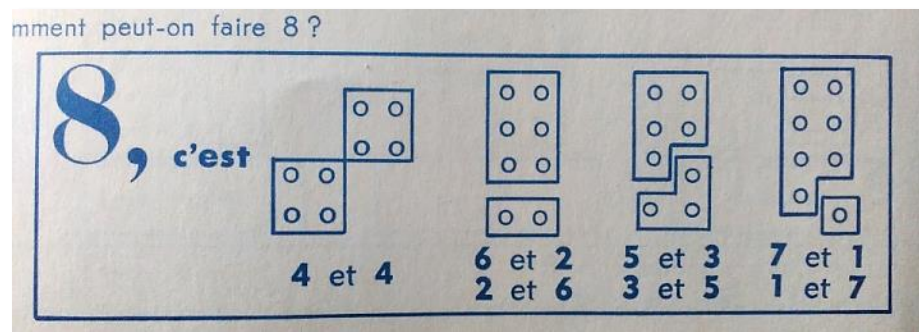
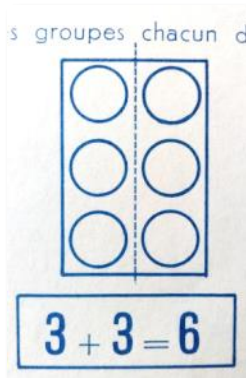


- Dessiner les ronds d'une plaque de 6 au sein d'un gabarit de 10 ;
- Dessiner toutes les décompositions possibles de 6 dans les gabarits des plaques et écrire les « égalités » correspondantes en chiffres et signes opératoires ;
- Ajouter les ronds qui manquent pour faire 6 et écrire les chiffres correspondant aux quantités ajoutées ainsi que le total obtenu. Les décompositions 2+2+2 et 3+3 font l'objet d'une étude plus approfondie qui joue sur les différentes dispositions des ronds dans l'espace. ;

- Dessiner 6 croix dans chaque rond ;
- Calcul mental : « comment peut-on faire 6 ? » Un récapitulatif permet de revoir toutes les décompositions de 6 au moyen des plaques nombres : 6 c'est 5 et 1 ou 1 et 5 ou 4 et 2 ou 2 et 4 ou 3 et 3.

On remarque que :

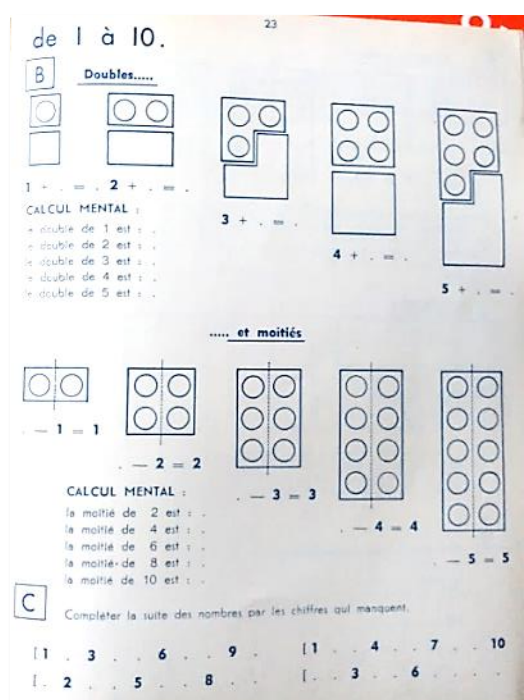
- Toutes les décompositions en deux groupes sont étudiées mais aussi certaines décompositions en 3 groupes :
 - o $6 = 2+2+2$
 - o $9 = 3+3+3$
- Les couleurs sont utilisées par l'élève pour qu'il différencie bien les « groupes » d'une décomposition additive mais elles ne sont pas fixes (contrairement aux réglettes Cuisenaire et Stern ou aux formes Numicon)
- Le découpage spatial des plaques pour décomposer un nombre n'est pas toujours identique à la réunion de deux plaques-nombres. Et la réunion de deux plaques-nombres ne forme pas toujours une autre plaque-nombre. Cela permet sans doute de faire un pas vers l'abstraction et de ne pas rester fixé sur l'image mais sur le nombre.



Les pages finales de « révision » sont des « exercices de comptage » : de balles dans un panier, de confettis dans des cercles, de perles sur un collier. Peut-être l'élève est-il incité par les exercices précédents à grouper les unités pour composer le nombre ? C'est moins vrai quand il s'agit de dessiner le nombre de perles indiqué par le chiffre.

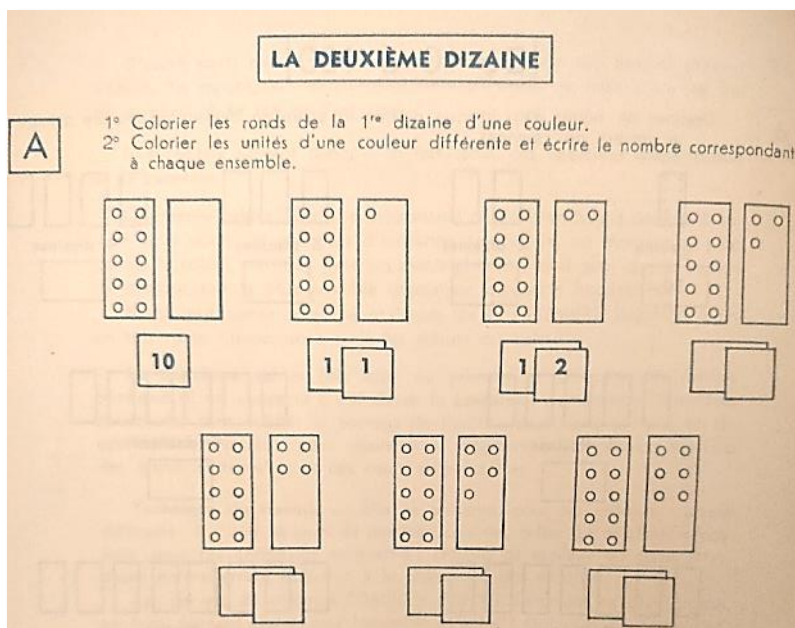
Les décompositions du nombre 10 sont ensuite révisées avec de simples perles en collier : il s'agit de colorier x perles d'une couleur et le reste d'une autre couleur puis d'ajouter les perles manquantes dans un cadre rectangulaire et enfin d'écrire combien de perles il faut ajouter pour terminer le collier et combien fait le total.

Les doubles (illustration ci-contre) sont révisés par jonction de 2 plaques identiques et les moitiés par



séparation des plaques verticalement en 2 groupes de ronds ; les nombres pairs et impairs sont révisés en dessinant les ronds dans chaque colonne d'une plaque nombre placée verticalement.

Le deuxième cahier de calcul, dédié à la centaine, permet d'abord un travail sur la deuxième dizaine. Il se sert de la plaque de 10 comme unité à laquelle ajouter d'autres unités et il présente ces unités supplémentaires comme des ronds disposés au sein d'un gabarit de plaque de 10 (comme le « jeu A » des origines ou les planchettes Stern) pour mettre en valeur la base 10. La notation positionnelle des nombres est explicitée par le rappel visuel des tables de Seguin à compléter : le « 0 » de l'étiquette « 10 » est presque recouvert par l'étiquette « 1 » ou « 2 », etc.



De 20 à 100 les plaques des dizaines sont figurées par des rectangles simplement barrés d'une croix auxquels l'élève ajoute des unités.

D'autres exercices ne se servent pas de collections témoins organisées.

L'usage des plaquettes dans les années 1960 avec les époux Fareng.

R. Fareng, Inspecteur départemental chargé de l'enfance inadaptée, et M. Fareng, ancienne institutrice et professeure de mathématiques, ont publié en 1966 le seul manuel⁷⁷ qui s'appuie principalement sur les plaquettes nombres, pour la maternelle et surtout le cours préparatoire,

⁷⁷ FARENG R. & FARENG M., *L'apprentissage du calcul avec les enfants de 5 à 7 ans*. Manuel de pédagogie pratique pour les écoles maternelles, les classes enfantines, les jardins d'enfants et les classes préparatoires, Paris : Fernand Nathan, série « Comment faire ? », collection « L'Éducation enfantine » dirigée par S. Herbinière-Lebert, 1966. Préface de Suzanne Herbinière-Lebert.

dans la collection « L'Education enfantine » dirigée par Suzanne Herbinière-Lebert. Cette dernière préfaça le livre. Manuel pratique dans lequel les élèves sont trop dépendants de l'adulte d'après Rémi Brissiaud⁷⁸, ce livre est précédé d'une importante justification théorique dont voici un large extrait que j'estime toujours d'actualité :

« L'enseignement du calcul donné aux enfant de 5 à 7 ans doit suivre quelques principes essentiels. [...] Il doit « partir du concret », donc utiliser un certain matériel ; mais il doit éviter l'enlissement dans le concret. Il faut éviter le comptage unité par unité, tout en donnant la suite des nombres, faire accéder à la notion d'invariance, entraîner à l'analyse et à la synthèse, donner une place privilégiée à la première dizaine en mettant aussi en valeur la deuxième. La notion d'opérations doit être acquise en même temps que leur mécanisme. Enfin le matériel fourni doit permettre la conduite simultanée de l'enseignement collectif et de l'enseignement individualisé en promouvant une méthode active de redécouverte. [...]

La première façon de compter a consisté à faire correspondre successivement un certain nombre de doigts avec le même nombre d'objets, d'abord en les montrant, ensuite en les touchant. Le calcul digital — dont on n'est pas sûr qu'il a entièrement disparu des écoles — trouve là ses lointaines origines. L'enfant rejoint le primitif.

Mais ce moyen commode n'est que mécanique. Et compter, ni décompter, n'est pas calculer. Si, comme nous le verrons plus loin, le nombre est inséparable de l'idée de collection, ici, nous n'avons qu'une succession constamment rattachée à des données spatiales concrètes dont on ne peut s'évader. La notion acquise est uniquement ordinale.

Sans doute, cette façon empirique fait acquérir à force de répétitions la liaison entre le nom des nombres, l'écriture du chiffre, la position de ce nombre dans la suite des autres, mais elle gêne la représentation du nombre, l'opération mentale, en un mot, elle empêche l'enfant de penser, de calculer.⁷⁹

Ces inconvénients graves se retrouvent dans l'emploi de nombreux matériels. Le comptage unité par unité s'opère de la même manière quand on utilise les marrons, les bûchettes, surtout disposés de façon linéaire. Le même reproche peut être adressé au boulier et même aux jetons. Sans doute peut-on placer marrons et jetons sous forme de groupements numériques, mais l'intérêt de ces « constellations » disparaît en partie si l'on place les éléments les uns après les autres. La perception qui doit se faire à la fois du nombre, des parties, des relations entre ses parties et lui-même, est détruite par la manipulation unité par unité. Une seule solution : présenter chaque nombre de façon indivise. Répondent à cette exigence, sous forme de plaquettes, le matériel Herbinière Lebert, sous forme de réglettes, le matériel Cuisenaire.

78 De nos jours Rémi Brissiaud s'est efforcé de redonner vie aux plaquettes Herbinière Lebert en remédiant à leur « inconvénient majeur » : « la pauvreté de l'environnement pédagogique qu'elles créent [...] Dans la leçon décrite, les élèves sont très dépendants de l'adulte, tant dans la gestion de l'activité que dans son évaluation ». Brissiaud souhaite donc faire de ce matériel un « outil de communication dans la relation maître-élève » (BRISSIAUD Rémi, Comment les enfants apprennent à calculer, Le rôle du langage, des représentations figurées et du calcul dans la conceptualisation des nombres, Retz, 2005, pp. 169-170. [Première édition 1989]).

79 Ce paragraphe a souvent été cité par Rémi Brissiaud.

Il faut donc présenter des groupements numériques, et, parmi ceux-ci, les meilleurs systèmes.

Un matériel de calcul doit, à la fois, correspondre à la structure de la pensée infantile (en considérant, de plus, qu'il faut dépasser cette structure pour la faire accéder à la forme adulte) et à la notion de nombre.

D'une part, la mentalité puérile est à la fois synchrétique et pointilliste ; elle saisit globalement les ensembles et perçoit dans ceux-ci des détails privilégiés. D'autre part, l'intelligence rationnelle doit procéder par analyse et synthèse : la connaissance part du concret confusément appréhendé comme un tout, et, par un premier effort d'abstraction, elle chemine vers l'analyse des éléments et de leurs relations pour recomposer synthétiquement la totalité.

Il se trouve que les définitions du nombre données par les philosophes répondent à cette structure de l'esprit. Pour Tannery : « le nombre « collection » est un groupe d'unités décomposables en d'autres groupes, susceptible d'être formé de diverses manières par la réunion d'autres groupes ». Pour Bergson, « tout nombre est UN puisqu'on se le représente par une intuition simple de l'esprit et qu'on lui donne un nom, mais cette unité est celle d'une somme, elle embrasse une multiplicité de parties qu'on peut considérer isolément ». Si, pour cet auteur, toute idée claire du nombre implique une vision dans l'espace, pour Wallon, également : « l'attention saisit un bien plus grand nombre de points si ceux-ci, au lieu d'être en rangées linéaires, présentent des possibilités de groupements. » Ainsi sont justifiées les « figures numériques », « dispositif géométrique d'unités propres aux petits nombres ; chacun de ces nombres se présente alors sous une physionomie particulière qui en donne une perception instantanée sans qu'il soit besoin de compter ».

Les groupements numériques permettent la perception intuitive des décompositions et recompositions, et, en aidant à l'abstraction, leur mémorisation. Pour cela, ainsi que le montre Delaunay, les unités concrètes (points) doivent être perçues comme distinctes (ce qui n'est pas possible avec les réglettes graduées ou non, sauf le matériel Cuisenaire), en même temps que formant un tout (condition à laquelle, à notre avis, ne répond plus le matériel Cuisenaire).

Les systèmes sont nombreux : système Beetz, pratiquement inconnu en France ; groupements à base 5 — celui de Freemann —, non systématiques (empruntés aux jeux de domino, aux dés), éclectiques non raisonnés (mêlant les figurations au hasard) ou systématiques (recherchant les meilleures « formes », Canac, par exemple) — groupement à base 4 (Lay) — système à base 2 (Herbinière Lebert).

La supériorité du groupement à base 2 est indiscutable. En effet il présente les mêmes avantages que le système Lay (base 4) sur le système à base 5 : les nombres se forment par adjonction systématique d'une unité au nombre précédent (itération) ; ils ne se mêlent pas, toute partie enlevée faisant retomber sur un nombre connu, ce qui est impossible avec un autre système ; la mémorisation des décompositions est plus rapide. Par ailleurs le système à base 2 débouche sur le système décimal, alors que le système à base 4 conduit à la douzaine. »

Dans le manuel les **nouveaux nombres** sont introduits de cette manière :

- Mise en ordre, avec les plaquettes, des nombres connus.
- Introduction d'un nouveau nombre par ajout d'une unité à la plaque du nombre précédent.
- Écrire sur l'ardoise le nombre correspondant.

Les **décompositions des premiers nombres** sont introduites par l'addition et la soustraction. L'addition :

- « Méthode directe » : Placer 4 puis 1 en plus. « Faire chercher à l'enfant comment peut être placée la plaquette 1 pour former une plaquette connue ; faire donner le nom ; faire placer la plaquette 5 sur les 2 autres ; en tout on a donc 5 [...] » et interchanger le place du 1 et du 4. Puis recommencer avec les autres décompositions possibles. Les signes opératoires sont introduits au fur-et-à mesure
- « Méthode réciproque » : Partir cette fois-ci de l'opération écrite et faire retrouver la manipulation (placer les plaques en dessous)

La soustraction :

- Pour soustraire 1 à 5, l'enfant remplace la plaque de 5 par une plaque de 4 et une plaque de 1 ; il enlève 1. Idem avec 1 à 4 et avec les autres décompositions.

Contrôle écrit et problèmes oraux complètent l'apprentissage. Notons cette idée : faire inventer aux élèves le problème qui amènerait l'opération écrite au tableau.

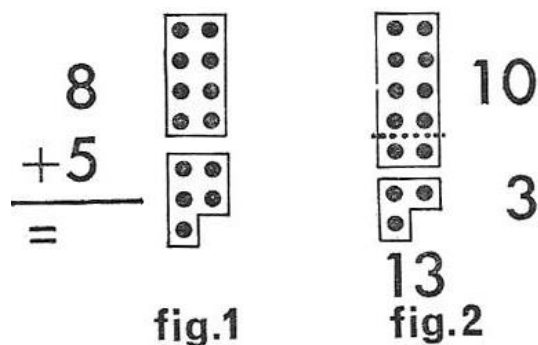
Enfin, l'élève doit mémoriser toutes les décompositions des 5 premiers nombres. « Montrer les différentes plaquettes (3, 4, 2, 1) et dire « je veux 5 ; combien dois-je ajouter à ces plaquettes pour avoir 5 ? ». Les auteurs suggèrent de présenter une plaque sans points visibles pour éviter le dénombrement et plutôt s'appuyer sur la forme globale (mais ne pas retourner la plaque avec points pour les nombres impairs car la forme serait inhabituelle pour l'enfant).

Avec le nombre 8 sont introduites la **multiplication et la division**. Les auteurs montrent clairement la commutativité de la multiplication grâce à une même plaquette de 8 présentée verticalement : elle peut être séparée horizontalement en 2x4 ou verticalement en 4x2. L'enfant peut séparer au crayon les groupes.

La division est introduite par des problèmes de partage équitable et la notion de reste est facilement introduite grâce aux plaquettes.

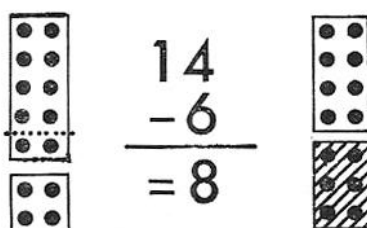
Le **passage de la dizaine** est présenté ainsi :

« Prendre la plaquette 8 ; poser à côté la plaquette chiffre 8 ; mettre en plus sous la précédente la plaquette 5 ; indiquer à l'aide des plaquettes chiffres et signes l'opération faite. Nous aurons donc sur l'ardoise (fig. 1). Laisser faire l'enfant. Si les décompositions de la 1re dizaine ont été bien faites et bien sues, l'enfant saura que le complément à 10 de 8 est 2 et que par conséquent il est bon de séparer du 5 ce 2 qui va permettre de réaliser le paquet le plus gros (la dizaine).

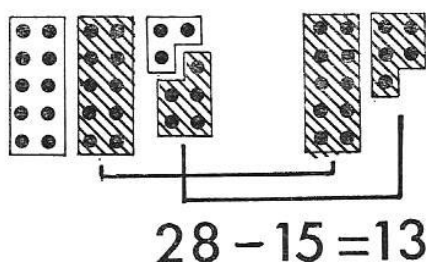


Pour la même raison, il saura que $2 + 3 = 5$ et il décomposera facilement sa 2e plaquette d'une manière adéquate et il obtiendra un jeu équivalent de plaquettes sur son ardoise (fig. 2). »

La soustraction amène l'enfant à une « destruction de la dizaine » comme il avait été amené pour l'addition à une « construction de la dizaine » :

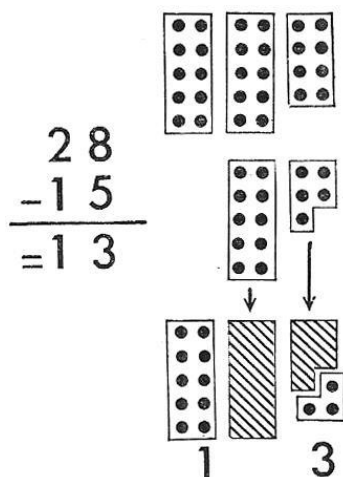


Quand les nombres comportent plusieurs dizaines, les dizaines sont regroupées à gauche et les unités à droite, ce qui donne cette présentation à la soustraction :



Les auteurs adoptent ainsi « une méthode différente de celle indiquée dans la notice HL et dans *Pédagogie du calcul*, de G. Mialaret. » :

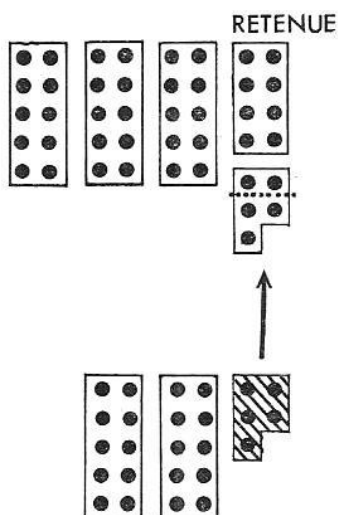
« Il nous a semblé bon de faire enlever le nombre précédé du signe — revenant à un des sens essentiels de la soustraction (en effet, même lorsque la soustraction est la recherche de l'excédent d'une quantité sur une autre, n'enlève-t-on pas virtuellement la plus petite quantité ou plutôt son égale de la grande ?). Par suite, il ne nous a pas semblé utile de faire symboliser les deux quantités 28 et 15 par l'enfant, de peur qu'il ne confonde avec l'addition de la manière suivante et ensuite de faire cacher dans 28 le 15, comme l'indique la figure suivante :



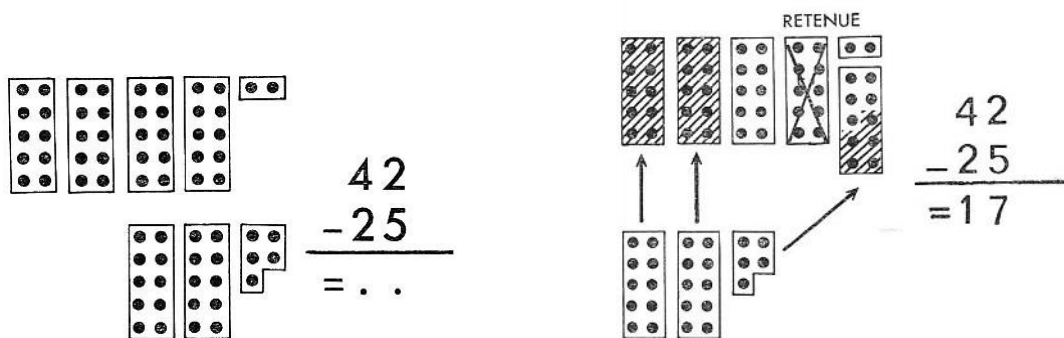
Nous réservons cette méthode pour faire comprendre aux enfants des problèmes oraux portant sur l'excédent d'une quantité sur une autre. »

L'addition avec retenue se présente ainsi, avec l'exemple de 38 - 15 :

« Nous allons procéder comme pour toutes les additions faites jusqu'ici. Que valent les unités ensemble ? Les enfants savent que $8 + 5 = 13$ (décomposition de la deuxième dizaine) et que c'est 1 dizaine et 3 unités ; on peut donc remplacer ces 2 plaquettes par une plaquette 10 et une plaquette 3, mais la plaquette 10 je vais la mettre avec les autres plaquettes 10 pour pouvoir les grouper ensuite et j'aurai donc : »



La soustraction avec retenue est expliquée avec l'exemple de 42 - 25 :

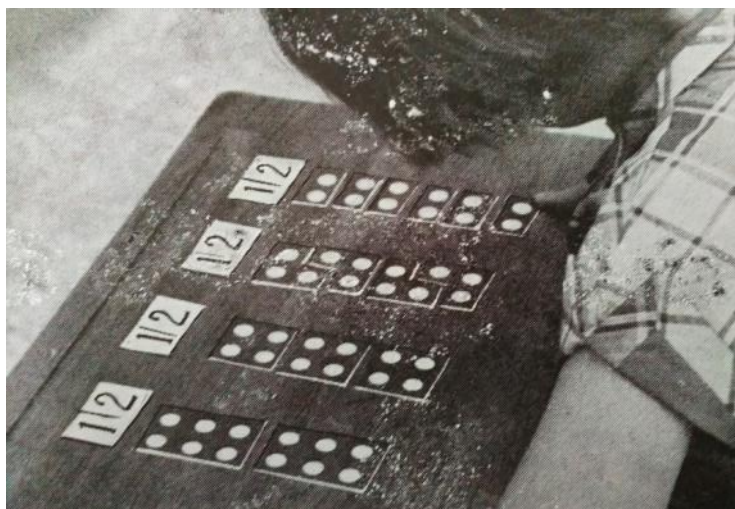


« A 2 unités je ne peux en enlever 5 ; je prends 1 dizaine aux 4 et je garde en ma mémoire, je « retiens » que je l'ai enlevée ; j'ai $12 - 5 = 7$; 2 dizaines (que je dois enlever) + 1 (de retenue, que j'ai déjà enlevée) = 3 et $4 - 3 = 1$ donc 17. »

Questions sur l'usage induit par le nombre d'exemplaires de chaque plaquette Herbinière-Lebert et sur la disposition des unités.

Les catalogues Nathan indiquent toujours, pour le jeu de plaques Herbinière-Lebert à éléments fixes, une seule plaque de chaque nombre (hormis la plaque de 5 et les cinq autres plaques de 10 vendues à part).

La photo du matériel de base (sur carte forte) dans le catalogue de 1954 montre un seul exemplaire de chaque plaque mais deux plaques du nombre 5. Il est vendu par 5 jeux. Fallait-il donc mélanger plusieurs jeux de plaquettes pour aboutir à l'« infinité de combinaisons » vantée par la publicité de Nathan, comme le montre cette photographie issue d'un ouvrage de Gaston Mialaret en 1955⁸⁰ et prise dans une classe choisie par Suzanne Herbinière-Lebert⁸¹ ?



Le matériel individuel en carte forte et plastique des années 66 et suivantes comporte aussi le même nombre d'exemplaires⁸². Mon exemplaire des plaques géantes (qui date d'après 1960)

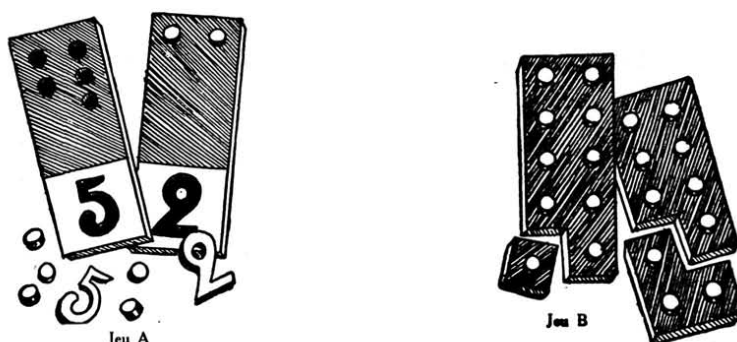
80 MIALARET Gaston, *Pédagogie des débuts du calcul*, Fernand Nathan, 1955. Edition remaniée en 1965.

81 SHB est mentionnée dans le livre comme une des sources du rapport.

82 Voici l'inventaire des trois jeux conservés par l'Université du Québec à Trois-Rivières (Canada) : « **L'ensemble A** comprend : plaquettes en carton, 25x10, 5x9, 5x8, 5x7, 5x6, 10x5, 4x5, 5x3, 5x2, 5x1 ; signes + et - en 5 exemplaires ; les chiffres de 0 à 9 en 5 exemplaires, 10 à 50 en 5 exemplaires, dans un sac. **L'ensemble B** comprend : 1 guide, plaquettes en plastique 1x10, 1x9, 1x8, 1x7, 1x6, 2x5, 1x4, 1x3, 1x2, 1x1 ; 1 signe +, 1 -, 1

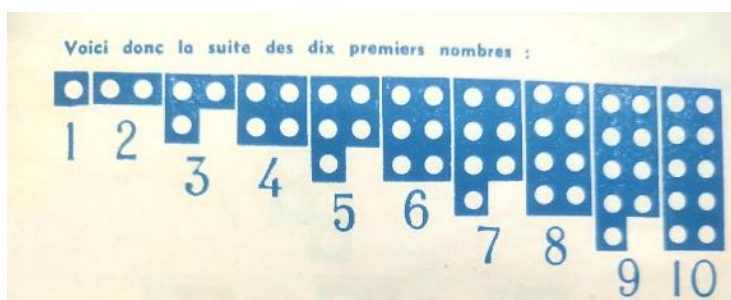
comporte aussi en double seulement la plaque du nombre 5. Cela indiquerait que c'étaient les décompositions additives du nombre 10 qui étaient privilégiées dans les présentations magistrales, en plus de l'itération de l'unité (4 c'est 3 et encore 1), et non pas l'ensemble des décompositions de chaque nombre ni même les doubles (2 et 2 font 4) pourtant facilement compréhensibles avec ce matériel et dont la mise en valeur vaut toute l'attention de Rémi Brissiaud aux configurations Herbinière-Lebert. Le grand nombre de plaques de 10 indique aussi que le matériel servait à construire les nombres jusqu'à 100 et à travailler le passage de la dizaine.

Deuxième question : pourquoi Suzanne Herbinière-Lebert, sur les plaquettes trouées et dans les premières versions des plaquettes en relief, ajoute-t-elle les nouvelles unités en bas à droite sur les plaquettes disposées verticalement ?



La disposition des unités d'Herbinière-Lebert respecte mieux le sens de la lecture quand les plaquettes sont horizontales mais ce n'est l'orientation ni des plaquettes trouées ni des plaquettes au contour épousant la disposition des unités.

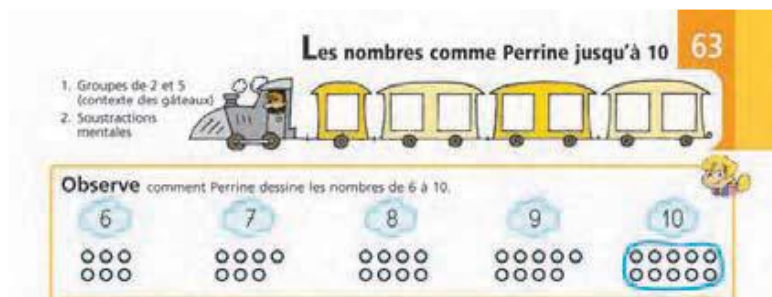
Cette configuration n'a pas perduré. Suzanne Herbinière-Lebert adoptera ensuite une configuration semblable à celle des planchettes de Catherine Stern : sur les planchettes verticales les unités s'ajoutent de haut en bas et de gauche à droite, comme le sens de lecture (voir ci-dessous).



De nos jours Rémi Brissiaud met en valeur le plus souvent une orientation verticale avec ajout des unités de bas en haut et de gauche à droite⁸³ ou une orientation horizontale avec ajout des unités de haut en bas et de gauche à droite, mais il ne s'y arrête pas.

=, les chiffres 0, 1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 3x10, 1 carton blanc, dans une boîte 15 X 9 X 4 cm. **L'ensemble C** comprend : 1 guide, plaquettes en plastique, 5x10 ; les chiffres 2x10, 20, 30, 40, 50, dans une boîte 15 X 9 X 4 cm. »

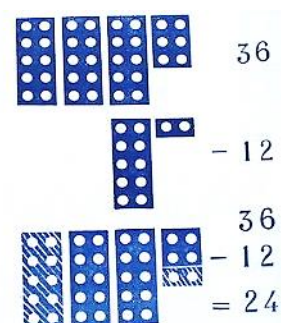
83 BRISSIAUD Rémi : « Le nombre dans le nouveau programme maternelle. Deuxième partie : la trame d'une progression », *Le Café pédagogique*, 09 octobre 2015. [URL : <http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2015/10/RBrissiaud09102015Article2.aspx>]



Les plaquettes Numicon, quant-à-elles, sont trouées de part en part, si bien qu'elles peuvent être disposées sur n'importe quelle face, ce qui facilite les assemblages de plaques.

La face sans trou a pourtant une utilité dans le matériel Herbinière-Lebert :

- dans l'initiation aux soustractions posées, « la plaquette du nombre à retirer est superposée sur celle du nombre supérieur à l'envers de manière à cacher le nombre de cercles qu'elle représente et qu'il faut retirer » (cf. notice d'un jeu de plaquettes, illustration ci-contre)



Une plaquette de 10 retournée pourrait aussi aider à donner une place particulière à la dizaine et à marquer le passage de la dizaine.

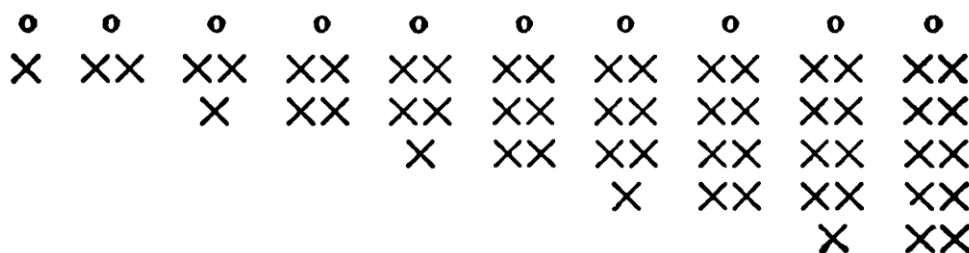
V. Maria Montessori (1870-1952)

D'où viennent la disposition des ronds des plaquettes Herbinière-Lebert et le format en plaques ? Je n'ai pas trouvé d'étude historique des configurations de points, en dehors des nombreux travaux portant sur les « nombres figurés » (au sens de « géométrique »)⁸⁴ souvent utilisés depuis les Pythagoriciens. Jean-Paul Fischer⁸⁵ a retracé l'histoire de la constellation appuyée sur le repère 5 (qui a toujours eu du mal à exister face aux habitudes des dés et dominos de faire figurer le nombre 6 en deux colonnes de 3 points). Mais qu'en est-il de la configuration de points utilisée par Herbinière-Lebert ? A-t-elle été utilisée par des pédagogues antérieurs avec ou sans support matériel ? Au début de mon enquête, j'ai envisagé deux pistes : celle de Maria Montessori et celle de Catherine Stern. Ce premier travail m'a permis d'élucider aussi ce que doit à ses devanciers le matériel britannique plus récent nommé Numicon.

D'après Catherine Berdonneau⁸⁶ c'est en « s'inspirant d'une disposition utilisée avec de petits cubes par Maria **Montessori** » que Suzanne Herbinière-Lebert a créé ses plaquettes.

Est-ce vraiment le cas ? Quel matériel Montessori pourrait être la source évoquée ? Menons l'enquête.

Dès 1911 Maria Montessori décrit dans *Pédagogie scientifique* une configuration d'objets (des cubes ou d'autres objets) assez semblable à celle des plaquettes Herbinière-Lebert, qui met aussi en valeur la distinction entre les nombres pairs et impairs. L'exercice consiste pour un enfant à associer une quantité d'objets à un nombre dans son écriture chiffrée. L'enfant va chercher les objets sur le bureau de l'éducatrice en les comptant un par un et les ramène à sa table en les disposant, sous les cartons des chiffres, « en colonnes de deux, et si le nombre est impair, il place l'objet non apparié en bas, entre les deux derniers objets ». Voici le schéma de l'autrice :



On remarquera toutefois les importantes différences de cet exercice avec le jeu B des plaquettes Herbinière-Lebert :

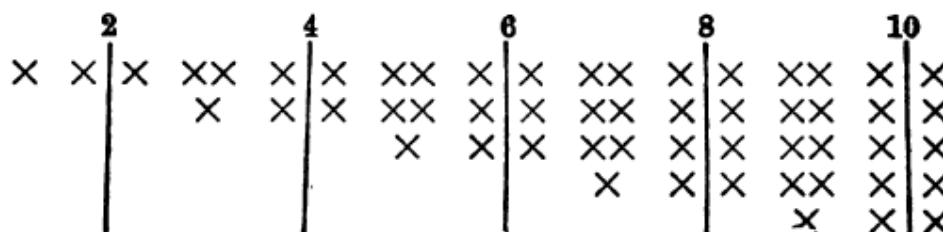
- il ne s'agit pas de plaques au contour et à la disposition fixes mais d'objets déplaçables ;

84 Un nombre figuré est le cardinal d'un ensemble fini de points agencés selon une figure géométrique régulière et polygonale.

85 FISCHER Jean-Paul, « La distinction procédural/déclaratif : une application à l'étude de l'impact d'un "passage du cinq" au CP », *Revue française de pédagogie*, volume 122, 1998. Recherches en psychologie de l'éducation. pp. 99-111. Il date les premières représentations du pédagogue allemand Hentschel au XIXe siècle. Voir surtout : FISCHER Jean-Paul, *L'Enfant et le comptage*, Strasbourg : IREM, 1982. [Une seule bibliothèque universitaire en possède un exemplaire.]

86 BERDONNEAU Catherine, *Mathématiques actives pour les tout-petits*, Hachette éducation, 2005. P. 216.

- l'élément non apparié n'est pas disposé de manière à ce qu'on puisse simplement lui ajouter un élément pour former le nombre supérieur ;
- le matériel ne vise pas la (dé)composition des nombres (contrairement aux barres rouges et bleues de Montessori qui permettent notamment de comprendre qu'un nombre s'obtient en ajoutant 1 au nombre précédent et qu'on peut former le nombre 10 avec différentes additions de nombres), même s'il sert aussi à une première compréhension de la division par deux.



Suzanne Herbinière-Lebert a-t-elle eu connaissance de ces exercices Montessori ? Ce qui est certain c'est qu'elle entretenait une familiarité avec la pédagogie Montessori et l'actualité pédagogique internationale puisqu'elle organisa le premier Congrès international de l'enfance en 1931 au cours duquel fut présenté une partie du matériel Montessori. Pour la préparation de ce congrès Suzanne Herbinière avait rencontré « la célèbre doctoresse italienne » lors de sa première venue à Paris la même année⁸⁷. Plus tard elle présenta personnellement l'œuvre de Maria Montessori en plusieurs occasions :

- En 1943 elle publie un article intitulé « L'œuvre de M. Montessori »⁸⁸.
- En 1952, encore : « L'œuvre de Maria Montessori et l'école française »⁸⁹ et « Maria Montessori »⁹⁰.
- Dans le livre de Ch. Charrier⁹¹, qu'elle complète en 1955, elle reprend même sans rien y changer le résumé de l'exercice montessorien d'association d'une quantité à une écriture chiffrée... Mais le résumé ne mentionne pas la disposition mettant en valeur la parité.
- Dans son *Cahier de calcul combien font ?* (1956), Herbinière-Lebert reproduit par ailleurs ponctuellement des barrettes de perles Montessori.
- En 1961 elle publie encore un article dans le bulletin *Association Montessori de France*⁹².
- Et en 1968 à nouveau dans une publication de l'OMEP⁹³.

87 Une demi-heure à l'occasion de sa conférence à la Sorbonne. Cf. Suzanne Herbinière-Lebert, « L'œuvre de M. Montessori » in *Bulletin national de l'enseignement primaire*, n°3, mars 1943, p. 11-20.

88 Suzanne Herbinière-Lebert, « L'œuvre de M. Montessori » (*supra*) Conservé aux Archives départementales de la Drôme dans le fonds 2828W de l'Union drômoise de la Légion française des combattants.

89 HERBINIERE-LEBERT Suzanne, « L'œuvre de Maria Montessori et l'école française », *Les Conférences de l'école des parents*, N° 8, juillet 1952.

90 HERBINIERE-LEBERT Suzanne, « Maria Montessori », *L'Éducation enfantine*, n°9, 1952.

91 CHARRIER CH., *La pédagogie vécue à l'école des petits*, Fernand Nathan, collection « Préparation aux examens pédagogiques », 1934. Edition de 1955 « mis à jour et complété par Mme Herbinière-Lebert »

92 N°31. Décembre 1961

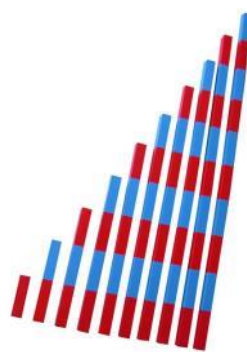
93 HERBINIERE-LEBERT Suzanne, « Mes rencontres avec M. Montessori », in *Journée Internationale de l'O.M.E.P.*, Paris, 9 mars 1968, pp. 13-17.

Si elle est familière de l'œuvre de Montessori, connaît-elle précisément dès les années 1920 la disposition en deux colonnes des cubes (ou objets) dans l'exercice montessorien de production d'une quantité correspondante à son écriture chiffrée ?

Nous avons vu qu'elle ne mentionne pas cette disposition dans la description de l'exercice qu'on trouve dans le livre de Charrier mis à jour par ses soins.

En revanche, un hommage explicite à Montessori est bien fait dans la première présentation des plaquettes Herbinière par le catalogue Nathan (1931), dont on peut penser qu'elle fut endossée sinon écrite par Suzanne Herbinière-Lebert : « Guidée par ce principe montessorien qui consiste à matérialiser chaque quantité et à la présenter sous la forme d'un tout, Madame Herbinière-Lebert, modifiant heureusement l'idée initiale, adopte la présentation des quantités sous l'aspect de figures numériques qui préparent leur analyse, favorisent leur perception intuitive et permettent l'apprentissage des nombres par la méthode globale. »⁹⁴

« Matérialiser chaque quantité et [...] la présenter sous la forme d'un tout » : tel n'est pas l'objet de l'exercice montessorien où apparaissent les deux colonnes de cubes, mais plutôt celui de l'exercice montessorien des barres rouges et bleues, à propos duquel Maria Montessori énonce : « L'importance de ce matériel fondamental est qu'il donne une idée claire du nombre. En effet, quand un nombre est nommé il existe comme un objet, une unité par lui-même. [...] Quand un enfant nous montre le 9, il manipule une barre inflexible – un objet complet en lui-même et pourtant composé de neuf parties égales qui peuvent être comptées. »⁹⁵



Le « **jeu B** » d'Herbinière-Lebert – les « plaquettes en relief avec éléments fixes » - s'inspire bien de ce principe tout en renforçant la « figure » propre à chaque nombre, ce qui rend inutile le comptage 1 à 1 : « Madame Herbinière-Lebert, modifiant heureusement l'idée initiale, adopte la présentation des quantités sous l'aspect de figures numériques qui préparent leur analyse, favorisent leur perception intuitive et permettent l'apprentissage des nombres par la méthode globale »⁹⁶

Produire une quantité correspondant à l'écriture chiffrée d'un nombre – objet de l'exercice montessorien avec disposition en deux colonnes – pourrait tout de même être l'objet du « **jeu A** » (plaquettes trouées avec éléments mobiles) puisqu'un chiffre figure au bas des plaquettes et que des unités mobiles peuvent être insérées dans les trous de la plaquette. Mais tel n'est pas son objet. Les plaquettes trouées Herbinière-Lebert sont accompagnées de « bouchons aux sections coloriées, chacune d'une couleur différente, les mêmes pour chaque bouchon [...] Il conduit peu à peu l'enfant de 4 à 6 ans à la connaissance globale, puis analytique des quantités qui peuvent se décomposer aisément, grâce à la mobilité des éléments à compter ; les trous à fond coloré maintiennent la figure de la quantité étudiée qui demeure un témoin de l'expérience. »

94 Librairie Fernand Nathan, Catalogue raisonné du matériel didactique et des publications à l'usage des écoles maternelles, jardins d'enfants, classes enfantines, n°1, 1931.

95 MONTESSORI Maria, *Dr Montessori's Own Handbook*, New-York : Frederick A. Stokes Company, 1914, p. 107 [ma traduction].

96 Librairie Fernand Nathan, Catalogue raisonné du matériel didactique et des publications à l'usage des écoles maternelles, jardins d'enfants, classes enfantines, n°1, 1931.

Tandis que l'exercice montessorien avec présentation des unités en deux colonnes vise à savoir **compter des unités séparées** en gardant mémoire du nombre demandé : l'enfant doit aller compter une par une des unités à rapporter au bureau et les disposer sous le chiffre correspondant. Pour vérification, l'enseignante se contente aussi de compter les unités. La disposition des unités n'est utilisée que pour distinguer pairs et impairs et plus tard pour diviser par deux. Nulle part n'est mentionné que l'enfant serait censé mobiliser sa mémoire de la disposition finale des unités.⁹⁷

L'enjeu de tous les premiers exercices portant sur les chiffres est pour Montessori d'entrer dans l'abstraction. La disposition des unités importe peu en tant que telle : c'est le nombre sous son écriture chiffrée qui rassemble les unités en un tout et non plus les barres rouges et bleues :

« L'enseignement des chiffres marque une avancée par rapport aux barres dans la démarche du comptage d'unités séparées. Quand les chiffres sont connus, ils serviront la même finalité dans l'abstrait que les barres servent dans le concret, c'est-à-dire qu'ils permettront d'unifier en un tout un certain nombre d'unités séparées [...] Un des premiers exercices sera de placer les cartes où le nombre est écrit au-dessus des barres arrangées de manière graduée. [...] Après cet exercice vient ce que nous pourrions appeler « l'émancipation » de l'enfant. Il a apporté ses propres chiffres avec lui et, à présent, en les utilisant il saura comment grouper ensemble les unités. [...] L'exercice consiste à placer en face d'un chiffre le nombre d'objets qu'il indique. Dans ce but l'enfant peut utiliser la boîte [...] divisée en compartiments. [...] Un autre exercice consiste à disposer tous les chiffres sur la table et à placer au-dessous le nombre correspondant de cubes, jetons, etc. »⁹⁸

Pour confirmer ces réflexions, je peux enfin m'appuyer sur ma découverte tardive de la première présentation des plaquettes Herbinière, en 1926 dans *L'Éducation enfantine*⁹⁹. Suzanne Herbinière-Lebert énonce clairement : « Nous avons repris l'idée qui conduisit M^{me} Montessori à établir ses barres et ses chaînes de perles, idée consistant à matérialiser chaque quantité et à la présenter sous la forme d'un tout. Mais nous n'associons pas la notion de quantité à une longueur comme dans les barres, à une longueur et une couleur comme dans les chaînes de perles mais à une forme, à un plan, qui nous paraissent plus concrets encore. »

Voici donc une autre différence avec le matériel Montessori : la forme et le plan plutôt que la couleur et la longueur pour matérialiser les quantités sous la forme d'un tout.

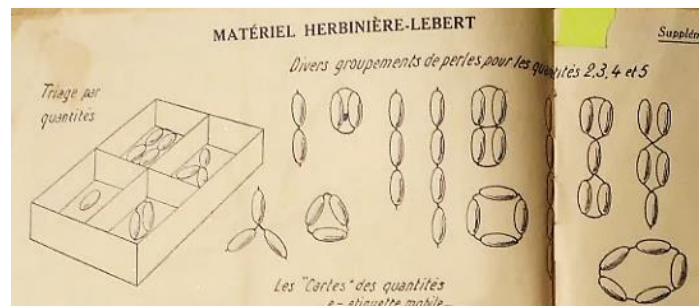
Suzanne Herbinière-Lebert avait par ailleurs retravaillé le matériel des perles selon ce principe. En voici l'illustration en 1927¹⁰⁰

97 Cf. MONTESSORI Maria, *Pédagogie scientifique*,

98 MONTESSORI Maria, *Dr Montessori's Own Handbook*, New-York: Frederick A. Stokes Company, 1914, p. 109-111. [Ma traduction]

99 HERBINIERE-LEBERT Suzanne, « Initiation sensorielle au calcul », *L'Éducation enfantine*, n°1, 1^{er} octobre 1926.

100 *L'Éducation enfantine*, Supplément au numéro 1 du 1^{er} octobre 1927.



En conclusion, les plaquettes Herbinère-Lebert poursuivent un objectif voisin de celui des barres rouge et bleue Montessori au moyen d'une disposition spatiale voisine de celle de l'exercice montessorien d'association d'une quantité à un nombre, mais il ne semble pas que cette disposition ait été empruntée à Maria Montessori. Quoi qu'il en soit le matériel Herbinère-Lebert fait preuve d'une originalité incontestable à la fois dans sa conception matérielle et dans son utilisation.

VI. Catherine Stern, née Käthe Brieger (1894-1973)

Peu avant ou plus probablement après la Seconde guerre mondiale, un autre matériel à la configuration très semblable et sur plaques a été créé : les « *Pattern Boards* » de Catherine Stern.

Docteure en physique, Catherine Stern¹⁰¹ se forma à la méthode Montessori de 1921 à 1923 puis elle ouvrit le premier jardin d'enfant Montessori à Breslau en Allemagne (aujourd'hui Wrocław, Pologne) en 1924. Le jardin d'enfant accueillit après l'école des enfants plus âgés et devint aussi un centre de formation d'enseignants. Quand elle dirigeait le jardin d'enfant elle conçut ses premiers matériels de lecture et d'arithmétique¹⁰², écrivit des articles et publia trois livres (1932 et 1933) présentant sa « pédagogie Montessori étendue » en lien avec les principes de Fröbel. D'ascendance juive bien qu'élevée dans la foi luthérienne, elle dut renoncer en 1934 à sa fonction à cause du régime nazi et développa plus avant ses propres méthodes d'enseignement. Après une première tentative d'émigration en France (dont elle parlait parfaitement la langue) en 1933, c'est finalement aux États-Unis qu'elle s'exila en 1938. En 1939 Max Wertheimer (un des fondateurs de la Gestaltpsychologie) lui écrivit combien il appréciait ses méthodes concrètes d'enseignement de l'arithmétique¹⁰³. Catherine Stern devint son assistante de recherche de 1940 à 1943 (mort de Wertheimer). C'est en lien avec les travaux de Wertheimer que Catherine

101 <https://sternmath.com/who-we-are.html>

102 C'est du moins ce qu'on apprend dans : Barbara Sicherman, Carol Hurd Green, *Notable American Women: The Modern Period : a Biographical Dictionary*, Harvard University Press, 1980.

103 STERN Frederick and HORNER Vikki, "Catherine Stern's Structural Arithmetic Method and the work of Max Wertheimer: The Value of Gestalts in Teaching Arithmetic", *Psychology Abstract Book from the 5th Annual International Conference on Psychology*, 30 - 31 May, 2011 & 1 - 2 June, 2011, Athens, Greece. Edited by Gregory T. Papanikos

Stern donna à sa méthode le nom d' « arithmétique structurale ». En 1944 Stern fonda la Castle School. Elle présenta sa méthode et son matériel d'enseignement en 1949 dans : *Children Discover Arithmetic*¹⁰⁴. Aux Etats-Unis la famille de Catherine Stern continue de former des enseignants et de distribuer son matériel¹⁰⁵. En Grande-Bretagne son matériel fut utilisé à partir des années 50s et commença de disparaître des écoles au milieu des années 80¹⁰⁶, à peu près comme le matériel Herbinière-Lebert en France, à cause des nouvelles orientations officielles.

De quand date la création des planchettes Stern ? Catherine Stern remplaça d'abord les chaînes de perles montessoriennes par des cubes de couleur collés entre eux (proches des réglettes Cuisenaire ou de la plus tardive « bûchette d'or » de Calcia)¹⁰⁷ puis elle développa un ensemble cohérent d'outils dont les « *pattern boards* » à une date que j'ignore (cf. ma photo ci-dessous d'un exemplaire d'avant 1963).



Grâce à ces outils « l'enfant travaille avec des structures claires qui lui montrent dès le départ les relations entre les nombres de notre système numérique »¹⁰⁸. L'objectif est donc similaire à celui d'Herbinière-Lebert. Les configurations des planchettes sont aussi les mêmes que celles des plaquettes Herbinière-Lebert (du moins dans la version ultérieure de ces dernières) et disposées de manière stable sur une belle planche en bois.

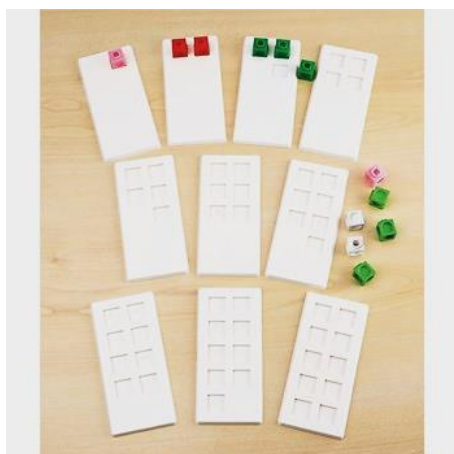
104 STERN Catherine B., *Children Discover Arithmetic: An Introduction to Structural Arithmetic*, Harper : 1949.

105 <https://sternmath.com/>

106 HORNER Vikki, "Dr Catherine Stern and Gestalt Psychology", <https://mathsextra.wordpress.com/2010/03/25/dr-catherine-stern-and-gestalt-psychology-3/> [Consulté le 18/08/2018]

107 Après la seconde guerre mondiale le Belge Georges Cuisenaire créa des réglettes sans gradation, distinctes entre elles par la taille et la couleur, qui furent popularisées surtout à partir de 1954 avec l'aide du Britannique Caleb Gattegno. En 1959 la Française Paulette Calcia créa des réglettes graduées, « la bûchette d'or » : deux faces opposées graduées (en cm), une face unie et une face chiffrée pour enseigner « la formation et la décomposition des nombres dans les grandes sections maternelles et les cours préparatoires. ».

108 Cf. *Children Discover Arithmetic*. Ma traduction.



Notons qu'un matériel britannique nommé **Multilink**, créé par Bob Stone (1934-2015) proposera ultérieurement (années 1970 ?) ses propres *Pattern Boards* en plastique (image de gauche), manifestement inspirés de ceux de Catherine Stern, adaptés à des cubes assemblables sur toutes leurs faces (contrairement aux cubes Unifix, d'où leur nom de « Multilink ». Les Unifix auront eux des *pattern-boards* basés sur les dominos).

Les *pattern-boards* de Catherine Stern sont très similaires aux « plaquettes trouées avec éléments mobiles » de Suzanne Herbinière-Lebert créées dès 1923, présentées au public dès 1926 et commercialisées en 1931, à la différence de la forme des unités à insérer : des cylindres chez Herbinière-Lebert et des cubes¹⁰⁹ chez Stern. L'ordre d'ajout des unités diffère aussi : Herbinière-Lebert, sur les premières versions de ses plaquettes, ajoute les nouvelles unités à droite sur les plaquettes disposées verticalement, tandis que Stern dispose les nouvelles unités à gauche. La disposition de Stern respecte mieux le sens de la lecture quand les plaquettes sont verticales, et celle d'Herbinière-Lebert respecte mieux le sens de la lecture quand les plaquettes sont horizontales (mais cette orientation n'est pourtant pas celle des plaquettes trouées).

Les *pattern-boards* diffèrent en revanche des « plaquettes en relief avec éléments fixes » de Suzanne Herbinière-Lebert en ce que les contours des planches de Stern sont tous identiques au contour de la planche rectangulaire présentant le nombre 10, ce qui interdit d'accoler les planches pour composer un autre nombre ou de les superposer pour comparer les compositions de nombres. De plus les unités présentées sur les planches sont des trous carrés permettant d'insérer des cubes colorés.

Je comprends donc que c'est entre 1924 et 1949 (et sans doute après avoir développé ses réglettes) que Catherine Stern a conçu ses *pattern boards*, donc après la date de création par Suzanne Herbinière-Lebert de ses plaquettes trouées (1923). Si la création des planchettes Stern fut plus proche de 1924, cela signifie que la découverte fut parallèle à celle des plaquettes Herbinière-Lebert. Si la création des planchettes Stern fut postérieure aux articles d'Herbinière-Lebert parus dans *L'Éducation enfantine* à partir de 1926 et surtout postérieure au Congrès de l'enfance et à l'édition par Nathan du matériel Herbinière-Lebert (1931), il n'est pas impossible que Catherine Stern, francophone et qui passa plusieurs mois en France en 1933¹¹⁰ en vue d'un exil possible en Afrique du Nord, ait eu connaissance du matériel français. Ce n'est qu'en 1934

109 Ces cubes présentent l'avantage important de pouvoir être alignés comme les barres (*Rods*) de la même Catherine Stern et de proposer ainsi aux élèves plusieurs représentations des quantités.

110 Les époux Stern y passent plusieurs mois à partir de septembre 1933 car Rudolf espérait trouver un poste de médecin en Afrique du nord. Cf. STERN Fritz, *Five Germanies I Have Known*, New York: Farrar, Straus and Giroux, 2006

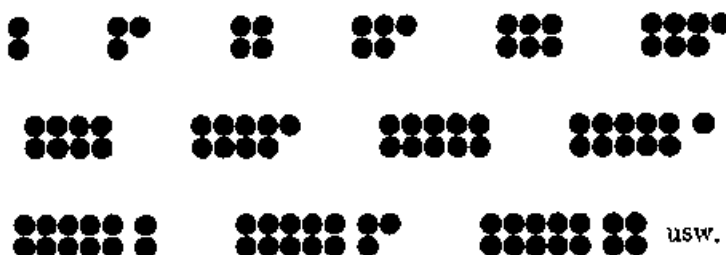
que Catherine Stern présenta pour la première fois une partie de son matériel mathématique (en Suisse).

Quoi qu'il en soit elles héritèrent chacune à leur manière des principes de Maria Montessori. Certains affirment même que le dispositif des *Pattern Boards* « est une variante de la méthode que Montessori avait proposée pour exercer la mémoire des nombres chez les jeunes enfants »¹¹¹. Cette méthode est celle que nous avons décrite plus haut qui met aussi en valeur la distinction entre nombres pairs et impairs. Ce qui distingue pourtant fondamentalement les planchettes Stern de cet exercice montessorien, comme chez Suzanne Herbinière-Lebert, c'est que « Stern pensait que Montessori mettait trop l'accent sur le comptage et n'insistait pas assez pour rendre les relations numériques apparentes visuellement »¹¹². Et, comme nous le notions à propos des configurations Herbinière-Lebert, les configurations de Maria Montessori ne sont pas organisées de manière tout à fait identique. Si bien que j'ai envisagé une autre source possible sur l'indication de Jean-Paul Fischer : l'Allemand Born.

VII. Born (1833-1877)

En 1867 l'Allemand Born dévoile son « Nouvel appareil de calcul pour illustrer les opérations arithmétiques au moyen de nombres imagés de couleurs changeantes¹¹³ ». La configuration qu'il utilise est celle qu'adopteront Suzanne Herbinière-Lebert et Catherine Stern. Ont-elles connu son origine ? Peut-être pas. Mais il est très probable qu'elles aient rencontré ces images des nombres car ces dernières ont, entre toutes, reçu la caution des premières expériences académiques de perception du nombre chez les jeunes enfants.

Bornschen Zahlbilder. Sie sehen so aus :



114

L'appareil de Born est un exemple de plusieurs essais allemands au XIX^e siècle pour représenter les nombres de manière stable au sein d'une série clairement identifiable par l'enfant en

111 Peggy Aldrich Kidwell, Amy Ackerberg-Hastings and David Lindsay Roberts, *Tools of American Mathematics Teaching 1800-2000*, Johns Hopkins University Press, Baltimore : 2008, p. 151.

112 *Tools of American Mathematics Teaching* (cf. note précédente), p. 150.

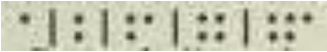
113 Traduction approximative du titre : BORN, *Neuer Rechenapparat zur Veranschaulichung der Rechenoperationen an Zahlbildern mit wechselnden Farben*, Berlin, 1867.

114 Illustration tirée de KÜHNELL Johannes, *Neubau des rechenunterrichts: ein handbuch für alle, die sich mit rechenunterricht zu befassen haben*, J. Klinkhardt, 1941

organisant les nombres en groupes de 2, 3, 4, 5... éléments¹¹⁵. Pour permettre d'illustrer en même temps les opérations arithmétiques, des appareils ont été munis de pièces mettant en valeur les décompositions de chaque nombre.

L'appareil de Born permettait à la fois de cacher ou dévoiler un groupe de points et de changer leur couleur. L'une des rares études sur ces appareils¹¹⁶ nous le décrit :

Il dispose « 100 points sur 10 rangées de 10 points chacune. Chaque rangée de points peut être complètement ou partiellement recouverte et exposée par un volet. Les points des deux rangées inférieures (nombre compris entre 1 et 20) peuvent changer de couleur pour apparaître en noir ou en rouge ; ils peuvent aussi adopter la couleur blanche de leur environnement, c'est-à-dire qu'ils disparaissent devant les yeux des élèves. Le changement de couleur est réalisé de manière assez ingénieuse. Les points des deux rangées inférieures représentent, en y regardant de plus près, des ouvertures circulaires faites sur deux bandes de métal. Selon la couleur de l'arrière-plan, ils apparaissent en noir, rouge ou blanc - noir lorsque l'arrière-plan du panneau est visible et rouge ou blanc lorsque les rayures rouges ou blanches des deux barres en saillie à droite passent derrière les ouvertures. En manipulant correctement les barres, les nombres conçus

selon la loi des deux  peuvent être séparés en deux composants de couleurs différentes. »¹¹⁷

L'avantage des configurations de Born par rapport à celles proposées par d'autres pédagogues allemands a été discuté dans plusieurs ouvrages en allemand de la fin du XIXe siècle¹¹⁸ et du début du XXe siècle, particulièrement par Lay en 1898, l'inventeur de la didactique des mathématiques.

La question posée à ces nombres imagés (les Allemands disent alors « *Zahlbilder* » / « *Zahlenbilder* » et Howell en anglais « *number picture* ») est de savoir quelle représentation des

115 HÜBNER Max, *Die Apparate für instrumentales Rechnen und die wichtigsten Rechenapparate für den Schulgebrauch, nach ihrer inneren Zusammengehörigkeit betrachtet ein Führer durch die Rechengruppe des städtischen Schulmuseums*, Breslau Schulmuseum ; Zimmer, 1898.

FREEMAN Frank N., "Grouped Objects as a Concrete Basis for the Number Idea", *The Elementary School Teacher*, Vol. 12, No. 7 (Mar., 1912), pp. 306-314, The University of Chicago Press. Stable URL: <https://www.jstor.org/stable/993455>

116 HÜBNER Max, *Die Apparate für instrumentales Rechnen...*, 1898 [Cf. note supra][Ma Traduction approximative]. Voir aussi en annexe la description de son acquisition par l'université de Clarck aux Etats-Unis.

117 HÜBNER Max, *Die Apparate für instrumentales Rechnen...*, 1898 [note supra]

118

- LAY W.A., *Führer durch den ersten Rechenunterricht*, Wiesbaden, 1898. [Version révisée en 1907].

- PFEIFFER, L.: Experimentelle Bewertung der Rechenapparate, die auf die Bornschen und die quadratischen Zahlbilder gegründet sind. In: *Die Experimentelle Pädagogik II* (1906), S. 133- 146.

- WALSEMANN H. J., *Anschauungslehre der Rechenkunst auf experimenteller Grundlage*, Schlesswig, 1907.

- KNILLING, "Kritik zu W. A. Lay's experimenteller Forschungsergebnissen". *Pdd.-psych. Sttidien* III. 11. Is

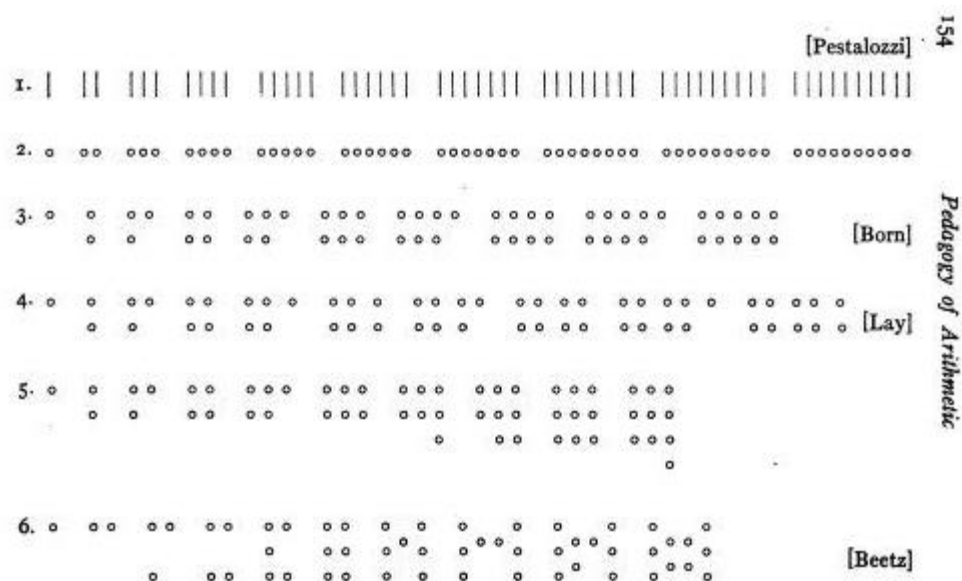
- FREEMAN Frank N., *Untersuchungen über den Aufmerksamkeitsumfang und die Zahlauffassung bei Kindern und Erwachsenen*, Arbeiten aus dem Institut für Psychologie und experimentelle Pädagogik, Alfred Hahn, Leipzig : 1910.

- FREEMAN Frank N., "Grouped Objects as a Concrete Basis for the Number Idea", *The Elementary School Teacher*, Vol. 12, No. 7 (Mar., 1912), pp. 306-314, The University of Chicago Press. Stable URL: <https://www.jstor.org/stable/993455>

- HOPF Caroline, *Die experimentelle Pädagogik: empirische Erziehungswissenschaft in Deutschland am Anfang des 20. Jahrhunderts*, Julius Klinkhardt, 2004. [Un chapitre traite de Lay].

- DRESE P. O., *La didactique expérimentale de W. A. Lay*, Louvain : Nauwelaerts, 1956.

quantités est la plus aisément identifiable et utilisable par des enfants quand on montre la quantité si brièvement aux élèves qu'ils ne peuvent pas compter 1 à 1. Voici par exemple des configurations examinées par Walsemann :



Toutes les expériences montrèrent l'avantage des nombres-images sur les représentations en ligne (qui étaient celles des bouliers) et la question fut alors de départager les différents nombres-images et particulièrement deux fréquents finalistes : les configurations de Born et de Lay, toutes deux proches. Dans celle de Born les paires de point sont à équidistance les unes des autres tandis que dans la configuration de Lay (dite « quadratique ») après deux paires de points la paire suivante est à plus grande distance de la précédente. Lay prouva que sa proposition était un peu plus pertinente que celle de Born.

Les expériences de Lay furent en partie confirmées par Ludwig Pfeiffer et critiquées par Georg Schneider, Hermann J. Walsemann et Ernst Troeltsch qui promurent les configurations de Born. L'Américain Howell¹¹⁹ fit l'état de la question en 1914 en prenant parti pour Lay.

En tant que matériel, l'invention de Born montre des similitudes avec le « jeu B » Herbinière par sa pratique de la décomposition au moyen de caches et avec le « jeu A » par le système des couleurs. Mais les plaquettes Herbinière-Lebert et les planchettes Stern sont des matériels de manipulation pour chaque élève qui mène ses propres expériences et valide lui-même ses réussites.

Quoi qu'il en soit la configuration de points choisie à la fois par Herbinière-Lebert et par Stern n'était pas une invention complète¹²⁰ et pouvait même s'appuyer sur une légitimité scientifique.

119 HOWELL Henry Budd, *A foundational study in the pedagogy of arithmetic*, New York: The Macmillan company, 1914.

120 George Ifrah présente même une configuration identique qui est l'une des notations numériques utilisées dans le système sumérien archaïque. Cf. IFRAH George, *Histoire universelle des chiffres. Lorsque les nombres racontent les hommes*, Seghers, Paris, 1981, p. 187. On trouve aussi une présentation similaire (mais sans exploitation didactique réelle) par exemple dans H. Baudeuf, « Arithmétique expérimentale », *L'Éducation enfantine*, 20 avril 1914.

Catherine Stern, née allemande, eut sans doute encore plus d'occasions que Suzanne Herbinière-Lebert de connaître les configurations de Born. Mais les expériences de Lay furent diffusées aussi en langue française¹²¹. Charles Chabot les commente assez favorablement en 1904 dans la revue dirigée par Alfred Binet¹²². Dès 1916 la pédagogue Alice Descœudres (chargée du cours d'éducation spéciale à l'Institut J.-J. Rousseau de Genève) s'en inspire pour une large part de son enseignement du calcul publiée dans *L'Éducation des enfants anormaux*¹²³. Descœudres est une figure de l'éducation nouvelle, son livre fut traduit en sept langues et réédité quatre fois et elle contribua au Congrès international de l'enfance de 1931 organisé par Suzanne Herbinière-Lebert. Nous savons qu'au plus tard en 1927¹²⁴ cette dernière a lu Alice Descœudres et connaît donc certainement ses configurations de points (celles de Lay et non pas de Born).

Nous avons vu que Jean Baucomont (cofondateur du Bureau français d'éducation), qui recommandait les plaquettes Herbinière-Lebert, évoque les expériences de Lay en 1928. En 1955 Eugène Delaunay¹²⁵ pouvait, bien que mentionnant en passant les plaquettes Herbinière-Lebert (pour en critiquer la disposition verticale), s'appuyer sur des groupements de points explicitement empruntés à Lay et ces groupements étaient aussi présentés en 1949 au Congrès de Lyon organisé par l'Association générale des institutrices des écoles maternelles et classes enfantines.

Je reviendrai plus loin sur les matériels inspirés des configurations de Lay et sur les avantages respectifs des deux configurations.

Les configurations de Born eurent une importante postérité. De longues recherches sur Internet et dans des manuels écrits en allemand (langue à laquelle je ne comprends rien et Google Translate® pas assez) m'ont permis de retrouver plusieurs de ces pédagogues, à commencer par le plus influent d'entre eux encore aujourd'hui en Allemagne : Johannes Kühnel.

121 Voir aussi SARREMEJANE Philippe, « Didactisme et méthode didactique en France : la rationalité de la méthode et l'influence allemande, au début du XXe siècle. », *Paedagogica Historica. International Journal of the History of Education*, Volume 37, 2001 - Issue 3.

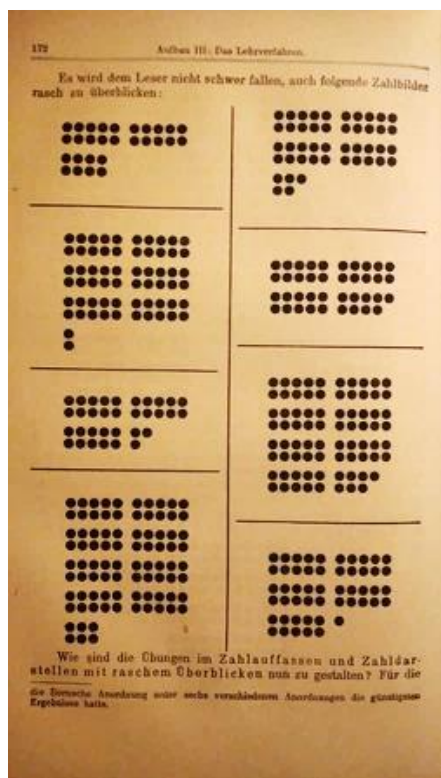
122 CHABOT Charles, « Revue de pédagogie », in *L'Année Psychologique*, 1905, vol. 12, p. 401 s.

123 DESCOEUDRES Alice, *L'Éducation des enfants anormaux, observations psychologiques et indications pratiques suivies d'un résumé des tests de Binet et Simon*, Neuchâtel : Delachaux et Niestlé, 1916. Plusieurs rééditions.

124 HERBINIÈRE-LEBERT Suzanne, « L'enseignement du calcul aux anormaux par l'initiation sensorielle », *Bulletin du FCH*, n° 8-9, [Foyer central d'hygiène physique, morale et mentale], mai-juin 1929, p. 11-22.

125 BRACHET François, CANAC Henri, DELAUNAY Eugène, *L'Enfant et le nombre, (éléments pour une pédagogie du calcul élémentaire)*, Didier, 1955.

VIII. Johannes Kühnel (1869-1928)



Johannes Kühnel présente la configuration de Born dans son livre de 1916 *Neubau des Rechenunterrichts. Ein Handbuch der Pädagogik für ein Sondergebiet*.¹²⁶ [Refondation de l'enseignement de l'arithmétique. Manuel de pédagogie pour zone spéciale], réédité dix fois jusqu'en 1966¹²⁷.

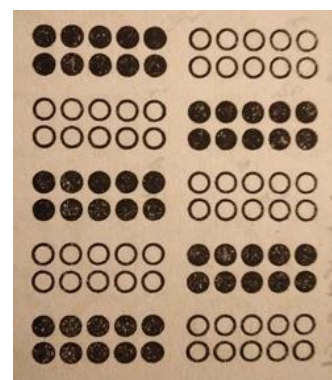
Bien qu'il dise ne pas accorder d'importance excessive à la forme des images numériques (*Zahlenbilder*), Kühnel affirme l'avantage des configurations de Born mettant en valeur les doubles et le repère du 5 et préparant parfaitement à l'introduction du système décimal. Il apprécie aussi le fait que chaque image d'un nombre comprend l'image du nombre précédent sous la même forme.

Kühnel montre que grâce à cette configuration on peut saisir 10 points comme une unité et ainsi examiner sans difficulté un nombre quelconque jusqu'à cent.

Sur ce principe il propose de concevoir pour la classe un « matériel pédagogique d'une valeur extraordinaire » qui est peut-être la première mention d'une pratique aujourd'hui courante consistant à montrer des « cartes à points » aux élèves, éventuellement assez rapidement pour que les élèves n'aient pas le temps de compter 1 à 1 et décomposent plutôt le nombre représenté. C'est ce que les Anglo-saxons appellent les *flash cards*. Le matériel consiste en 48 panneaux recto-verso, visibles de tous les enfants d'une classe (dimensions 35 x 42 cm), comportant les nombres de 5 à 100 figurés par des points noirs d'un diamètre de 25 mm. Les élèves doivent dire les nombres présentés successivement par le maître. Il fit imprimer le matériel dès cette époque sur le modèle de l'illustration ci-contre à gauche.¹²⁸

Pour que chaque élève participe plus activement, Kühnel propose aussi de fabriquer un matériel individuel. Un fer perforant est pressé sur du papier d'emballage bicolore plié sur 9 mm d'épaisseur (sur le modèle de l'illustration ci-contre à droite).

Enfin, son matériel le plus célèbre aujourd'hui est constitué d'un tableau de 100 (*hundertertafel*) ou 1000 (*tausendertafel*) ronds regroupés en dizaines dont l'élève occulte une partie avec un cache découpé de manière à faire apparaître un certain nombre de

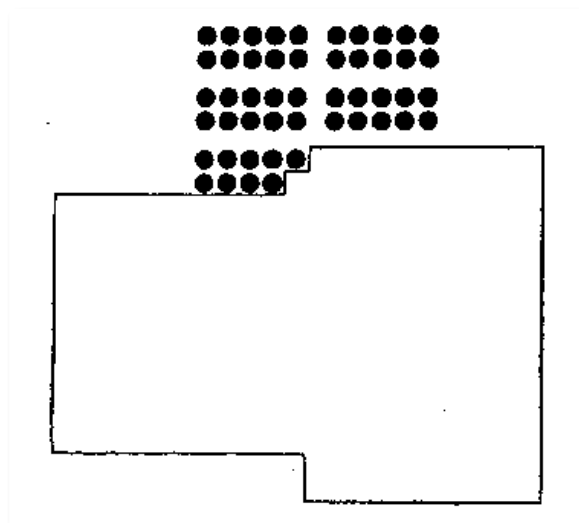
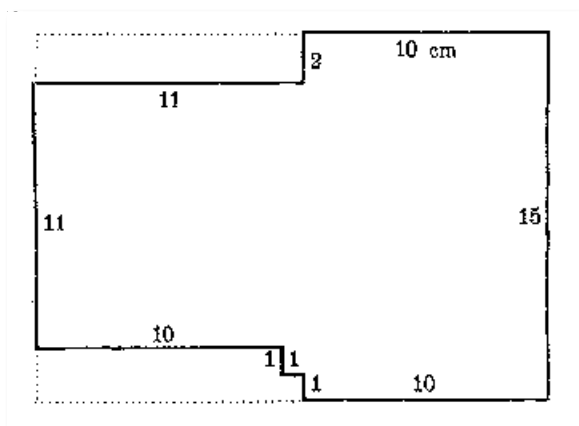


¹²⁶ Édité par Klinkhardt, Leipzig 1916.

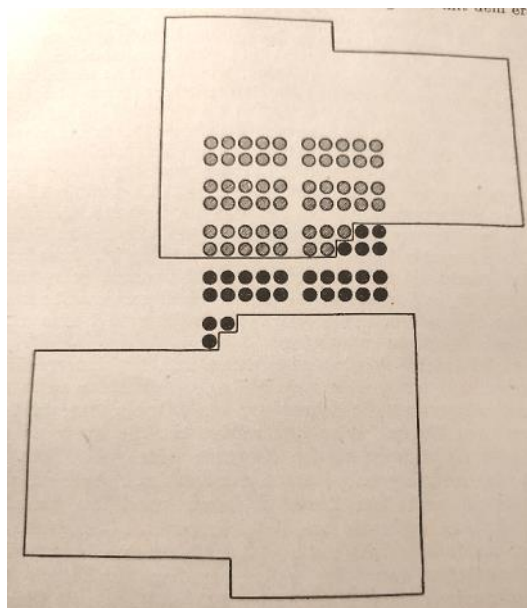
¹²⁷ Entre autres publications il faudrait consulter aussi son opuscule introuvable de 16 pages publié en 1925 : *Anleitung für Mütter und Lehrer zum Gebrauch der Zahl- und Einmaleinstafeln*.

¹²⁸ Illustration ci-contre extraite de KÜHNELL Johannes, *Neubau des rechenunterrichts: ein handbuch für alle, die sich mit rechenunterricht zu befassen haben*, J. Klinkhardt, 1941, p. 172.

dizaines et de portions de dizaines organisées comme les configurations de Born (sur le modèle de l'illustration ci-dessous¹²⁹).



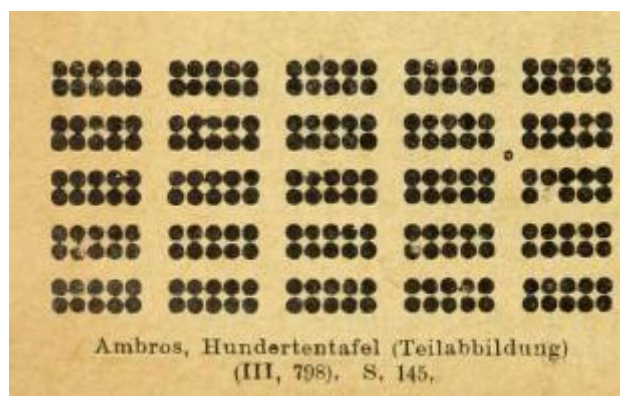
Les mêmes caches sont fabriqués en matière translucide pour les soustractions (ci-dessous).



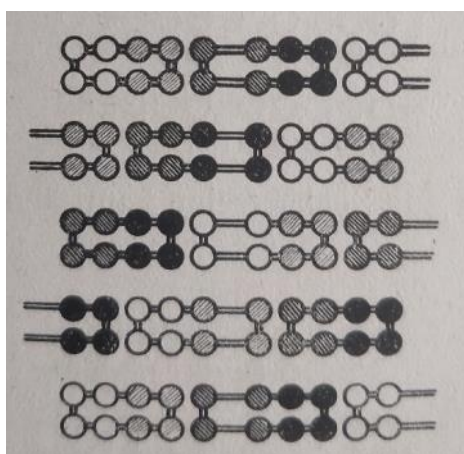
Était-il le premier inventeur de ce tableau de 100 ou 1000 points ? On trouve en effet dans un catalogue de 1914 un tableau similaire (ci-dessous) par un dénommé Ambros¹³⁰. Mais je ne sais rien de son usage et il n'est fait mention ni de cache ni de configurations de Born.

¹²⁹ Illustration extraite de *Nebau des Rechenunterrichte*.

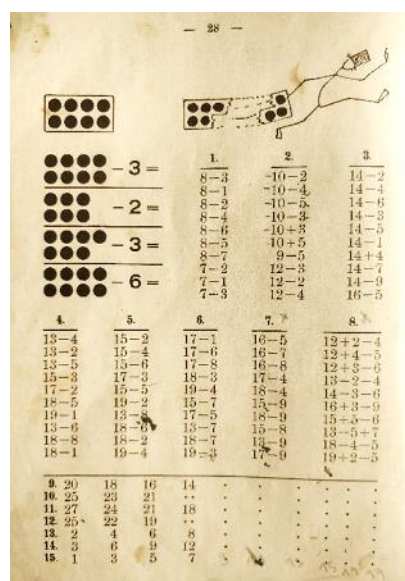
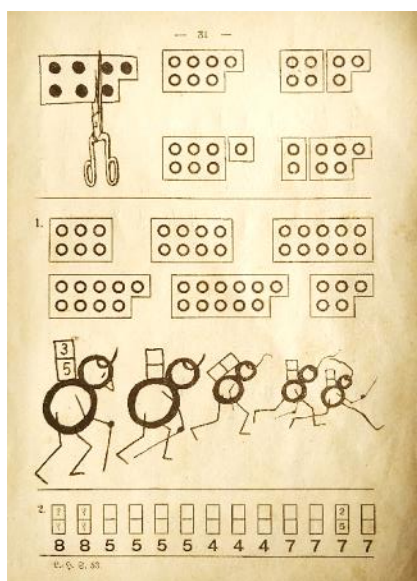
¹³⁰ *Schulwart : ein ausführliches verzeichnis der besten lehr- und Lernmettel*, 1914 URL : <https://archive.org/details/schulwarteinausf00unse/page/140/mode/2up>



Pour la multiplication Kühnel recommandait de dessiner les ronds puis de les relier et colorier tout en respectant l'organisation du tableau de 100 points (ci-dessous).



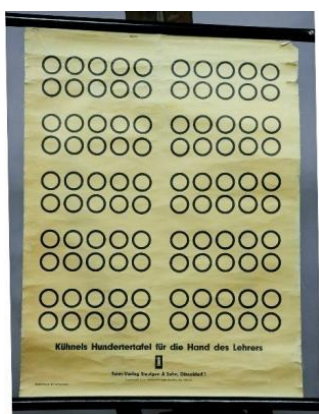
Dans ses manuels¹³¹ Kühnel pouvait aussi *dessiner* parfois ses configurations sous forme de plaquettes (photos ci-dessous).



131 *Rechenübungen für Volksschulen. Ausgabe A in 6 heften von einer Arbeitsgemeinschaft fächfifcher Schulmänner im Verein mit Professor Dr. Johannes Kühnel. Neubearbeitet. 1. Heft, 1930 Alwin Huhle, Verlagsbuchhandlung, Dresden.*

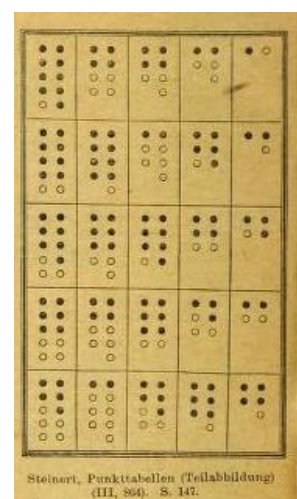
Les configurations promues par Kühnel, notamment sous la forme de tableaux de 100 ou 1000 ronds (illustration ci-dessous à gauche), furent encore utilisées bien après sa mort si bien qu'on les nomma plus souvent *Kühnelschen Zahlenbilder* que *Bornsche Zahlenbilder*. Kühnel fut aussi traduit à l'étranger¹³². Par ailleurs un matériel solide fut aussi édité sous son patronage dans les années 70 par l'éditeur Turm (Düsseldorf) dans la collection « Kühnels hunderterter Tafel » : « *Rechenkasten Nr. 3z nach Professor Johannes Kühnel* » (illustration ci-dessous à droite). Ce dernier tient à la fois du tableau de 100 et du matériel d'Ernst Troelltsch (voir plus bas).

Le travail de Kühnel fut continué par Eugen Koller (voir plus loin) qui préfaça des éditions tardives de Kühnel, notamment celle du *Neubau des Rechenunterrichts* et qui publia ses propres études et manuels basés sur les théories de Kühnel et leur prolongement (illustration ci-dessous au milieu où l'on retrouve le tableau de 100 et le cache).



IX. Steinert

Steinert commercialise, au plus tard en 1914¹³³, un *Punktaballen* : affiche en toile permettant de visualiser les différentes décompositions des nombres de 1 à 10 au moyen de deux couleurs.

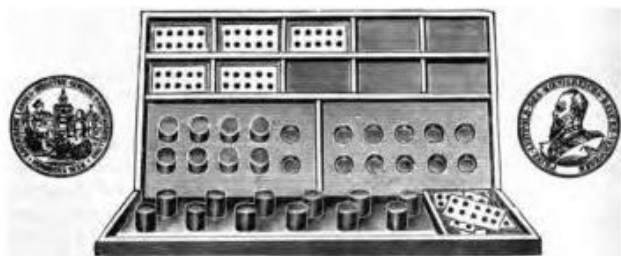


¹³² *Levend rekenonderwijs*, en néerlandais et, en espagnol, les livres *Orientaciones modernas en la enseñanza de la aritmética* et *Métodos para la enseñanza de la aritmética en la escuela primaria*.

¹³³ *Schulwart : ein ausführliches verzeichnis der besten lehr- und Lernmittel*, 1914 URL : <https://archive.org/details/schulwarteinausf00unse/page/142/mode/2up>

X. Ernst Troeltsch (1857-1916)

Troeltsch, Ernst, Lehrer in Nürnberg.
Die Veranschaulichung des grundlegenden Rechnens im Zahlenraum 1 bis
100 am Nürnberger Rechenbrett und an der Einmaleinstafel.



Zahlenraum 1 bis 20 = 1 m lang, 35 cm hoch, Scheiben = 48 mm
im Durchmesser.

Zahlenraum 1 bis 120 = 1 m lang, 55 cm hoch, Scheiben = 48 mm
im Durchmesser.

Kinderrechenbrett 1 bis 20 = 35:9 cm, 1 bis 120 = 32:16 cm.
Einmaleinstafel 64:64 cm.

Ernst Troeltsch¹³⁴ prit part à la controverse visant à départager les configurations de Lay et de Born. Il est l'auteur en 1901 de *Beitrag zur Methodik des grundlegenden Rechenunterrichts durch Veranschaulichung des Rechnens 1 bis 100 am Nürnberger Rechenbrett von Ernst Troeltsch*, Selbst verlag [Contribution à la méthodologie de l'enseignement mathématique de base en illustrant le calcul 1 à 100 sur la table à compter de Nuremberg par Ernst Troeltsch, Autoédition.] et il répondit à

ses détracteurs dans un article de 1903¹³⁵.

Son *Nürnberger Rechenbrett* (tableau de calcul de Nuremberg) conçu en 1893, est probablement le premier essai de construction d'un matériel concret manipulable par les élèves selon les configurations de Born. En 1914 il était utilisé « dans environ 2000 écoles en Allemagne, rien qu'à Nuremberg dans plus de 200 classes, dans la plupart des écoles auxiliaires (au moins 60 à Berlin) pour idiots, sourds et muets. »¹³⁶ Kühnel le mentionnera dans son ouvrage de 1916.

« Cette planche à calculer se compose d'un fond à teinte verte dans lequel sont percés, en deux rangs superposés, vingt trous circulaires d'environ 5 cm. de diamètre. Dans ces trous on peut placer de gros dés de forme cylindrique dont l'une des extrémités est noire et l'autre rouge. Au-dessous se trouve un tableau noir divisé en compartiments et sur lequel on fera figurer les nombres dont on s'occupe. Les applications que l'on peut en déduire conduisent à faire comprendre aux enfants l'une ou l'autre des quatre opérations fondamentales. »¹³⁷

Le *Schulmuseum* de Nuremberg¹³⁸ donna une nouvelle édition du matériel par le professeur Leonhard Wiedmann en 1925 (Cf. ma photo ci-dessous). Cette édition en carton était accompagnée d'un texte explicatif.

134 Voir à son sujet : OELBAUER Daniel, « Wir gestehen gern, daß wir dem Rechenbrett ohne Rückhalt den Vorzug vor der russischen Rechenmaschine zugestehen. » Ernst Troeltsch (1857—1916) und sein Nürnberger Rechenbrett. Biographische und didaktische Anmerkungen », In: *Frankenland* ; 68 , 4 ; 246-259 ; 2016

135 Bayerische Lehrerzeitung, n°38, 1903.

136 *Bibliotheca Paedagogica. Verzeichnis der bewährtesten und neusten Lehrmittel für höhere, mittlere und Elementarschulen sowie von Werken der Erziehung und unterrichts-wissenschaft*. Köln [Cologne]: Ständige Lehrmittel-Ausstellung, 1914.

137 *Jahrbuch der Schweizerischen Gesellschaft für Schulgesundheitspflege / Annales de la Société Suisse d'Hygiène Scolaire*, n°5, 1904, p. 162.

138 Créé en 1906 par l'Association des enseignants de Nuremberg qui souhaitait exposer du matériel pédagogique.

Selon Troelltsch¹³⁹, pour comprendre les nombres et leurs relations un enfant a besoin de passer par l'intuition. Cette intuition est gênée par la variété des objets dans la salle de classe. Il lui faut un moyen de représentation qui groupe les objets dans l'espace sous une forme définie. Et plutôt qu'un comptage mécanique basé sur la récitation du nom des nombres, il faut plutôt construire chaque nombre après l'autre : chacune des images numériques doit être basée sur la précédente et pouvoir fusionner avec elle. Les nombres sont liés les uns aux autres sous une forme toujours identique.

En 1904 ce matériel avait déjà « subi de multiples imitations inférieures »¹⁴⁰ et quelques essais d'amélioration en renonçant aux figures numériques de Born, comme en témoigne Lay¹⁴¹ : « Selon mes investigations [...], les images quadratiques des nombres sur ma machine à calculer [...] sont nettement supérieures aux images numériques de Born sur le tableau de calcul de Nuremberg de M. Troelltsch [...]. Malgré tout, les images numériques de Born sont bien supérieures aux rangées de doigts et aux machines à calculer. »

Lay utilisa après Troelltsch une boîte avec des trous mais disposés selon sa configuration quadratique et sans cylindres bicolores¹⁴². Elle comptait de 20 à 100 trous.



139 Ernst Troelltsch, „Die Veranschaulichung des grundlegenden Rechnens im Zahlenraum 1|bis 100 am Nürnberger Rechenbrett und an der Einmaleinstafel“, in *Bericht über den I. Internationalen Kongress für Schul-Hygiene*, Nürnberg. 4 - 9 April 1904.

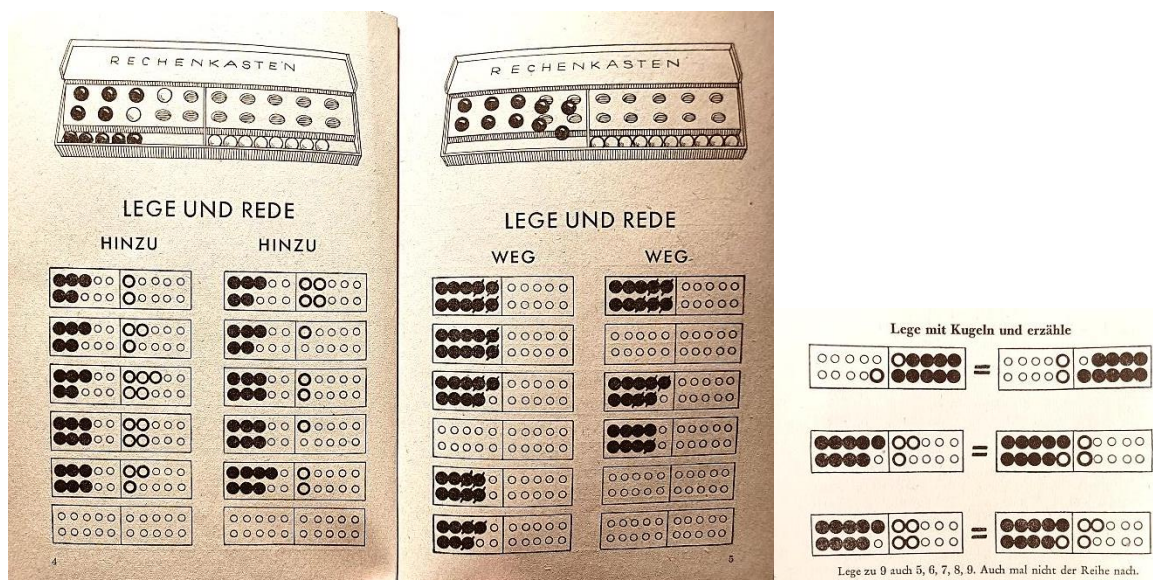
140 Joseph Drbohlav présente et promeut ce matériel dans : *Bericht über den I. Internationalen Kongress für Schulhygiene*, Verlag von J. L. Schrag, 1904. [P. 352-379](#)

141 *Bericht über den I. Internationalen Kongress für Schulhygiene*, Verlag von J. L. Schrag, 1904. P. 379.

142 *Bericht über den I. Internationalen Kongress für Schulhygiene*, Verlag von J. L. Schrag, 1904. P. 357.

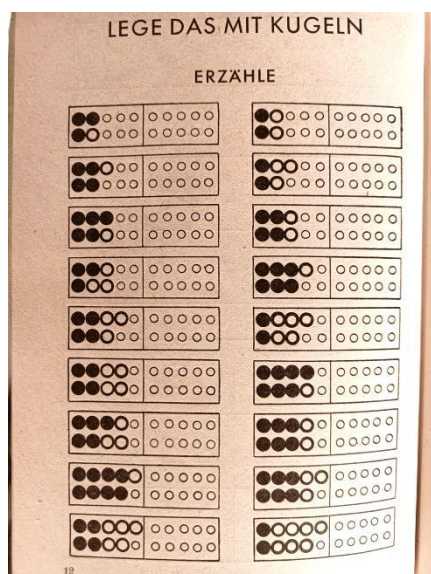
XI. G. Dobe et E. Schwarzlose

Dans leur manuel de 1926, les Allemands Dobe et Schwarzlose reprennent le principe de l'invention de Troelltsch avec leur *Rechenkasten*. L'ouvrage est republié par les forces britanniques après la Deuxième Guerre Mondiale en deux parties sous le nom *Deutsches Rechenbuch I. 1. Und 2. Schuljahr.*



On voit ici illustrée l'addition de deux nombres au moyen du *Rechenkasten*, à commencer par 5 et 2. 2 perles blanches sont rapprochées de 5 perles noires pour former la configuration de 7 points inventée par Born. La soustraction 10-4 est effectuée en retirant 4 perles noires sur la plaque de gauche du Rechenkasten et l'enfant reconnaît la configuration de 6 points. Ce procédé facilite aussi le passage de la dizaine, comme en témoigne l'exercice ci-dessus à droite.

Les décompositions de chaque nombre sont facilement représentées à l'aide des configurations de Born et des deux couleurs de perles (ci-dessous).



Les auteurs proposent aussi de découper des cartes dans du carton (6cm/10cm) : deux exemplaires de chaque nombre jusqu'à 10.



Deux jeux sont présentés à partir de ces cartes :

1er jeu (bataille) : chaque joueur reçoit deux cartes, additionne les points et compare avec ses voisins.

2ème jeu : identique mais celui qui a perdu paye la différence avec des tuiles.

Plusieurs exercices de calcul utilisent ces cartes ainsi que des cartes-dizaines colorées en vert.

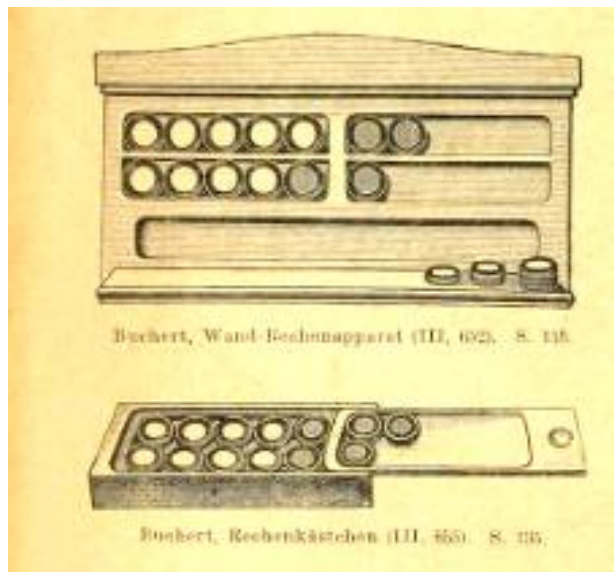
a) Avec une seule carte

- 2 à 9 cartes de dizaines sont distribuées à chacun puis une carte de 1 à 10 et le maître annonce un nombre que l'élève doit montrer.
- Soustraire 20 avec une seule carte, en s'aidant de

XII. Buchert

Buchert conçut un *Rechenkästchen* qui reprit l'idée d'unités déplaçables dans un cadre regroupant jusqu'à 10 unités sur deux rangées de 5 et disposées selon les configurations de Born. La différence avec le dispositif de Troelltsch est que les emplacements des unités ne sont plus des trous mais des rails dans lesquels les jetons circulaires sont posés et glissés.

Un catalogue de 1914¹⁴³ présente un matériel mural (*Wand-Rechenapparat*) de dimension 48/25 cm (avec accessoires de suspension et poteaux) et un matériel de l'élève (*Rechenkästchen*) de dimension 3/7,5/22 cm. En voici les dessins et la description : « Ce nouvel outil pédagogique a



pour objectif de rendre les cours élémentaires de base destinés aux enfants intéressants et efficaces avec des moyens simples. Surtout la décomposition habituellement associée à tant de difficultés, la familiarisation indépendante et complète avec le concept de dizaine, le dépassement de la dizaine, etc. Toutes les difficultés sont dépassées ici de manière ludique et pleine de sens. »

On voit sur l'illustration l'addition de 4 à 9 et le passage de la dizaine facilité par l'outil : $9 + 4 = (9 + 1) + 3 = 13$.

**

Avec ces trois premiers exemples d'utilisation des configurations de Born nous n'avons pas encore rencontré de plaquettes semblables à celles de Suzanne Herbinière-Lebert, surtout à celles tellement originales qui permettent d'assembler deux collections-témoins sans passer par le déplacement des unités de base. Ce n'est que tardivement que j'ai fini par trouver les exemples qui expliqueraient pourquoi Suzanne Herbinière-Lebert n'a manifestement jamais fait breveter ses matériels.

143 Schulwart : ein ausführliches verzeichnis der besten lehr-und Lernmettel, 1914; p. 136.

XIII. Georg Schneider (1865-1938)

En faisant des recherches sur les « images des nombres » / « *Getalbeelden* » en Belgique je découvre la couverture d'un manuel du début du XX^e siècle publié par la congrégation enseignante des Frères de la Charité. Sur cette couverture figure le dessin d'une configuration de points de Born encadrée de manière non pas rectangulaire mais suivant le contour de l'organisation des points, comme les plaquettes Herbinière-Lebert. Ce dessin était-il basé sur un matériel similaire ?



L'archiviste des Frères de la Charité m'indique que le manuel se revendique de l'Allemand Georg Schneider et il me communique un prospectus de l'auteur promouvant un « Rechenapparats »¹⁴⁴ qui est manifestement la première occurrence des plaquettes dont je croyais Suzanne Herbinière-Lebert la première inventrice. On y voit un tableau noir incliné sur un chevalet. Il comporte



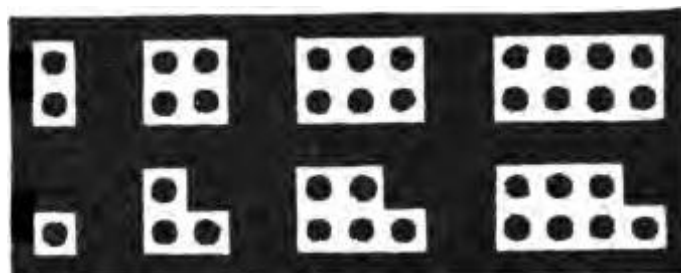
cinq baguettes horizontales permettant de poser des plaques.

Les deux premières baguettes en partant du haut montrent les nombres de 1 à 6. Un disque est complété plus haut par un autre pour former une paire puis une nouvelle unité est jointe à droite dans la rangée du bas. La troisième baguette montre la formation du nombre 4 avec deux plaques de deux disques juxtaposés et du nombre 5 avec une plaque de deux disques et une plaque de trois disques. Elle montre aussi une plaque de deux disques et une plaque identique retournée, sans disque, peut-être pour représenter la soustraction.

¹⁴⁴ Le prospectus est ainsi libellé : „Die Wirkliche Veranschaulichung der zahlen und Operationen bei Erteilung des ersten Rechenunterrichts aufgrund des Zahlenbilder Rechenapparats zugleich Bruchrechenapparats und Lesemaschine von Georg Schneider, Lehrer. Gegründet auf die Entwicklungsgeschichte und zahlreiche psychologische Versuche. Alle Rechte vorbehalten. Selbstverlag: Gg. Schneider, Schwarzbach-Eisfeld, Thür. Preis 1 M. 50 Pig.“ Traduction automatique réinterprétée par un non-germanophone : « L'illustration réelle des nombres et des opérations lors de la première leçon d'arithmétique au moyen de l'appareil de calcul par images des nombres, à la fois calculateur de fractions [décomposition des nombres ?] et appareil de lecture [??], par Georg Schneider, enseignant. Basé sur l'histoire évolutive [[du développement / le développement historique ?]] et de nombreuses expériences psychologiques.



Dans le livre de Georg Schneider qui décrit sa méthode - *Die Zahl Im Grundlegenden Rechenunterricht*¹⁴⁵ - se trouvent les mêmes images des nombres sur fond noir (ci-dessous) mais il n'est pas clair que ces images représentent un matériel solide, l'ouvrage de Schneider étant un ouvrage d'abord théorique et expérimental qui n'aborde qu'à la fin brièvement la question d'un matériel adéquat aux principes qu'il défend.



Georg Schneider, Allemand de Thuringe, naquit le 19 mai 1865 à Hammern et décéda le 3 février 1938 à Dortmund. Il enseigna à Schwarzbach près d'Eisfeld de 1889 à 1901 où il présenta son *Zahlenbilder Rechenapparats*, breveta son *Rechen-Federkästchen* à l'usage des élèves (aux Etats-Unis en 1899) et publia son maître ouvrage *Die Zahl Im Grundlegenden Rechenunterricht* (1900) puis, souffrant de surdité, il demanda une mutation dans la petite localité de Reichenbach près de Rudolstadt où il fut membre d'un Observatoire Pédagogique (*Pädagogischen Warte*). Il y publia l'opuscule *Unterrichtliche Behandlung der ersten Zahlen*¹⁴⁶. Il prit sa retraite en 1926¹⁴⁷.

145 Georg Schneider, *Die Zahl Im Grundlegenden Rechenunterricht: Entstehung, Entwicklung Und Veranschaulichung Derselben Unter Bezugnahme Auf Die Physiologische*, Berlin: Verlag von Reuther & Reichard, 1900. Publié dans : *Sammlung von Abhandlungen aus dem Gebiete der Pädagogischen Psychologie und Physiologie*, Herausgegeben von H. SCHILLER und TH. ZIEHEN, III. Band, 7. Heft.

146 Cette mention vient de Javinus Custers, *Handleiding bij Progressief Rekenen. Vernieuwde rekenmethode. Kant en klaar*, Broeders van Liefde, 1969. Il évoque un autre texte de Schneider : GEORG SCHNEIDER, *Unterrichtliche Behandlung der ersten Zahlen. Beispiel: Die Zahl 8*. Von Georg Schneider, Lehrer, Ständigen Mitarbeiter der "Pädagogischen Warte, Reichenbach bei Rudolfstadt, Eigener Verlag des Verfassers.

147 Les dates de naissance et décès et de prises de fonctions m'ont été indiquées par un archiviste du Hauptstaatsarchiv de Weimar qui possède un dossier personnel sur Schneider (LATH – HStA Weimar,

Dans son étude théorique des différentes représentations des nombres et outils pédagogiques correspondants, Schneider prend parti contre les représentations alignées telles les barres de Tillich, leur préférant d'autres organisations d'unités dans l'espace et parmi celles-ci il conteste de manière argumentée la prééminence du système quadratique de Wilhelm August Lay et promeut le système de Born.

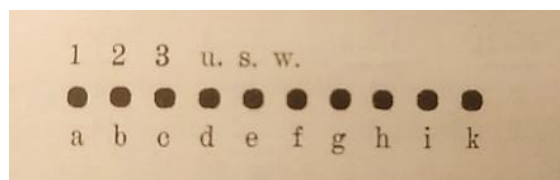
L'enjeu de ces représentations pour Schneider est le suivant :

« pour apprendre à compter [...] il faut absolument éviter de confondre les nombres cardinaux avec les nombres ordinaux ! Mais comment ces différences sont-elles censées devenir claires pour les enfants *lorsqu'ils doivent nommer* – par exemple sur un boulier [Kugelmashinen] – la 1^{ère} unité comme 1, la 2^{ème} unité comme 2, la 3^{ème} comme 3, etc. ?! L'enfant qui observe attentivement et réfléchit logiquement doit croire que la 1^{ère} balle signifierait 1, la 2^{ème} = 2, la 3^{ème} = 3 et ainsi de suite. On voit qu'une telle procédure ne permet pas à l'uniformité (continuité) du nombre de prendre toute son ampleur et ne peut donc pas conduire directement à une connaissance claire du nombre. Un appareil arithmétique mis en place de telle manière que chaque unité ajoutée à un nombre précédent fusionne avec lui pour former un tout unifié, serait d'une grande aide aux enfants dans la compréhension des nombres et des opérations. » (P. 49)

Schneider met ensuite ses choix théoriques à l'épreuve de la « psychologie expérimentale » et prétend améliorer le protocole établi par Lay. Ses « expériences didactiques pour trancher la question de la meilleure illustration du nombre » consistent à montrer très brièvement à des enfants des collections de points ou de traits organisées de différentes manières. Les enfants doivent ensuite dessiner ou écrire le nombre sur leur ardoise. Son groupement de disques par paires se montre supérieur aux systèmes en ligne (barres de Tillich) et aux autres groupements de disques comme ceux de Lay.

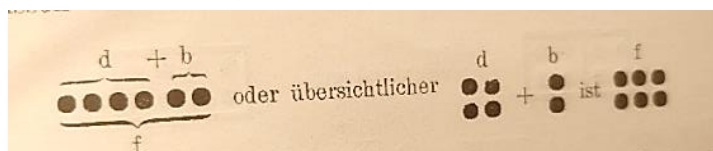
Afin de montrer la pertinence de ses choix pour « l'illustration des opérations arithmétiques », Schneider insiste sur l'intérêt d'opérer non pas avec des unités individuelles mais avec des représentations de nombres cardinaux pour que les élèves puissent rapidement reconnaître les nombres, les additionner ou les soustraire. Il développe en ce sens une argumentation assez voisine de celle qu'utilisera souvent Rémi Brissiaud à notre époque.

Schneider explique que les petits débutants sont devant les quantités 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 représentées par des points alignés comme nous le serions devant des lettres **a, b, c, d, e, f, g, h**.



Personalakten aus dem Bereich Volksbildung Nr. 28675) : 72 feuilles écrites sur une ou deux faces de la période (avril) décembre 1887 - mai 1901, novembre 1922 - novembre 1933 à mars-février 1938. Le dossier ne contiendrait pas d'informations spécifiques sur le contenu de l'enseignement.

Nous serions comme eux assez troublés de devoir calculer : $d + b$ ou $f - b$ ou $b \times d$. Il est bien difficile pour les enfants de percevoir d non pas comme le point d mais comme l'ensemble des points a à d et les enfants s'en trouvent souvent réduits à apprendre par cœur des phrases vides de sens, alors que les configurations de Born permettent plus aisément de comprendre la construction du nombre (Cf. illustration ci-dessous).



C'est encore plus compliqué avec la multiplication. S'il doit se représenter $b \times d$ au moyen de points alignés l'élève risque de trouver f points plutôt que h car il verra 2 points et 4 points juxtaposés donc 6 points en tout. Alors qu'avec les points organisés selon Schneider la tâche peut être comprise comme b ensembles de d (2 ensembles de 4) ou d ensembles de b (4 ensembles de 2)



Georg Schneider donne ensuite des indications pratiques pour représenter les opérations de base avec sa méthode. Je n'en rapporte que quelques notes concernant l'addition et la soustraction :

Drei Bilder für die Aufgaben der Zahl 6.
Addition (beide Zahlen sind deutlich abzutrennen).

$5 + 1^1)$	$4 + 2$	$3 + 3$
$1 + 5$	$2 + 4$	$3 + 3$

L'union de 4 et 4 donne 8 et les élèves en ont la preuve par la manipulation.

Pour $8 + 4$, l'outil didactique de Schneider marque le passage de la dizaine par une caractéristique extérieure aux unités et permet que le calcul se fasse comme suit : $8 + 2 = 10$, $+ 2 = 12$.

Pour $6 - 2$, de préférence faire disparaître 2 unités avec les doigts, sinon supprimer réellement les 2 unités. Pour $12 - 4$ on marquera encore le passage de la dizaine en calculant d'abord $12 - 2 = 10$, $10 - 2 = 8$.

Schneider insiste sur la participation active des élèves en s'inscrivant dans la lignée de Comenius, Kehr et Fröbel :

« il ne peut nous suffire que les élèves se contentent d'observer l'illustration des opérations de la part de l'enseignant et ne se comportent que de manière réceptive ; il faut plutôt exiger d'eux-mêmes qu'ils participent de manière productive à leur présentation en assemblant, démontant, ajoutant, soustrayant, partageant. [...] Ceci est psychologiquement justifié : nous avons vu que les nombres ne sont pas seulement véhiculés par le sens de la vue et de l'ouïe, mais aussi dans une large mesure par le sentiment. Si les enfants ne comprennent les nombres que par le sens visuel, il s'agit d'une illustration unilatérale et isolée. Leur perception par le sens du toucher est également essentielle. Afin de comprendre les opérations, il est important que les enfants exécutent eux-mêmes les mouvements pertinents, afin de s'approprier les idées de mouvement pertinentes. [...] Il serait unilatéral, voire insensé, de croire que tout ce qui est nécessaire pour apprendre le premier calcul est une visualisation correcte du nombre. L'illustration des opérations, ou plutôt leur approfondissement en s'appuyant sur les sens impliqués, est tout aussi importante. »

Schneider préconise pour les élèves un outil qui favorise le bon ordre de la classe : « Les baguettes ou les pierres tombent sous le banc, il y a une dispute entre les enfants et une leçon ordonnée est impossible. Il est donc beaucoup plus recommandable de leur donner le petit exemplaire de l'appareil sur lequel l'enseignant fait la démonstration et de les amener à reproduire exactement ce qu'il montre. » Je remarque que le maître, s'il fait effectivement participer les élèves, ne leur laisse pourtant pas d'initiative.

Schneider décrit ensuite certaines caractéristiques auxquelles répond l'outil qu'il a développé pour les élèves, le « *Schneider's Rechen-Federkästchen* » : il contient des unités tangibles et mobiles disposées en deux rangées qui ne peuvent ni tomber ni se perdre et ne nécessitent aucune préparation (l'appareil peut servir de boîte à crayons) ; il permet à chaque nombre de 1 à 20 d'être représenté rapidement et de manière sensible, de même que les opérations.

On trouve une photo (ci-dessous à gauche) d'un exemplaire de cet outil au Heimatmuseum Northeim¹⁴⁸ (Basse-Saxe) portant au dos mention d'un brevet Etats-Unien. Ce dernier montre un certain rayonnement de Schneider corroboré par une mention de son nom en Espagne en 1924 parmi les principaux artisans d'expériences didactiques en mathématiques¹⁴⁹ ou en Hongrie (1906) pour les mêmes raisons¹⁵⁰. En Allemagne j'ai retrouvé une critique très négative des fondements théoriques de son travail en 1906¹⁵¹ et une discussion sérieuse de ses expériences par Ludwig Pfeiffer en 1906 pour trancher entre les configurations de Born et celles de Lay (en

148 Source de la photo : https://kulturerbe.niedersachsen.de/piresolver?id=record_kuniweb_1294328

149 F. Saiz Salvat, « El sentido de la normal : la enseñanza de las matemáticas », *Revista de Escuelas Normales. Organo de la asociacion nacional del profesorado numerario*, volumen II, 1924.

150 Polgár Gyula, „Über die Zahlvorstellungen und den grundlegenden Rechenunterricht im Anschluss an alte und neue didaktische Experimente von W. A. Lay“, *Magyar Pedagógia*. Budapest: Franklin-Társulat Magvak Irod, 1906. P. 57-58.

151 August Messer, „Zur Pädagogischen Psychologie und Physiologie: Von der Schiller-Ziehenschen Sammlung“, *Neue Jahrbücher für das klassische Altertum, Geschichte und deutsche Literatur und für Pädagogik*, Leipzig, Leipzig, 1906. P. 420-424.

faveur de ce dernier)¹⁵². Aucun de ces textes n'évoque les outils didactiques de Schneider. En Allemagne son travail a peut-être influencé celui de Wilhelm Henck à une époque proche. Mais c'est en Belgique, comme j'en parlerai plus bas, que Schneider aura l'influence la plus décisive.



Le brevet de Georg Schneider (illustration ci-dessus à droite) pour son Rechen-Federkästchen a été déposé en 1899 aux Etats-Unis sous le nom de « *Counting Device* ». C'est un cadre rectangulaire de couleur sombre dans lequel deux rangées contigües de 10 pièces carrées claires peuvent être déplacés en couissant au moyen de guides fixés sous les bords longs. Les pièces carrées sont cloutées en leur centre en forme de demi-sphère sombre. Une bande sombre sur le fond du cadre sépare les 5^{ème} et 6^{ème} carrés. La longueur du cadre excède celle des carrés assemblés afin de permettre le déplacement de ces derniers.

C'est là le premier exemple d'appareil basé sur les configurations de Born qui construit chaque nombre à partir des unités de base sans pour autant que ce soient des cylindres placés hors du boîtier.

J'ai repéré un autre appareil qui fonctionne manifestement sur le même principe mais qui est de conception légèrement différente, au Museumslandschaft in Heilbronn-Franken¹⁵³. Fut-il conçu par Schneider ou par un épigone ?

152 Ludwig Pfeiffer, „Experimentelle Bewertung der Rechenapparate, die auf die Bornschen und die quadratischen Zahlbilder gegründet sind 1“, *Die Experimentelle Pädagogik. Organ der Arbeitsgemeinschaft für experimentelle Pädagogik mit besonderer Berücksichtigung der experimentellen Didaktik und der Erziehung Schwachbegabter und abnormer Kinder*, 1906. P. 133-146.

153 Olga Lechmann, „Als es noch Wachstafeln“, *Promagazin für die Heilbronn-Franken*, 30 avril 2018. En ligne. URL : <https://www.pro-magazin.de/als-es-noch-wachstafeln-gab/> Photo : Olga Lechmann.

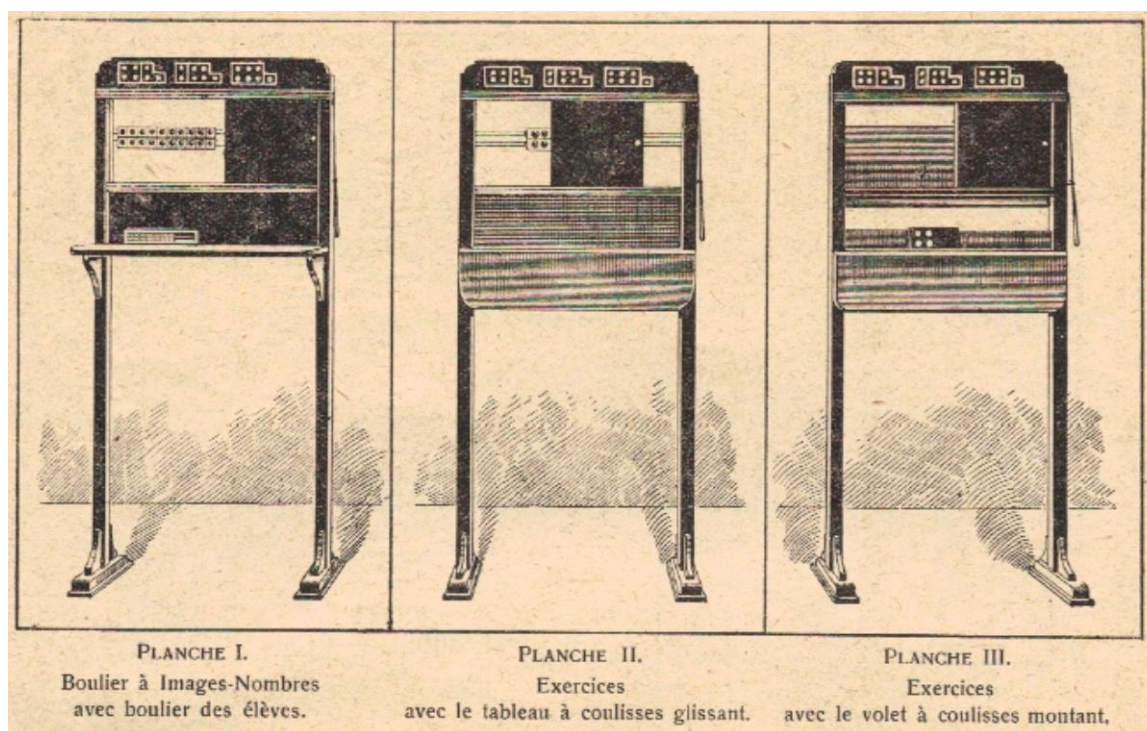


Ce que je comprends mal c'est que le Rechen-Federkästchen est censé être « le petit exemplaire de l'appareil sur lequel l'enseignant fait la démonstration ». Si l'appareil du maître est similaire, quel est donc son rapport avec le *Rechenapparats* de la brochure, ce tableau noir sur lequel sont placées des plaquettes présentant d'emblée chaque nombre comme un tout ? Schneider aurait-il développé deux versions de son outil didactique et les plaques-nombres découpées auraient-elles été laissées de côté ?

J'ai en tout cas retrouvé en Flandres, chez les Frères de la charité (*Broeders van Liefde*) qui se réclament de Schneider, un grand appareil similaire à celui de l'élève. A-t-il été inventé par Schneider ou développé par les frères ?

XIV. Theodosius Van Risseghem (1880-1949) et les Frères de la Charité

Le grand appareil, similaire à celui inventé par Schneider pour l'élève, est nommé dans les manuels francophones des Frères de la charité : « Grand boulier à images-nombres ». En voici ci-dessous une illustration.



On remarque sur les tiges centrales les mêmes unités mobiles que sur l'appareil de l'élève (qui figure sur la planche I, posé sur la tablette). Quant aux plaques manipulables figurant sur la planche III, elles ne sont pas découpées autour des configurations de points, contrairement au dessin tracé dans la partie supérieure.



Sur la planche II est représenté le procédé – un tableau à coulisses glissant latéralement – par lequel sont occultées les unités qui ne sont pas utilisées pour former l'image d'un nombre. Sur la planche III un volet à coulisse montant sert probablement à montrer l'image d'un nombre brièvement pour que les élèves décomposent ce dernier plutôt que de compter 1 à 1.

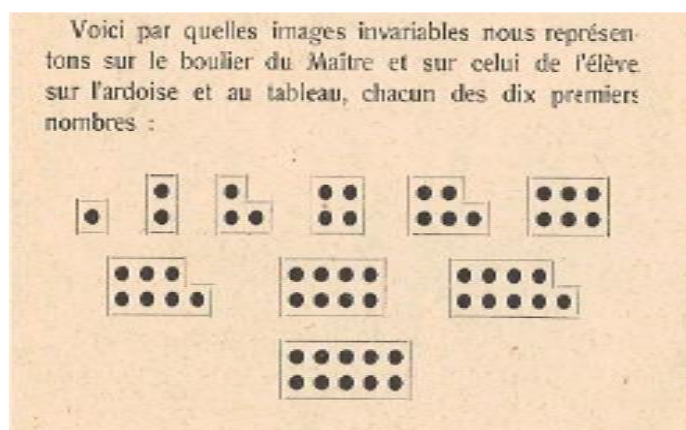
J'ai identifié un appareil presque identique à Bruges (Flandre) au *Volkskundemuseum* du *Musea Brugge* (photo ci-contre¹⁵⁴).

¹⁵⁴ Détail d'une photo de Marc Willems prise au Volkskundemuseum. <https://marc-fotografie.myportfolio.com/>

Les Frères de la Charité sont une congrégation religieuse catholique fondée en 1807 par Pierre Joseph Triest, prêtre de la ville de Gand en Belgique (Flandre), d'abord connue sous le nom de « Frères hospitaliers de saint Vincent ». La congrégation est dédiée au soin des personnes âgées et des malades mentaux et à l'instruction. Sa première école est créée à Gand en 1814.

A partir du début du XXe siècle jusque dans les années 1960 la congrégation diffuse une méthode d'initiation au calcul par un « procédé intuitif » grâce aux « images des nombres » (« *getalbeelden* » en flamand). Son premier maître d'œuvre est le frère Theodosius Van Risseghem¹⁵⁵ (1880-1949).

Les premiers manuels¹⁵⁶, édités en français et en flamand, ont pour auteur collectif les Frères de la charité (Broeders van Liefde).



Le matériel didactique employé par les frères consiste en :

- Grand boulier à images-nombres pour l'étude des nombres 1 à 20.
- Petit boulier à l'usage des élèves pour l'étude des nombres de 1 à 20.
- Images des 10 premiers nombres collées sur fort carton (vendues par lot de 10 cartons) [manifestement découpées rectangulairement].

155 Prénoms à l'état-civil : Hugo Gustave Alfons.

156 Ils ont pour titre :

- Méthode de Calcul par les Images des Nombres. Procédé intuitif pour l'enseignement des nombres de 1 à 20. (1^{ère} année d'études). / Aanschouwelijk rekenonderwijs getalbeelden-methode: aanschouwelijke werkwijze voor het aanleeren der getallen.
- Méthode de Calcul par les Images des Nombres. – Nombres de 20 à 100. (2^{ème} année d'études).
- Leçon de Calcul et de Système Métrique *faisant suite à la méthode de calcul par les Images des Nombres*. – Nombres de 100 à 10.000. (3^{ème} année d'études). / Aanvankelijk rekenonderwijs lessen in rekenen en in het metrieke stelsel in aansluiting met de Getalbeeldenmethode.
- Leçon de Calcul et de Système Métrique *faisant suite à la méthode de calcul par les Images des Nombres*. – Nombres de 1 à 1.000.000. (4^{ème} année d'études).

- Disques à calculer pour exercer les élèves au calcul rapide sur les nombres de 1 à 20, et de 20 à 100. (On en voit une illustration sur la couverture du manuel de calcul).
- Arithmocase pour la représentation intuitive de la numération et des quatre opérations sur les nombres entiers.

Le *Volkskundemuseum* du *Musea Brugge* présente une variante de l'appareil de Schneider (ci-dessous¹⁵⁷) qui pourrait être le « petit boulier » dont parle le manuel. On remarque à côté une version très tardive de ce dispositif : en plastique.



Et voici encore (ci-dessous) une autre version du « petit boulier », plus proche de l'appareil de Schneider, dans les collections flamandes de « De Kade vzw », une organisation qui aide les personnes handicapées, héritières d'écoles spécialisées.



Dans les années 1968-1969 la méthode est remaniée par les frères Javinus Custers et Bavo Van Dingenen sous le nom « *Progressief Rekenen* »¹⁵⁸.

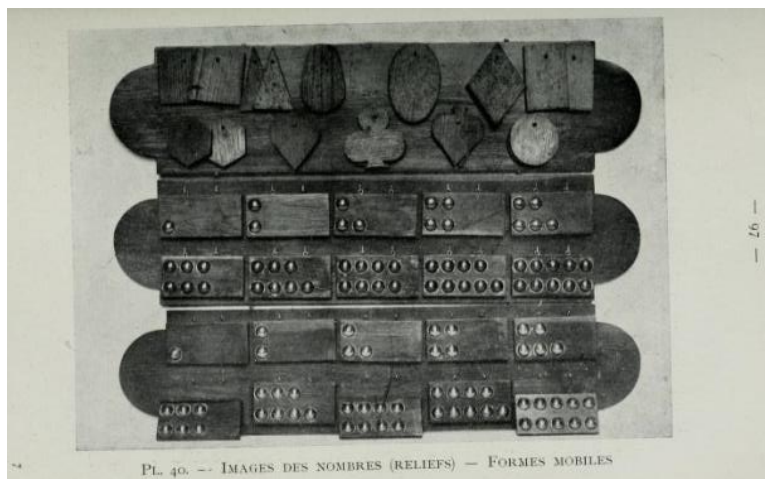
Les Frères de la charité utilisaient aussi les plaques-nombres rectangulaires dans leurs établissements pour « enfants arriérés et anormaux », comme en témoigne le frère Ebergiste dans son ouvrage : *L'éducation sensorielle chez les enfants anormaux* (1922)¹⁵⁹.

¹⁵⁷ Détail d'une photo de Marc Willems prise au Volkskundemuseum. <https://marc-fotografie.myportfolio.com/>

¹⁵⁸ Leur démarche est expliquée dans : Broeders van Liefde, *Handleiding bij Progressief Rekenen. Vernieuwde rekenmethode*. Kant en klaar, 1968/1969.

¹⁵⁹ Br. Ebergiste, *L'éducation sensorielle chez les enfants anormaux*, Gent: Procure des Frères de la Charité, 1922.

« En 1877, les Frères de la Charité ouvraient à Gand (Rooigem) le premier établissement en Belgique pour enfants arriérés et anormaux de la classe aisée, où l'éducation se faisait par la culture et le développement des sens externes, où les Frères confectionnaient un matériel spécial destiné à éveiller, en jouant et en amusant, l'intelligence obscure des enfants. » (Ebergiste De Deyne).



Voici comment y sont décrites les « planchettes à images des nombres » :

« Nous disposons encore pour le discernement des nombres de quatre doubles séries de 10 planchettes, où les images des 10 premiers nombres sont représentées :

1° Par des creux.

2° Par de grands clous à têtes demi-sphériques dorées (PL. 40) [Photo ci-dessus].

3° Par des cercles pleins.

4° Par des circonférences de même diamètre.

Les deux premières doubles séries ont été créées surtout pour les exercices du sens stéréognostique¹⁶⁰ ; mais elles peuvent être très utilement employées, comme les deux autres doubles séries, pour l'entraînement du sens visuel.

Les exercices consistent principalement :

1° A retrouver les 2 planchettes de même genre qui représentent le même nombre.

2° A disposer les planchettes en série, suivant qu'elles ont plus ou moins de creux, de clous, de cercles pleins, ou de circonférences.

3° A imiter une disposition quelconque d'une série rangée d'avance.

4° A comparer les différentes séries de planchettes entre elles, ainsi qu'aux dessins faits au tableau en craie de différentes couleurs, de même grandeur, images agrandies ou en miniature.

5° Mêmes comparaisons aux images disposées sur le tableau aimanté au moyen de cercles en fer-blanc coloriés.

6° Imiter les dessins des différentes séries de planchettes sur leur petit tableau, en craie de différentes couleurs, ou bien imiter ces images de nombres sur le tableau aimanté.

160 Relatif au fait de reconnaître les objets au toucher, par leurs formes, leur consistance, leur température.

7° Comme exercices de mémoire : on montre une planchette et l'élève indiqué va chercher la correspondante de même genre ou non, à un endroit de la classe où une autre série a été déposée.

8° Encore on fait retenir deux ou plus d'images à la fois ; etc.. ».

On retrouve (image ci-dessous) des exemplaires des « planchettes à images des nombres » cloutées dans les collections flamandes de « De Kade vzw ».



XV. Wilhelm Henck (1865- ?)

On trouve, en Allemagne, un autre successeur de Georg Schneider (ou bien codécouvreur), mais il ne mentionne pas l'influence de ce dernier¹⁶¹. Il s'agit de l'enseignant Wilhelm Henck.

Wilhelm Henck est né à Trèves (Rhénanie-Palatinat) en 1865. En 1889, il a déménagé de Gelsenkirchen à Rothenditmold (intégré à Cassel en 1906, dans le Land de Hesse) où il eut deux enfants après son mariage en 1891 et où il écrivit tous ses manuels. D'après son arrière-petit-fils Herbert Henck¹⁶² (dont je tire mes renseignements bibliographiques) ce fut un auteur prolifique au sein du « mouvement de réforme pédagogique » qui de la fin du 19^e siècle jusqu'en 1933 s'efforça de répondre aux besoins des jeunes enfants par la clarté du propos et la proximité de la vie. Son premier manuel publié enseigne l'économie domestique aux jeunes filles.

« La plupart des livres suivants traitaient d'écriture élémentaire, de lecture, de langage et, surtout, de leçons d'arithmétique pour enfants, même s'il y en avait sur la théorie pratique de la forme et de l'espace ou sur l'histoire naturelle comme la zoologie, la botanique et la minéralogie, le magnétisme et l'électricité, [...] l'introduction à l'histoire biblique. [...] Au total, j'ai dénombré une quarantaine de ces titres à contenu

¹⁶¹ Mais Henck était manifestement coutumier du fait d'après Göbelbecker qui l'accuse d'avoir compilé de manière rusée plusieurs de ses idées et de manquer au « devoir le plus évident de citation des sources » dans ses livres de réforme pédagogique. Cf. GÖBELBECKER, « Aus dem Gebiete des ersten Schuljahrs », *Zeitschrift für experimentelle Pädagogik*, 1906, p. 258-259.

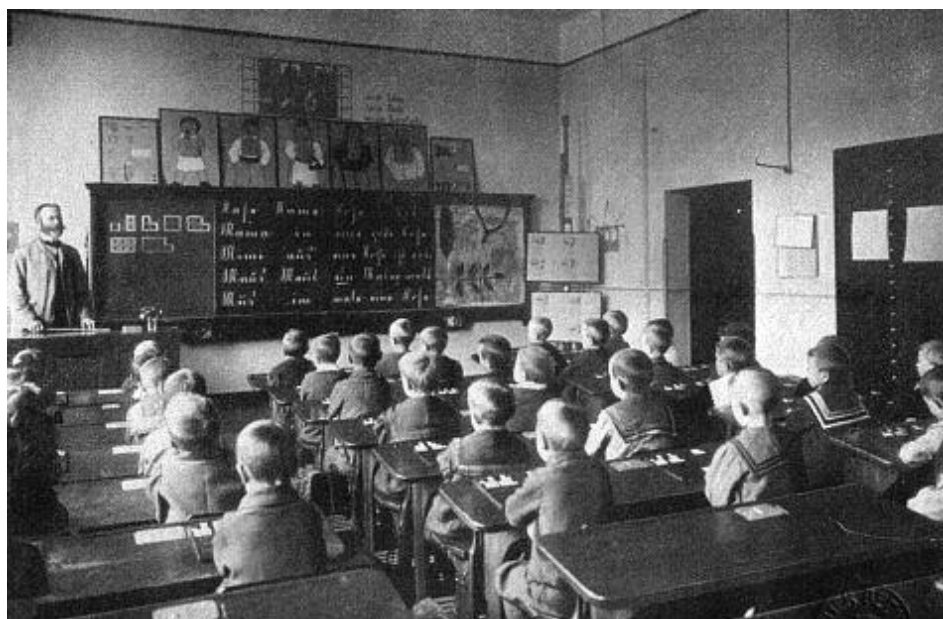
¹⁶² http://www.herbert-henck.de/Autobiographische_Texte/Frohe_Jugend/frohe_jugend.html#Kap2

pédagogique. Beaucoup ont été illustrés, certains en couleur, et ils ont parfois eu dix éditions ou se sont vendus jusqu'à quarante mille exemplaires. »

La naissance d'un enfant illégitime obligea Wilhelm Henck, alors directeur, à prendre une retraite précoce vers 1926 mais il continua à publier abondamment.

A partir du milieu des années 1920 beaucoup de livres de Henck furent illustrés par Gertrud Caspari (1873–1948) qui était une grande pionnière des livres pour enfants en Allemagne.

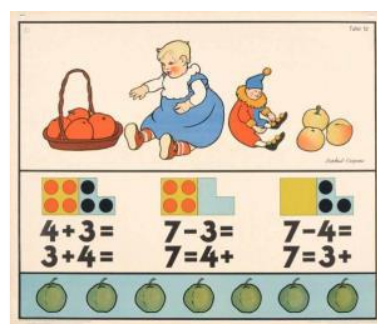
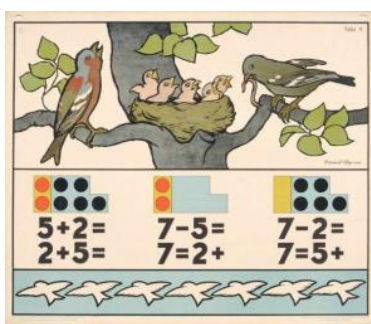
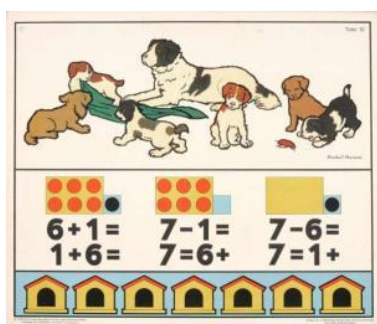
Voici une photo tirée du manuel de Henck publié en 1926. Elle montre une salle de classe en 1909 avec des élèves utilisant ce qui pourrait être ses plaquettes de calcul (dessinées au tableau).



La deuxième édition (1926) de son livre du maître - *Moderner Rechenunterricht im ersten Schuljahr* - mentionne le matériel utilisé pour l'école primaire :

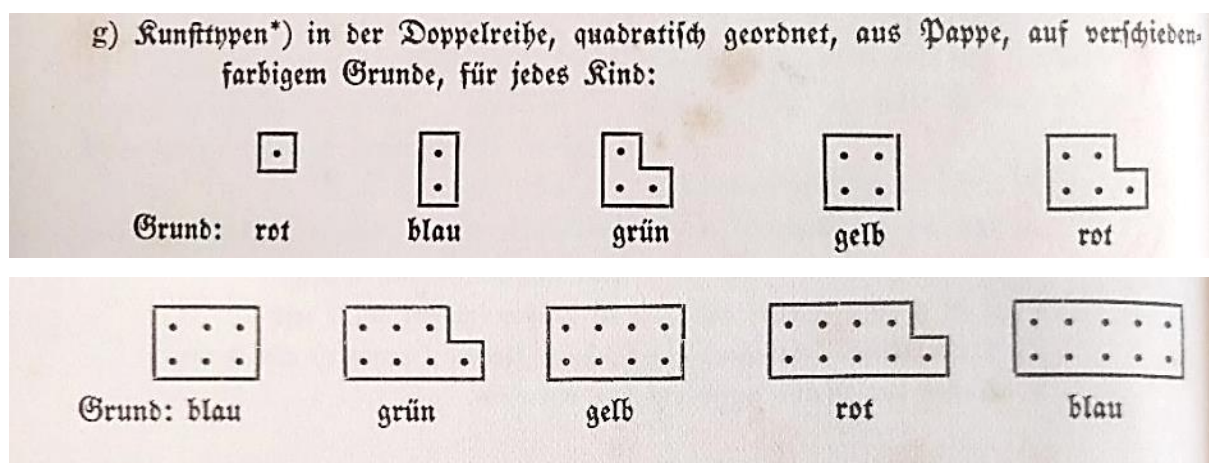
- Images murales (*Farbige Wandbilder*) en couleur pour la première leçon d'arithmétique. 26 planches, format 60/70 cm, illustrées par Gertrud Caspari, avec leur présentoir.
- Le livre de l'élève - *Meine Rechenfibel* - en relation avec les peintures murales colorées, avec pour co-auteurs l'Inspecteur Wendling, Hersfeld et l'Inspecteur Zufall, Göttingen. 48 pages.

Voici les trois affiches illustrées par Gertrud Caspari pour illustrer la construction du nombre 7.



La frise inférieure propose tout de même des objets alignés « de sorte que la base de l'arithmétique - le comptage - soit toujours accessible de manière stimulante. »

L'auteur fait moins de publicité pour les plaquettes en carton à l'usage des élèves qui sont mentionnées dans le manuel du maître. C'étaient pourtant sans doute là les **premiers exemples de plaquettes de type Herbinière-Lebert manipulées par les élèves eux-mêmes**. Ce sont peut-être celles disposées sur les tables de classe de la photo. Produites par le papetier Georg Schröder¹⁶³, elles furent les premières à être colorées, un peu comme le sont aujourd'hui les *Numicon shapes* en Grande-Bretagne.



Les fonds de chaque carton étaient colorés de la manière suivante : 1 rouge, 2 bleu, 3 vert, 4 jaune, 5 rouge, 6 bleu, 7 vert, 8 jaune, 9 rouge, 10 bleu. Cette suite ordonnée de quatre couleurs n'illustre manifestement aucun rapport entre les quantités représentées. Elle semble viser simplement à bien distinguer des quantités proches.

De quand date l'utilisation de ces plaquettes par Henck ?

La première édition du manuel de Henck date d'avant la première Guerre mondiale :



« Malheureusement la période d'après-guerre avec ses conditions économiques confuses n'a permis de publier qu'aujourd'hui la deuxième édition améliorée. »

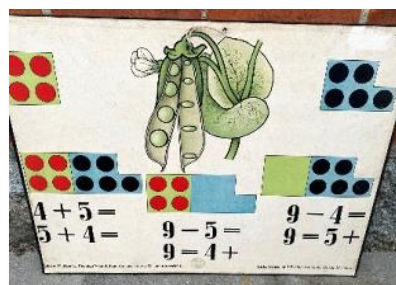
J'ai trouvé la sixième édition (image ci-contre) d'un manuel de Henck (ultérieure à 1912) dont la première date de 1906. Intitulé *Wie ich mit meinen Kleinen rechne*¹⁶⁴ (Comment j'apprends le calcul à mes petits), le manuel s'appuie aussi sur des affiches du même esprit que celles publiées en 1926 et sur des plaquettes en carton identiques à celles mentionnées plus haut. Elles sont déjà décrites comme des cartons comportant des points en « double rangée, disposés en carré » et faites « pour chaque enfant »¹⁶⁵ fournies « à

163 Georg Schröder, Papierwaren, Cassel, Druselplatz 4. D'après *Moderner Rechenunterricht*, 1926, p. 18 et 20.

164 Edité par Thüringer Verlags-Anstalt Chemnitz.

165 „Kuntsttypen in der Doppelreihe, quadratisch geordnet, aus Pappe, aus verschiedenfarbigem“, puis en note : „Rechenschildchen mit Punkten in quadratischer Unordnung aus verschiedenfarbigem Grunde für die hand der Kinder“. Cf. *Wie ich mit meinen Kleinen rechne*, p. 16.

Voici deux affiches d'avant-guerre, correspondant aux illustrations du livre, pour la construction du nombre 9. Le manuel les décrit comme mesurant 50/70 cm.



« Dès 1904 [publication de son livre *Schafft frohe Jugend!* ¹⁶⁶, idéalisation de sa visite en 1901 à l'école primaire près de Kassel, dans lequel il s'élevait notamment contre les exercices répétitifs en arithmétique], nous avons fait remarquer que l'absence d'un type d'arithmétique caractéristique et facilement mémorisable devait être remplacée par un récit central, et nous avons expliqué cela à l'aide d'exemples. Grâce à de nombreuses années de travail pratique dans les premières leçons d'arithmétique, la conviction a mûri et s'est renforcée que pour chaque rapport de nombres, un objet visuel unique, natif, comme base d'une histoire, devrait être le point de départ et le centre de toutes les observations, afin d'arriver concernant les nombres à des concepts et des idées utiles. »¹⁶⁷

Par ces tableaux Wilhelm Henck améliorerait ainsi certainement la « méthode heuristique » d'August Wilhelm Grube (1816-1884) bien connue en Allemagne et popularisée en France sous le nom de « calcul intuitif » par un article de Ferdinand Buisson dans la première édition de son *Dictionnaire pédagogique* (voir plus haut). Je reproduis ci-contre la présentation du nombre 7 dans le livre de Grube maintes fois réédité depuis 1842 (ici en 1881) : *Leitfaden für*

Siebente Stufe.

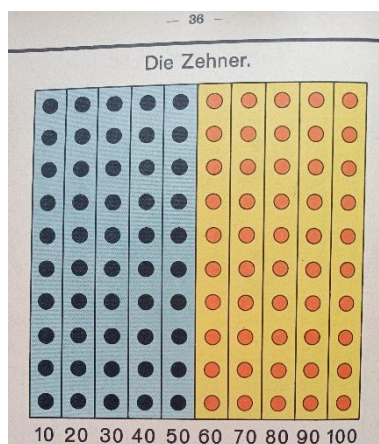
D i e S i e b e n .

I. a.

		7
	1	
	1	
	1	$\left\{ \begin{array}{l} 1+1+1+1+1+1+1=7 \\ 7 \times 1 = 7. \end{array} \right.$
	1	$\left\{ \begin{array}{l} 7-1-1-1-1-1-1=1 \\ 1 : 7 = 7. \end{array} \right.$
	1	
	1	
	1	
	2	$\left\{ \begin{array}{l} 2+2+2+1=7. \\ 3 \times 2 + 1 = 7. \end{array} \right.$
	2	$\left\{ \begin{array}{l} 7-2-2-2-2=1. \\ 2 : 7 = 3 \frac{1}{2}. \end{array} \right.$
	2	
	3	$\left\{ \begin{array}{l} 3+3+1=7. \\ 2 \times 3 + 1 = 7. \end{array} \right.$
	3	$\left\{ \begin{array}{l} 7-3-3=1. \\ 3 : 7 = 2 \frac{1}{3}. \end{array} \right.$
	1	
	4	$\left\{ \begin{array}{l} 4+3=7, \quad 3+4=7. \\ 1 \times 4 + 3 = 7. \end{array} \right.$
	3	$\left\{ \begin{array}{l} 7-4=3, \quad 7-3=4. \\ 4 : 7 = 1 \frac{1}{4} \left(3 \right). \end{array} \right.$
	5	$\left\{ \begin{array}{l} 5+2=7, \quad 2+5=7. \\ 1 \times 5 + 2 = 7. \end{array} \right.$
	2	$\left\{ \begin{array}{l} 7-5=2. \\ 5 : 7 = 1 \frac{2}{7} \left(2 \right). \end{array} \right.$
	6	$\left\{ \begin{array}{l} 6+1=7, \quad 1+6=7. \\ 1 \times 6 + 1 = 7. \end{array} \right.$
	1	$\left\{ \begin{array}{l} 7-6=1. \\ 6 : 7 = 1 \frac{1}{6} \left(1 \right). \end{array} \right.$

167 *Wie ich mit meinen Kleinen rechne*, p. 5. Si je comprenais l'allemand et ne devais pas pêcher au jugé dans les sources puis saisir et traduire des bribes de texte en écriture *fraktur* difficilement déchiffrable, je pourrais en dire plus et mieux... Mes autres obligations (plus pressantes) et mon peu de goût pour cette tâche m'empêchent de saisir informatiquement des chapitres entiers. Si un-e germanophone voulait m'éclairer je lui enverrais volontiers des photos des préfaces de Henck.

Henck faisait droit aussi à d'autres représentations, notamment en ligne, comme en témoigne cette illustration de bandes colorées dans son manuel de 1^{ère} année (à gauche) et des exercices de son manuel de 1930 pour la deuxième année d'école : *Rechenbuch für die Grundschule, 2. heft. So rechne ich.* (Ci-dessous), appuyés sur les repère 5 et 10.



Von 16 zerlegt 6

•	•
•	•
•	•
•	•
•	•
•	•
•	•
•	•
•	•
•	•

- 1) Bilde Aufgaben an den Rechenblättern! Beginne stets mit 16!
Die Punkte sind . . .
- 2) $16-7$ 3) $16-9$ 4) $16-8$ 5) $53-9$
- bis bis bis bis
- $26-7$ $26-9$ $26-8$ $85-8$
- bis bis bis bis
- $96-7$ $96-9$ $96-8$ $72-5$
- bis bis bis bis
- $98-7=91$, $91-7=84$, bis 0.
- 7) Bilde die Siebenerreihe abwärts von 79 ab!
- 8) Von 16, 56, 36 . . . 96 nimm 7 weg; dann 8, 9, 10!
- 9) Wähle eine Zahl und nimm immer 7 weg!
- 10) Mache Rechengeschichten mit 16, 86, 36 . . . !

10) Mache Rechengeschichten, male und rechne aus:

$\begin{array}{|c|} \hline \vdots \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \vdots \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \vdots \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{|c|} \hline \vdots \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \vdots \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \vdots \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{|c|} \hline \vdots \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \vdots \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \vdots \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{|c|} \hline \vdots \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \vdots \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \vdots \\ \hline \end{array}$

11) Male und rechne ebenso: $23+17$, $52+18$, $37+23$, $75+25$, $46+34$!

12) Mache Rechengeschichten, male und rechne aus:

$\begin{array}{|c|} \hline \vdots \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|} \hline \vdots \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \vdots \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{|c|} \hline \vdots \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|} \hline \vdots \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \vdots \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{|c|} \hline \vdots \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|} \hline \vdots \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \vdots \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{|c|} \hline \vdots \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|} \hline \vdots \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \vdots \\ \hline \end{array}$

13) Male und rechne ebenso: $50-25$, $30-35$, $60-15$, $90-65$, $70-55$!

168 Et il serait intéressant de consulter le *Tableau de calcul intuitif* publié en Belgique par Féron à l'époque de Buisson.

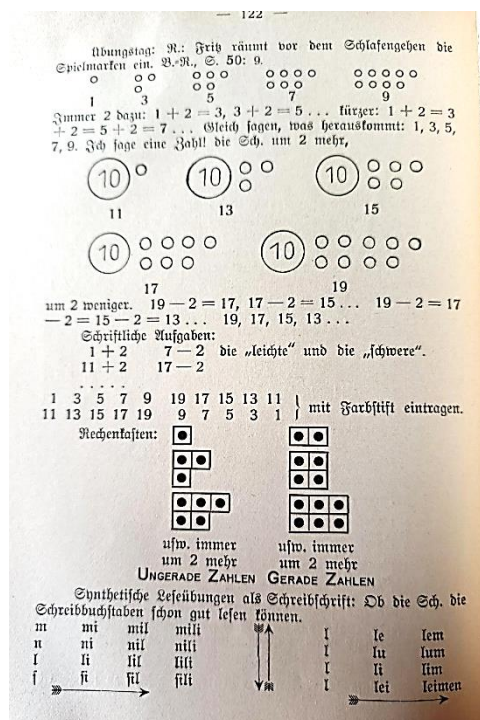
XVI. Hugo Winkelhöfer

Les collections régionales de Basse-Autriche (Landessammlungen Niederösterreich) présentent un « *Rechenkasten* » édité par la Maison d'édition fédérale autrichienne pour l'éducation, la science et l'art, à Vienne (Österreichischer Bundesverlag für Unterricht, Wissenschaft und Kunst Wien), qui daterait des années 1920.



<https://www.online.landessammlungen-noe.at/objects/26780/rechenkasten#>

Le matériel est intitulé « Wir lernen rechnen. Rechenkasten für Schule und Haus. Von Dr. Hugo Winkelhöfer », c'est-à-dire « On apprend à calculer. Boîte de calcul pour l'école et la maison. Du Dr. Hugo Winkelhöfer.



On y voit notamment des cartes quadrillées, découpées selon le contour des configurations de Born et pointées au centre de chaque carré. Le fond des cartons est, d'après ce qui est visible sur la photo, soit rose/rouge, soit blanc, soit bleu, soit jaune, soit vert.

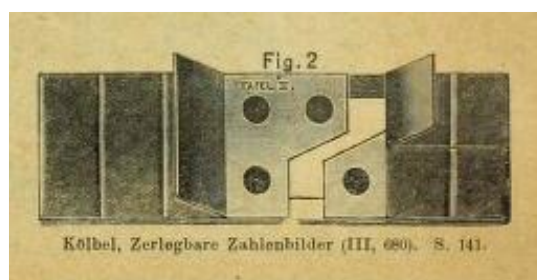
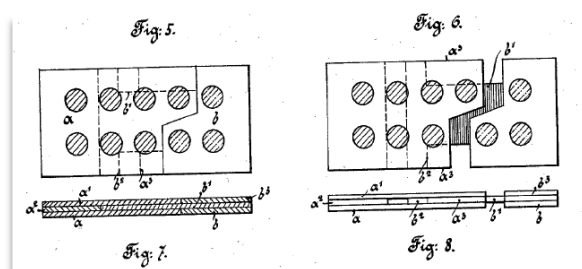
L'auteur, qui vécut peut-être à Žatce en Bohême, a aussi publié en 1925 *Auf dem Wege zur freien geistigen. Schularbeit Österreichische Beiträge zur Pädagogik* (Vers un travail scolaire intellectuel libre. Contributions autrichiennes à la pédagogie) et, en 1928, *Das erste Schuljahr in Tagesbildern* (~ La première année d'école en images quotidiennes).

Dans ce dernier ouvrage on trouve, parmi le matériel recommandé pour le calcul (boulier russe, barres de Tillich...), les « images nombres » de Kühnel et son tableau de 100.

Les représentations des nombres y sont variées mais on retrouve, dans le manuel, le *Rechenkasten* de Winkelhöfer, notamment dans la page ci-dessus.

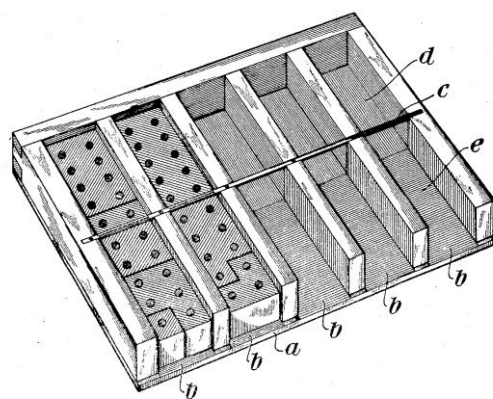
XVII. Charles Kölbel

Charles Kölbel, dont le rayonnement fut moindre, breveta¹⁶⁹ en 1902 ses « *Rechen-lehrmittel aus einzelnen Zahlenbilder darstellenden Tafeln* » (« Aides à l'enseignement arithmétique à partir de tableaux montrant des figures individuelles »), autrement nommées « *Zerlegbare Zahlenbilder*¹⁷⁰ » (images des nombres décomposables) dans un esprit proche de celui de Schneider et Henck. Il s'agissait de plaquettes insérables l'une dans l'autre par la tranche pour composer un nouveau nombre. Les points qui ne sont pas utilisés sont couverts par des bandes de calicot¹⁷¹.



XVIII. Karl-August Quer (1891-1962)

Karl-August Quer breveta dans plusieurs pays européens et aux Etats-Unis¹⁷², à partir de 1928, un dispositif du type Schneider-Henck permettant notamment de mettre en lumière le passage de la dizaine. Les plaques étaient séparées en deux dizaines par une barre surplombante et les fonds de la boîte correspondant à l'espace de chaque dizaine recevaient des teintes différentes (blanc et vert par exemple). Les plaques elles-mêmes étaient teintées d'un côté en rouge et de l'autre en jaune pour bien manifester qu'un nombre peut être la somme de deux autres. Pour les aveugles l'auteur envisageait une face polie et



169 DE151158 le 20/12/1902. Schémas issus du brevet.

170 Schulwart : ein ausführliches verzeichnis der besten lehr- und lernmittel, 1914, p. 137. Illustration extraite du catalogue.

171 Beilage zu der „Pädagogischen Woche“, 1907, Nr. 9., p. 4. URL : <https://scripta.bbf.dipf.de/viewer/resolver?urn=urn:nbn:de:0111-bbf-spo-14518341>

172 Brevet déposé en Allemagne en 1928 (DE1836870X 1928-09-03). Brevet déposés en 1930 en Suisse (publiés en 1931 : CH146886A), en Autriche (publié en 1932 : AT127326B), au Danemark (publié en 1931 : DK43833C), en France (publié en 1930 : FR693343A), aux Etats-Unis (publié en 1931 : US1836870A). Déposé en Espagne en 1931 (publié en 1931 : ES122927A1). Illustration issue du brevet.

une rugueuse ainsi que des points en relief (bosse ou creux).

Karl-August Quer vécut à Kassel, la ville de Wilhelm Henck. Enseignant, il fut persécuté de 1933 à 1944 à cause de ses fonctions de conseiller municipal du Parti social-démocrate (SPD) à Kassel et responsable régional (*Gauführer*) de la « Reichsbanner Schwarz-Rot-Gold ». Cette organisation politique et paramilitaire défendait la République de Weimar (et son drapeau noir, rouge, or) contre les nazis, les monarchistes et les communistes. Quer fut notamment renvoyé de l'enseignement en mars 1933 puis emprisonné dans le camp de concentration de Breitenau du 16 au 29 juin 1933.¹⁷³

XIX. Walter Eggestein (1902-1979)

Walter Eggestein vécut une expérience pédagogique décisive dans la colonie coopérative de Gildenhall (Land allemand de Brandebourg) fondée en 1921¹⁷⁴. Il y fut l'enseignant de l'école créée en 1927 jusqu'à la dissolution de cette dernière en 1930. Eggestein s'inspira de la pédagogie Decroly pour mettre en valeur l'artisanat et les travaux pratiques conformément à l'esprit de la colonie. Il s'appuya aussi¹⁷⁵ sur les apports de Maria Montessori et du plan Dalton selon Helen Parkhurst en mettant l'accent sur l'autonomie des élèves et le libre choix du travail, en produisant collectivement son propre matériel inspiré de celui de la pédagogue italienne et en utilisant des plans de travail et divers postes de travail. En 1929 il rédigea un rapport d'activité¹⁷⁶ à destination du gouvernement prussien qui présentait notamment ses *Erweiterte Zahlentafel* (photo ci-dessous) : des plaques en bois découpées autour des configurations de Born (connues d'après Johannes Kühnel) qui pouvaient être insérées, seules ou composées, dans des gabarits des nombres 1 à 10 creusés dans une grande planche (nombres pairs en haut et impairs en bas) servant de validation. Il proposait aussi un *Zahlentafel* qui consistait à remplir de perles 1 à 10 trous disposées comme les configurations de Born. Il semble que les couleurs des disques figurant sur les gabarits et les plaques correspondaient à celles des barrettes de perles représentant les mêmes quantités.

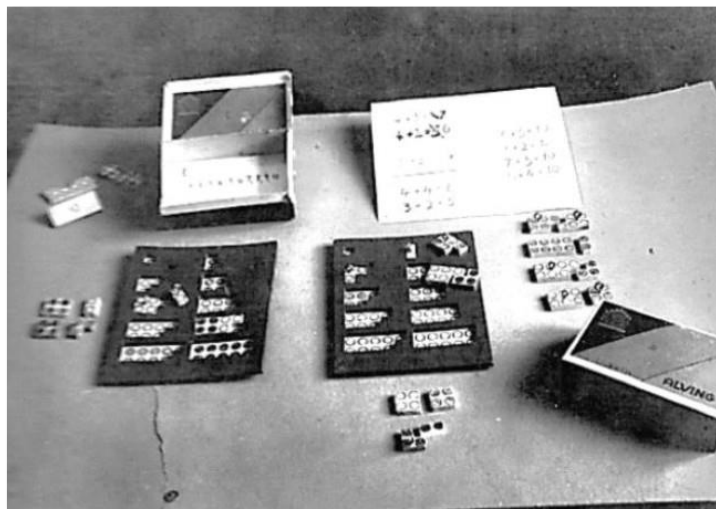
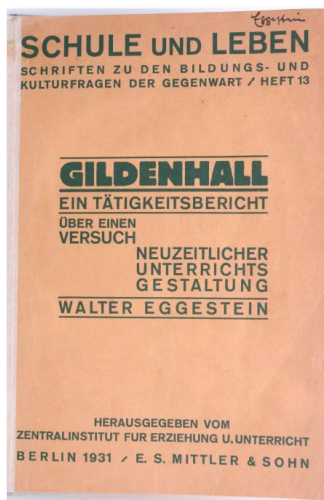
Eggestein adhéra au parti nazi, apparemment sans zèle ni conviction, pour pouvoir exercer facilement son métier.

173 Klaus-Peter Friedrich, „Der junge Andreas Hillgruber und die Last der (aller)jüngsten deutschen Vergangenheit“, *Zeitschrift für Geschichtswissenschaft* 67 (2019) 9.

174 Kristina Bake, « Die Freiland-Siedlung Gildenhall – Versuch einer konkreten Utopie um 1920 », *Recherches germaniques* [En ligne], HS 11 | 2016, mis en ligne le 05 février 2019, consulté le 18 février 2021. URL : <http://journals.openedition.org/rg/850> ; DOI : <https://doi.org/10.4000/rg.850>

175 Bernd Dühlmeier (Hrsg.), Von Gildenhall nach Göttingen. Der Lehrer Walter Eggestein (1902-1979) und sein pädagogisches Wirken Begleitbroschüre zur Ausstellung, Universitätsverlag Chemnitz, 2019. URL : <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:bsz:ch1-qucosa2-347911>. Toutes les informations suivantes et les illustrations viennent de cet article.

176 Walter Eggestein, *Gildenhall. Ein Tätigkeitsbericht über einen Versuch neuzeitlicher Unterrichtsgestaltung, Schule und Leben*. Schriften zu den Bildungs- und Kulturfragen der Gegenwart, 13, Berlin 1931.



XX. Eugen Koller (1900 - ?)

Eugen Koller fut enseignant dans les écoles rurales du Haut-Palatinat, à Ratisbonne et à Munich puis conseiller gouvernemental et scolaire à Ratisbonne à partir de 1945. Il participa à la création des programmes d'enseignement de l'arithmétique dans les écoles élémentaires bavaroises après la guerre.

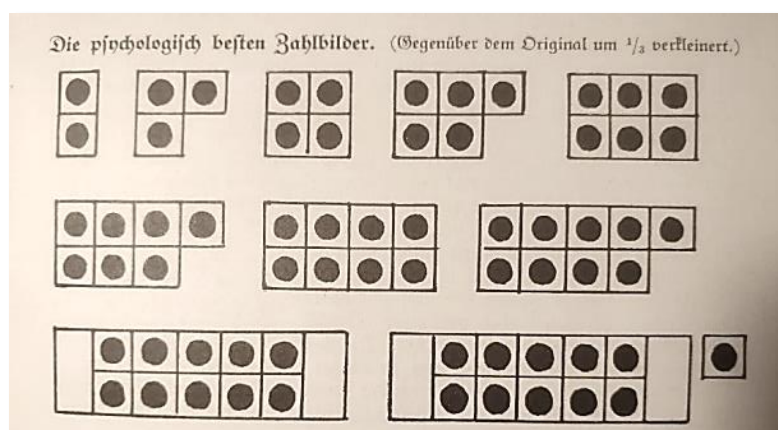
Il est le continuateur du travail du réformateur pédagogique et didacticien des mathématiques Johannes Kühnel (1869-1928) dont il préfaça les éditions tardives, notamment celles du très diffusé *Neubau des Rechenunterrichts* (1916).

Koller est l'auteur notamment de :

- *Der neue Weg im ersten Rechenunterricht* (1935)
- *Das Rechnen mit Kühnells Hilfsmitteln. Eine lehrpraktische Anweisung* (1938)
- *Rechenbuch für die bayerischen Volksschulen* (1947)

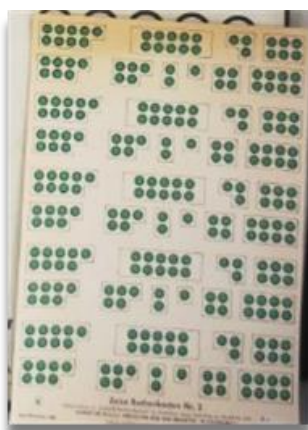


En 1935, dans *Der neue Weg im ersten Rechenunterricht* (nouvelle voie pour les premières leçons d'arithmétique), Koller décrit un matériel (ci-dessous) qu'il nomme « *Zahlbildhölzchen für die Hand der Kinder* » (image des nombres en bois à l'usage des élèves).



Il le fait découper par les élèves dans les « tableaux de 100 » en papier de Johannes Kühnel ou bien fabriquer en bois. Chaque enfant a les nombres 1 à 10 deux fois : une fois en bleu et une fois en rouge. Avoir deux couleurs permet de recouvrir une plaque de 8 cercles rouges avec une plaque de 6 cercles bleus et de faire apparaître clairement les 2 cercles rouges. La plaque de 10 comprend un large cadre vide à gauche et à droite afin que les enfants ne puissent pas représenter les nombres 11 à 20 autrement qu'avec des dizaines. 10 est ainsi plus clairement une nouvelle unité à laquelle on n'accroche pas directement d'autres plaques.

Les éditions Turm / Klinkhardt / Zeise distribueront ce matériel (avec d'autres directement hérités de Kühnel et repris par Koller).

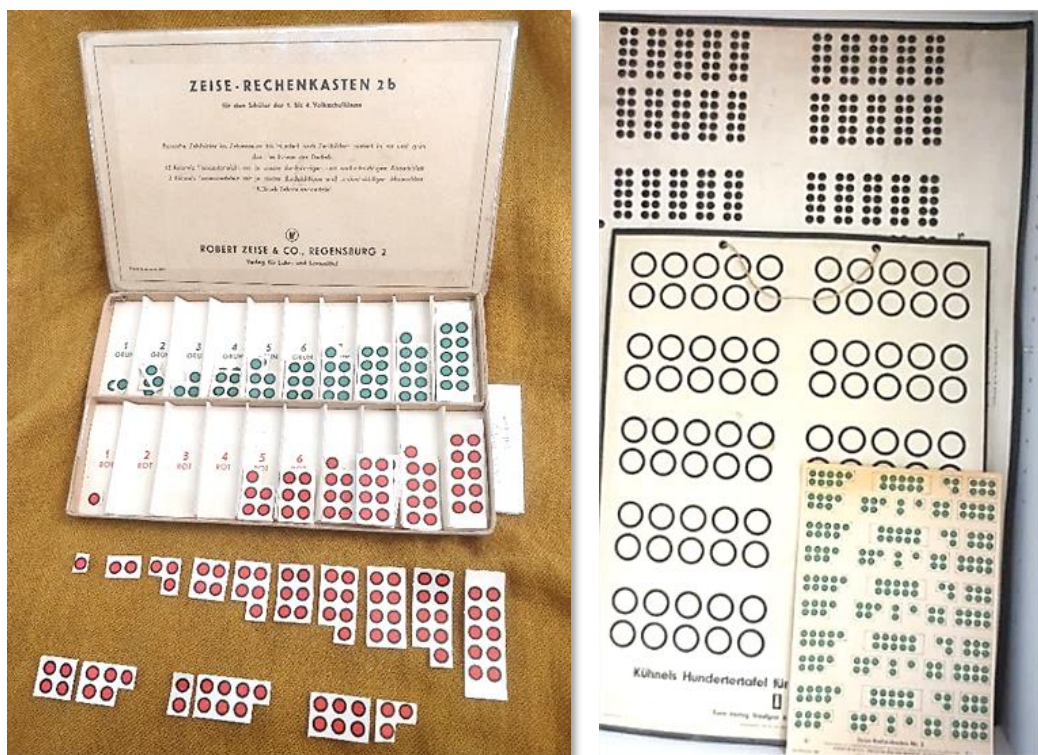


Le **Rechenkasten n°2** (ci-contre ¹⁷⁷) comprend cinq jeux de plaquettes en carton, présentant un à dix disques de couleur verte ou rouge, à découper. Il est destiné aux « cours de calcul avancé dans les 1^{ère} et 2^{ème} classes d'école primaire ».

Le **Rechenkasten Nr. 2a** est une variante en bois, toujours rouge et vert, dans une boîte coulissante.

Le **Rechenkasten Nr. 2b** (cf. ci-dessous ma photo à gauche et celle de l'Université de Koblenz à droite) ajoute à ce matériel, pour les quatre premières classes d'école primaire : douze tableaux de cent organisés en dizaines comme chez Kühnel avec leurs couvertures transparente et opaque ; deux tableaux de mille avec leurs couvertures transparente et opaque ; un tableau de 10 000.

177 Photo Université de Koblenz : <https://www.uni-koblenz-landau.de/de/lan 1>



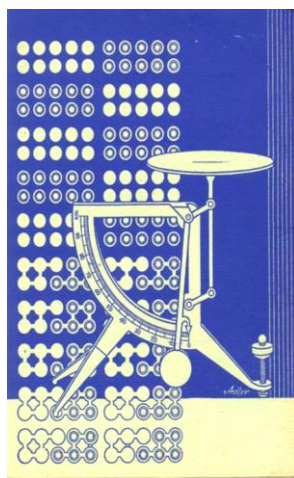
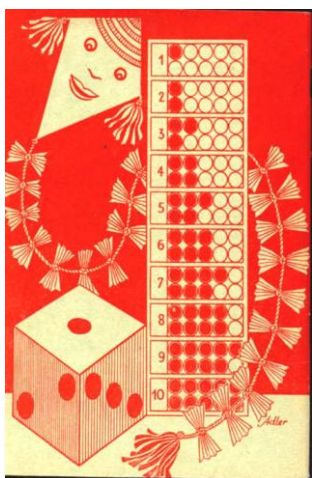
Le **Rechenkasten Nr. 2c** (*Bornsches Zehnerbrett*) était une plaquette en bois comprenant dix trous disposés selon la configuration de Born dans lesquels pouvaient être insérés des cylindres bicolores (rouges et vert). Elle était destinée aux cours de calcul avancés dans les classes de première et de deuxième année. Son esprit est similaire à celui du *Nürnberger Rechenbrett* d'Ernst Troelltsch.



Le **Rechenkasten Nr. 2k** comprenait, dans une boîte coulissante : vingt planches en carton solide avec bande de séparation entre les dizaines ; les nombres figuraux en carton de 1 à 10 en rouge et vert. Elle était destinée aux calculs jusqu'à 20.

Les manuels bavares pour les deux premières années d'enseignement (quatrièmes de couverture ci-dessous) furent édités en 1947 par Eugen Koller, le premier imprimé en 175 000

exemplaires, le deuxième en 170 000 exemplaires¹⁷⁸. En voici les quatrièmes pages de couverture¹⁷⁹.



XXI. Rémi Brissiaud (1949-2020)

Histoire et justifications d'une redécouverte

En France c'est surtout le chercheur Rémi Brissiaud, en 1989¹⁸⁰ et depuis lors, qui a revalorisé le matériel Herbinière-Lebert (avec d'autres « collections-témoins organisées » / « nombres figuraux » comme les doigts et les constellations du dé reconfigurées) dans le souci d'éviter chez les élèves le « comptage-numérotage » et de favoriser les stratégies de décomposition-recomposition qui permettent d'accéder au nombre comme « relation entre des quantités »¹⁸¹. Ces stratégies étant remises à l'honneur dans les nouveaux programmes de maternelle (2015), assistera-t-on à un renouveau du matériel Herbinière-Lebert ? Pour l'instant le matériel n'est pas réédité en France, ni chez Nathan ni ailleurs sous une forme similaire.

178 Verlaufsformen der Entwicklung des Rechenbuchs der deutschen Volksschule, aufgezeigt an ausgewählten Beispielen des Rechenbuchs aus dem 18., 19. und 20. Jahrhundert. Inaugural-Dissertation in der Erziehungswissenschaftlichen Fakultät der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg vorgelegt von Karl Heinz Franke. URL : <https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bvb:29-opus-910>

179 A gauche, 4^{ème} de couverture de : Hintere Buchdecke des Rechenbuchs für die bayerischen Volksschulen, 1947. A droite, 4^{ème} de couverture de : Hintere Buchdecke des Bayerischen Rechenbuchs für die 2. Jahrgangsstufe, 1947

180 BRISSIAUD Rémi, Comment les enfants apprennent à calculer, Retz, 1989.

181 BRISSIAUD Rémi, « Pourquoi l'école a-t-elle enseigné le comptage-numérotage pendant près de 30 années ? Une ressource à restaurer: un usage commun des mots grandeur, quantité, nombre, numéro, cardinal, ordinal, etc. », octobre 2014. Texte en ligne : http://www.cfem.asso.fr/debats/premiers-apprentissages-numeriques/Brissiaud_UneRessource_aRestaurer.pdf

En 1989 Rémi Brissiaud s'est efforcé de redonner vie aux plaquettes Herbinière-Lebert en remédiant à leur « inconvénient majeur » : « la pauvreté de l'environnement pédagogique qu'elles créent [...] Dans la leçon décrite¹⁸² [celle des époux Fareng en 1966], les élèves sont très dépendants de l'adulte, tant dans la gestion de l'activité que dans son évaluation ». Brissiaud souhaite donc faire de ce matériel un « outil de communication dans la relation maître-élève »¹⁸³.

En 1994 (et 2005), dans un *Livre du maître pour la grande section de maternelle*¹⁸⁴, Rémi Brissiaud proposait de nouvelles activités qui nécessitaient de fabriquer soi-même les plaques Herbinière-Lebert (avec éléments fixes) avec du carton. Il développait aussi des « Albums à calculer » (toujours édités, illustration ci-dessous) qui s'appuient sur les configurations Herbinière-Lebert et sur celles du dé. Dans ses manuels *J'apprends les maths*¹⁸⁵ pour l'élémentaire, le personnage de Perrine (ci-dessous) utilise des collections témoins organisées comme celle de Suzanne Herbinière-Lebert.



Titulaire d'une maîtrise de mathématiques et d'un doctorat en psychologie cognitive, auteur de manuels et d'outils de mathématiques pour l'enseignement primaire, Rémi Brissiaud a mené des travaux qui ont notamment contribué à la revalorisation de la décomposition des nombres dans le programme de maternelle en 2015. Je reprends ici son argumentation et des extraits de sa « contribution aux travaux des groupes d'élaboration des projets de programmes »¹⁸⁶ en 2014.

Rémi Brissiaud distingue depuis 1989 deux chemins vers le nombre : l'un à partir de collections témoins organisées (qu'il appellera aussi ensuite « nombres figurés ») et l'autre à partir du comptage-numérotage.

182 FARENG R. & FARENG M., *L'apprentissage du calcul avec les enfants de 5 à 7 ans*. Manuel de pédagogie pratique pour les écoles maternelles, les classes enfantines, les jardins d'enfants et les classes préparatoires, Paris : Fernand Nathan, série « Comment faire ? », collection « L'Éducation enfantine » dirigée par S. Herbinière-Lebert, 1966. Préface de Suzanne Herbinière-Lebert.

183 BRISSIAUD Rémi, *Comment les enfants apprennent à calculer, Le rôle du langage, des représentations figurées et du calcul dans la conceptualisation des nombres*, Retz, 2005, pp. 169-170. [Première édition 1989]

184 BRISSIAUD Rémi, *J'apprends Les Maths - Livre Du Maître, Grande Section De Maternelle*, Retz, 1994.

185 Cf. illustration ci-dessous issue de *J'apprends les maths CP*, 2007.

186 BRISSIAUD Rémi, « Pourquoi l'école a-t-elle enseigné le comptage-numérotage pendant près de 30 années ? Une ressource à restaurer : un usage commun des mots grandeur, quantité, nombre, numéro, cardinal, ordinal, etc. Contribution aux travaux des groupes d'élaboration des projets de programmes C2, C3 et C4 » P. 18-20. URL : http://cache.media.education.gouv.fr/file/CSP/83/4/Brissiaud_Remi_-_Chercheur_-_CSP_Contribution_362834.pdf

Le deuxième chemin, privilégié peu ou prou par les instructions officielles de l'Éducation nationale de 1986 à 2015,

« enseigne la quantification à l'aide d'un comptage-numérotage. Les enfants utilisent alors des collections de numéros comme symboles quantitatifs (pour eux, 6 renvoie à 1, 2, 3, 4, 5, 6), l'accès au nombre se faisant dans un second temps, quand ils accèdent à l'itération de l'unité, c'est-à-dire quand ils ont surmonté l'obstacle que crée la polysémie des mots-nombres inhérente à ce choix. Dans le cadre d'un tel choix, en effet, lorsque l'enseignant dit un mot-nombre, l'enfant doit l'interpréter soit comme renvoyant à une pluralité (ce mot désigne alors une quantité), soit comme renvoyant à une individualité (il est alors un numéro). »

Le premier chemin est quant à lui une « entrée directe dans le nombre ». En effet, en s'appuyant sur l'itération de l'unité et les décompositions des nombres facilitées par les collections-témoins organisées, « les quantités sont mises en relation entre elles, ce qui a pour conséquence que la quantification est d'emblée numérique. »

« À l'âge maternel, il semble raisonnable de se limiter à l'étude de trois types de décompositions des nombres entre 6 et 10 : celles qui résultent de l'itération de l'unité, celles qui utilisent le repère 5 et, enfin, celles qui expriment des doubles. Ainsi, 6 doit être compris comme 5-et-encore-1 et comme 3-et-encore-3 ; 7 doit être compris comme 6-et-encore-1 et comme 5-et-encore-2 ; 8 doit être compris comme 7-et-encore-1, comme 5-et-encore-3 et comme 4-et-encore-4), etc. Dès lors, l'usage de collections-témoins qui sont organisées comme les doigts (repère 5) et de collections-témoins organisées à l'aide des doubles (les dominos de Herbinière-Lebert, par exemple) semblent évidemment des aides incontournables. Ces nombres figuraux étaient systématiquement utilisés à l'école maternelle avant 1970. Le choix de favoriser le premier cheminement devrait s'accompagner d'un usage plus fréquent de ces outils pédagogiques et d'une plus grande diffusion des mises en garde qui viennent d'être faites. ».

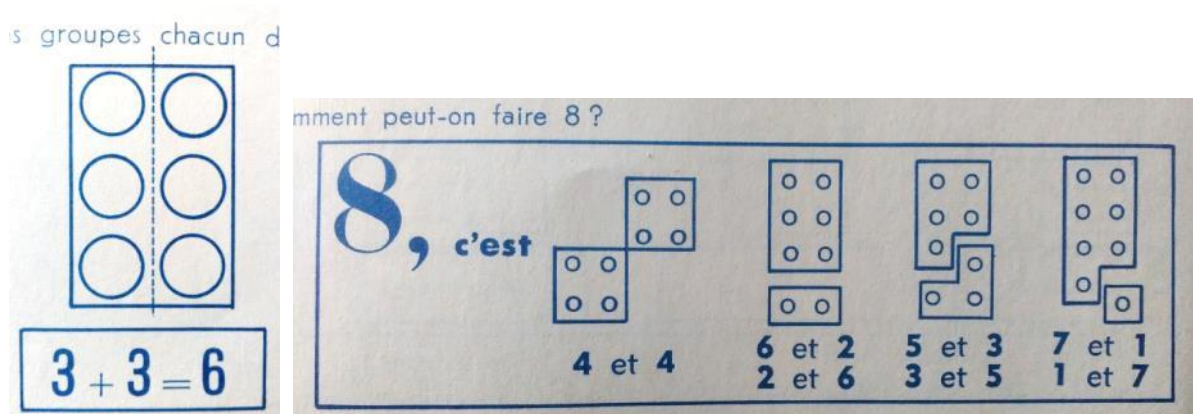
Rémi Brissiaud précise que des collections témoins organisées sont « d'authentique nombres figuraux » si elles donnent « accès aux relations entre quantités » et ne sont pas de simples images enregistrées dans l'esprit de l'enfant. Par exemple un enfant doit dénombrer 6 doigts levés, même si on change les doigts. Ou encore : un enfant qui sait voir, dans les 5 points du dé, 4 et 1 ou 3 et 2, doit pouvoir analyser de la même manière d'autres collections témoins, organisées de manière même non-conventionnelle (non symétrique, non alignée, etc.).

« En effet, le mot « organisé » renvoie avant tout à une organisation mentale et c'est en variant l'organisation figurale que l'enfant accède à l'organisation mentale, jusqu'à analyser ainsi des collections qui n'ont plus aucune organisation figurale, l'enfant formant lui-même les groupements. Ainsi, si l'on voulait être précis, il faudrait parler de collections dont l'enfant sait analyser l'organisation figurale pour, dans un second temps, utiliser cette organisation alors qu'elle n'est plus prégnante de façon figurale. »

C'est sans doute dans cet esprit que Rémi Brissiaud, dans ses *Albums à calculer* conçus pour la maternelle (et qui fonctionnent selon le principe du « jeu du gobelet »), dispose des animaux en collection-témoin organisée conventionnellement sur la page de gauche (selon l'album : configuration du dé ou bien des plaquettes Herbinière-Lebert) et de manière non conventionnelle sur la page de droite (mais toujours de manière organisée, c'est-à-dire suggérant des décompositions par la répartition des unités dans l'espace).



C'est sans doute pour cela aussi que Suzanne Herbinière-Lebert dans ses *Cahiers*¹⁸⁷ donne des décompositions de ses plaquettes dans une disposition non-conventionnelle : plaque séparée mentalement en deux colonnes ou plaques disjointes.



187 HERBINIERE-LEBERT Suzanne, *Combien font ? Cahier de calcul pour les enfants de 5 à 7 ans. Exercices d'application et de contrôle*, Fernand Nathan, 1956. Premier cahier : la dizaine. Deuxième cahier : la centaine.

L'usage du matériel en grande section de maternelle

Brissiaud propose de fabriquer des plaques-nombres de 1 à 10 découpées dans du carton épais et d'y coller des gommettes. Les plaques ont pour base un carré de 2,5 cm de côté. Brissiaud prévoit : vingt exemplaires des plaques 1, 2, 3, 4 ; quatorze exemplaires des plaques 5, 6, 7, 8. Il ne prévoit pas les plaques 9 et 10 parce qu'il a constaté qu'un certain nombre d'enfants les confondaient avec les plaques-nombres 7 et 8. [Nous avons vu que des solutions existaient, par exemple celle de Koller pour la plaque de 10, consistant à agrandir la plaquette aux deux extrémités.]

Voici les situations préconisées par Brissiaud¹⁸⁸ en 1994 pour la grande section de maternelle.

Présentation du matériel et/ou introduction d'un nouveau nombre



Objectif : reconnaître dans les plaques-nombres des configurations connues et s'appuyer sur elles pour analyser les autres plaques sous forme de décompositions.

Déroulement : Des plaques des différents nombres sont posées au sol dans le « coin regroupement ». L'enseignant.e demande : « Combien y a-t-il de ronds sur cette plaque ? »

Pour illustrer une autre stratégie que le comptage 1 à 1, inviter les élèves à montrer comment telle plaque est équivalente à la réunion de deux autres. Une fois le principe compris, pour inciter les élèves à décomposer, ne montrer la plaque que brièvement : ils comprendront

l'avantage de repérer la configuration du 4 et celle du 2 plutôt que de compter 1 à 1.

Pour introduire un nouveau nombre, toujours commencer par le présenter comme un nombre déjà étudié « et encore 1 ».

« Album à calculer »

Des animaux sont placés sur la page de gauche selon la disposition d'une plaque Herbinière-Lebert¹⁸⁹. En avançant dans l'album, certains animaux sont passés sur la page de droite tandis qu'un rabat vient cacher la page de gauche¹⁹⁰. L'enseignant.e rappelle qu'il y a x animaux en tout et demande combien il en reste sur la page de gauche. L'élève visualise la disposition de base des x animaux pour imaginer l'emplacement vide et trouver combien il reste d'emplacements occupés par des animaux. On vérifie en soulevant le rabat. Les élèves sont ainsi incités « à se donner une image mentale de la constellation de base et à raisonner sur cette image mentale comme s'ils avaient cette constellation sous les yeux. »

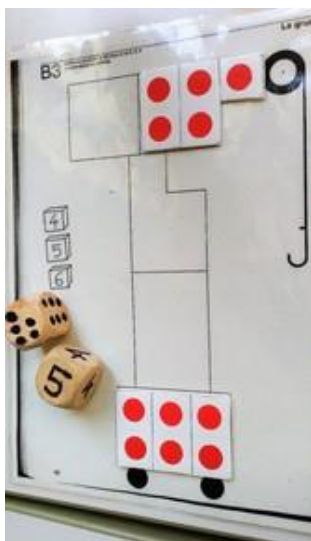
Apparier nombres et plaques

188 Pour le détail et le matériel associé (planches à photocopier, notamment), voir BRISSIAUD Rémi, *J'apprends Les Maths - Livre Du Maître, Grande Section De Maternelle*, Retz, 1994, réédité en 2005.

189 Brissiaud propose aussi des albums avec des collections-témoins organisées à l'aide du repère 5.

190 C'est la 3ème phase d'utilisation de l'album. On travaille d'abord sans rabat puis en cachant la page de droite.

Deux à six joueurs ont chacun un dessin (maison, véhicules...) composé avec les contours de plusieurs plaques nombres (ma photo ci-dessous avec le matériel que j'ai fabriqué). Il faut obtenir avec un dé (chiffres ou constellations Herbinière-Lebert) les plaques nécessaires pour remplir tout le dessin.



Décomposer les nombres pour remplir une piste

Remplir une piste depuis le départ jusqu'à l'arrivée, sans laisser de trou (ma photo ci-dessus). Cette dernière exigence oblige à décomposer les nombres. Par exemple lorsqu'un joueur obtient successivement avec le dé les nombres 7 et 8 (impair puis pair), il ne peut pas poser la plaque 8 sans laisser un trou ; il doit donc l'échanger contre les plaques 7 et 1 ou bien 5 et 3. La situation est encore plus fréquente quand les joueurs rencontrent un virage.

Trouver le complément

Un meneur de jeu tire une carte avec une interrogation écrite et imagée. Par exemple : « Pour faire 5 j'ai déjà 2. Combien faut-il encore ? ». Le joueur interrogé répond puis valide sa réponse en posant la plaque-nombre correspondante sur le gabarit tracé sur la carte. Si sa réponse est juste, il gagne la carte et la plaque.

XXII. Tacon, Atkinson et Wings (Numicon)

Depuis 1996 des plaques-nombres très semblables à celles d'Herbinière-Lebert ont été développées en Angleterre. Associées à des réglettes et à d'autres outils, elles sont à la base d'un ambitieux programme d'éducation nommé Numicon. Numicon est la contraction de *numeral icon*, concept identique à celui des « figures numériques » d'Herbinière-Lebert ou des « nombres figuraux » revalorisés par Brissiaud de nos jours.

Numicon¹⁹¹ est un projet initié par deux enseignantes britanniques de l'école maternelle Peacehaven infant school (East Sussex) pour développer les compétences en numération de leurs élèves d'une ville défavorisée. Il s'agit de Romey Tacon, diplômée d'éducation artistique et Ruth Atkinson, enseignante spécialisée. Elles ont fait appel à un didacticien des mathématiques : Tony Wing. Ensemble ils ont obtenu des prix de recherche (Teacher Training Agency) qui leur ont permis de diffuser l'expérience sur d'autres écoles du Sussex et de former leurs collègues. Les résultats les plus décisifs furent obtenus par des élèves ayant un déficit de mémoire à court terme comme les élèves avec le syndrome de Down (trisomie 21)¹⁹². L'expérience fut étendue à 80 écoles d'Angleterre pour en évaluer scientifiquement les bénéfices. Les trois auteurs ont par la suite quitté leurs fonctions pour se consacrer au développement croissant de Numicon : Tacon et Atkinson en 2004, Wing en 2006. Ce sont les Presses de l'Université d'Oxford qui éditent dorénavant le matériel dans leur réseau mondial (en anglais, surtout dans le Commonwealth, mais aussi en espagnol) et des formations d'enseignants sont organisées pour la maternelle et l'élémentaire.



Diplômé d'enseignement et de mathématiques, Tony Wing a été enseignant en école primaire puis chargé de cours en didactique des mathématiques à l'université de Brighton. Il a soutenu sa thèse en 1989 à la University of Southampton School of Education : « researching representation in mathematics ». Cette thèse est manifestement non publiée et non-disponible malgré mes requêtes. Il serait pourtant intéressant de pouvoir la lire pour voir si le nom d'Herbinière-Lebert ou du moins les configurations de ses plaquettes étaient connues de Tony Wing. En 1995 il rejoint le projet qui deviendra Numicon.

Les autrices et l'auteur connaissaient-ils les plaquettes Herbinière-Lebert ou le travail de Rémi Brissiaud qui les évoque en 1989 puis propose des activités à partir d'elles en 1994 ? Les dimensions des plaques Numicon sont identiques à celles préconisées par Brissiaud et certaines activités rappellent celles préconisées par Brissiaud mais les auteurs de Numicon disent s'être plutôt appuyés sur la découverte fortuite du matériel de Catherine Stern :

191 Sources :

- Présentation de l'éditeur dans : *Numicon: Numicon Kit 3 Group Kit*, Oxford University Press, 2011
- CORDINGLEY Philippa, "Knowledge and research use in local capacity building", in Tracey Burns and Florian Köster, *Governing Education in a Complex World*, OCDE, 2016. En ligne : <https://doi.org/10.1787/9789264255364-en>
- Romey Tacon and Ruth Atkinson with Dr TonyWing, "Learning about numbers with patterns using structured visual imagery (Numicon) to teach arithmetic. Summary of a research project carried out at an infant school in England". BEAM Education research papers

192 WING Tony & TACON Romey, "Teaching number skills and concepts with Numicon materials", *Down Syndrome Research and Practice*, Vol. 12 (1), 2007.

« The serendipitous discovery of a copy of Catherine Stern's book, *Children Discover Arithmetic*, led us to challenge our pedagogy and explore the use of the visual images originally used by Stern within a structured program of teaching activities that we developed during the project. The activities used shapes and rods and encouraged children to develop a systematic mental imagery of number, to develop mathematical language and to apply their arithmetic to real-life problems. »¹⁹³

Les plaques Numicon sont découpées comme les plaques en relief d'Herbinière-Lebert mais sont colorées et trouées pour recevoir des cylindres-unités comme les plaques Stern des cubes. Quoiqu'il en soit le programme Numicon (illustration ci-dessous à droite) rassemble effectivement plusieurs éléments du matériel Stern (ma photo ci-dessous à gauche).



Ce qui est frappant et qui est la grande originalité des plaquettes Numicon c'est la façon dont elles font revivre en un seul matériel les deux jeux originaux de Suzanne Herbinière-Lebert : les plaquettes trouées avec éléments mobiles cylindriques et les plaquettes au contour épousant la configuration des éléments fixes.

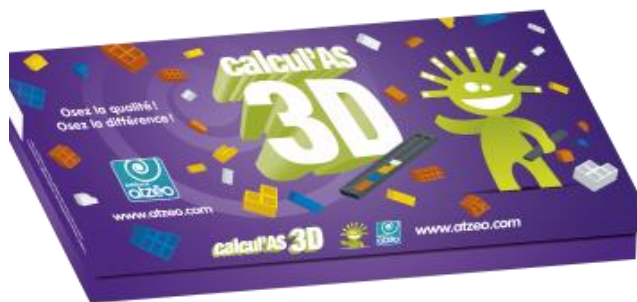
Il faudrait comparer précisément les usages préconisés respectivement pour les « Numicon shapes », pour les « Pattern Boards » de Stern et pour les plaquettes Herbinière-Lebert.

193 Romey Tacon and Ruth Atkinson with Dr Tony Wing, "Learning about numbers with patterns using structured visual imagery (Numicon) to teach arithmetic. Summary of a research project carried out at an infant school in England". *BEAM Education research papers*, 2004.

XXIII.Des matériels récents semblables aux plaquettes Herbinière-Lebert

« Calcul'As 3D » des éditions Atzeo (Belgique)

En Belgique un matériel intéressant, semblable aux plaques Herbinière-Lebert, est édité par Atzeo sous le nom de « Calcul'As 3D ».



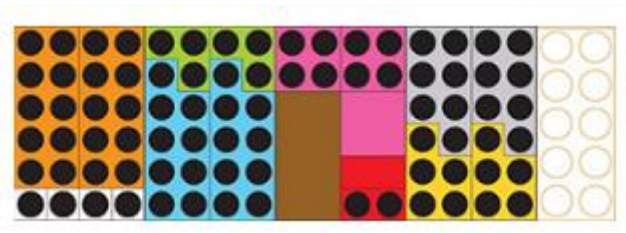
Les plaques sont en plastique avec une face « globalisée » (surface plane) et une autre « unitarisée » (trous carrés) « selon la performance en dénombrement de chaque élève ». Les plaques sont d'une des quatre couleurs disponibles et ces couleurs ne représentent donc pas une quantité déterminée.

Une originalité de ce matériel est de comporter des rails comme les barres Stern notamment : « la bande numérique propose deux rails : l'un permet de travailler avec un support d'unités visibles [rails striés en carrés] et l'autre avec un support de dizaines [gabarit de la plaque de 10]. » Avec les supports de dizaines les plaques sont posées de manière à travailler les compléments à 10 ou le passage de la dizaine. Les deux rails permettent de travailler les différences et les rapports entre quantités, par exemple : $12 = 10 + 2 = 3 + 3 + 3 + 3$.

Le « Schématico » des éditions Plantyn (Belgique)

Des cartes similaires aux plaques Herbinière-Lebert mais colorées, nommées « Schématico », servent de matériel de comptage au premier tome de la méthode de mathématique belge « Tip-Top » éditée par Plantyn. Toutefois, la méthode semble étrangement préconiser le comptage 1 à 1 plutôt que la stratégie de décomposition¹⁹⁴.

194 Cf. la vidéo de démonstration consultée le 13 mars 2019 : <http://primaire.plantyn.com/schematico#.XllhC7jjJPY>



Notons l'astucieuse façon de faire de la dizaine une nouvelle unité dans le système décimal : en colorant en blanc le fond de la plaque et de la même couleur l'intérieur des disques.

Le *Rekendoos* des éditions Die Keure (Belgique)



Toujours en Belgique sont éditées des plaquettes rigides à la configuration proche de celle d'Herbinière-Lebert : elles accentuent le groupement des points par deux et leur découpage est de ce fait parfois différent. Le matériel comporte aussi des plaquettes rectangulaires avec les configurations de Lay. Ce voisinage des configurations de Born et de Lay est le seul que je connaisse et la nécessité des deux configurations pour les auteurs de la méthode m'a fait réaliser pleinement les spécificités de chacune (je l'évoquerai plus loin).

Auf ins Land der Zahlen de Franciska Püller (Autriche)

De nos jours des plaques-nombres autrichiennes qui se présentent étrangement comme

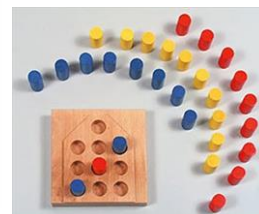
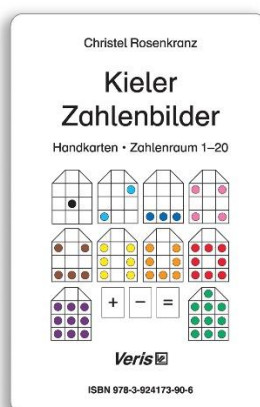


montessoriennes adoptent les configurations de Born. L'éditeur précise que ce matériel a été développé par Franciska Püller « sur la base des couleurs Montessori » et des configurations « de Kühnel ». Au bout du compte ces « plaques de calcul montessoriennes » n'ont de montessoriennes que les couleurs

identiques à celles des barrettes de perles du matériel Montessori. Le matériel se nomme « *Auf ins Land der Zahlen* » (anciennement « *Mathe trans* ») et est édité par Brigg verlag¹⁹⁵. Il a l'originalité d'être transparent (ce qui est pratique pour la validation d'une décomposition par superposition des plaques) et de présenter au verso des disques-unités barrés pour illustrer la soustraction.

Les Mengenbilder de Lilo Gührs

Mentionnons encore les récents *BEO Mengenbilder* (« diagrammes de quantités », image ci-dessous à gauche) : papiers découpés par Lilo Gührs pour l'Institut Ginko¹⁹⁶ à Bonn (Allemagne) dédié aux personnes dyslexiques et dyscalculiques. Le matériel est accompagné des livres *Fit trotz Rechenschwäche*. Les couleurs associées aux représentations de chaque quantité sont habituellement celles d'autres nombres figuraux assez connus en Allemagne : les *Kieler Zahlenbilder* et leurs planches trouées nommées *Steckbrett* (images ci-dessous à droite).



¹⁹⁵ <https://www.auf-ins-land-der-zahlen.at/>

¹⁹⁶ <https://www.ginko-lernboerse.de/>

XXIV. Les groupements de type Herbinière-Lebert en France : quatre justifications et nuances

Gaston Mialaret (1918-2016)

Gaston Mialaret fut professeur de mathématique, psychologue, co-introducteur des sciences de l'éducation à l'université. Il présida le Groupe français d'éducation nouvelle (GFEN) et le Bureau international de l'éducation à l'UNESCO. Il fut l'organisateur et le rapporteur d'une commission pour l'enseignement du calcul, soutenue par l'UNESCO, à laquelle participèrent notamment Henri Canac et Suzanne Herbinière-Lebert. Cette dernière y exposa une initiation au calcul en classe maternelle, notamment avec ses plaquettes. Voici quelques extraits de *Pédagogie des débuts du calcul* (1955)¹⁹⁷.

« Il est possible d'étudier les premiers nombres (les dix premiers notamment), avec des enfants, d'une manière beaucoup plus intelligente que par le dénombrement monotone des bâchettes (encore qu'il faille recourir parfois à ce procédé comme moyen de constatation ou de contrôle). Cette méthode consiste essentiellement à construire (définir, poser) le nouveau nombre par adjonction de l'unité au nombre précédent, puis à étudier ses diverses décompositions en nombres moins élevés que lui. [...] Les objets alignés ramèneront invinciblement l'enfant à la routine du dénombrement mécanique, qui ne fera jamais apparaître, dans sa pensée, la figure propre du nombre, les arbres cachant perpétuellement la forêt ; tandis que, par la présentation en constellations, la figure globale du nombre saute aux yeux sans que l'attention ait à se fixer successivement sur les unités qui le composent. [...] Or ces constellations sont d'autant plus lisibles qu'elles sont formées d'éléments plus simples et d'une symétrie plus apparente. [...] Le choix même des structures à utiliser donne lieu à de nombreuses discussions. [...] On notera qu'il est surtout important d'attirer l'attention sur les décompositions en deux termes, les décompositions en plusieurs termes pouvant être considérées comme formées de plusieurs décompositions en deux termes qui ramènent l'enfant à des cas déjà connus : $2+1+1=2+(1+1) = (2+2)$.

Ces décompositions conduisent naturellement à l'idée de l'addition et à l'idée corrélatrice de la soustraction. Dès lors il est possible de proposer à l'enfant toutes sortes de petits exercices variés à l'infini et convenablement gradués.

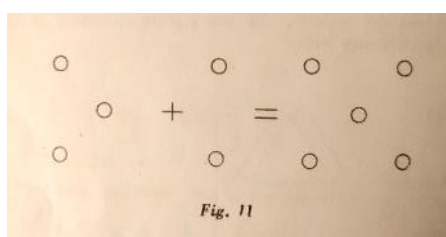
Présentation (très rapide pour éviter le dénombrement par unités) de cartons portant 1, 2, 3, 4, 5 pastilles ; les enfants reconnaissent le nombre d'une seule vue puis le prononcent ou l'écrivent, ou tendent une étiquette portant le chiffre correspondant. [...]

197 MIALARET Gaston, *Pédagogie des débuts du calcul*, Fernand Nathan, première édition 1955 (citations identiques dans l'édition remaniée en 1965 et préfacée par Suzanne Herbinière-Lebert), p. 26-45.

Petites opérations abstraites sur les cinq premiers nombres (additions et soustractions) lorsque la connaissance des décompositions est devenue assurée et quasi automatique.

La gradation dans la suite de ces exercices consistera à passer peu à peu du calcul concret au calcul abstrait, ce qui est aussi aller du plus facile au difficile.

À un premier stade, l'enfant manipule des objets (jetons ronds par exemple) et réalise l'opération sous forme concrète. Ainsi « l'opération manuelle précède l'opération mathématique ». Il dispose devant lui trois jetons, puis deux, les met ensemble (addition) et constate, en les dénombrant, qu'il a constitué une collection de cinq unités. Ce degré dépassé, on pourra, par exemple, présenter (rapidement) à l'enfant un carton portant le schéma suivant :



L'enfant reconnaît ici, à la vue, l'opération qu'il sait effectuer manuellement et apprendra à exprimer ce schéma par la formule numérique : 3 et 2 font 5. [...]

Mais si au lieu de montrer ce schéma aux enfants, le maître se contente de le décrire sans le leur laisser voir : « J'ai sous les yeux un carton avec trois pastilles vertes, puis deux pastilles vertes, enfin à droite, toutes ces pastilles ont été mises ensemble. Dessinez ce que je vois, puis écrivez cette opération avec des chiffres », il les astreint à un effort d'imagination qui les met sur le chemin de l'abstrait et, en fin de compte, les enfants seront capables de résoudre l'opération sous sa forme abstraite (3 et 2 font 1), d'abord en évoquant furtivement le schéma, puis spontanément et du premier coup. À ce moment, l'automatisme du calcul abstrait sera obtenu et un fragment des tables d'addition assimilé, sans effort pénible et sans rabâchage. [...]

Dans une deuxième étape, les nombres de 6 à 10 seront étudiés d'une manière analogue : chaque nombre étant défini et posé par l'adjonction de l'unité au nombre précédent, puis figuré dans des schémas géométriques simples, enfin étudié dans ses diverses décompositions. Notons toutefois une nouveauté assez importante : alors que les schémas constellant qui représentent les cinq premiers nombres sont facilement saisis d'un coup d'œil et globalement, cette opération devient moins facile avec des nombres plus élevés. Trois solutions peuvent être utilisées :

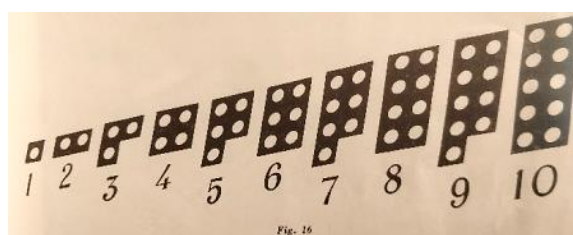
On peut présenter des schémas non plus indivis, mais analysés en plusieurs fragments, dont aucun ne présentera plus de cinq objets : au lieu de 8 points

en octogone, deux carrés de 4, le domino double 4 [...] On peut [...] prendre appui sur le nombre 5 et associer la notion des nombres suivants avec des schémas du type 5+1, 5+2, 5+3, 5+4, 5+5. Ce procédé permet de retrouver la série déjà parcourue de 1 à 5 et de mettre en évidence le nombre 5, moitié de 10, qui, en système décimal, est le point d'appui de diverses unités de mesure ;

On peut préférer toutefois une démarche plus souple, chaque nombre étant surtout associé avec le schéma le plus significatif, le plus parlant, le plus symétrique, avec celui qui achemine aux décompositions les plus intéressantes. Il semble indiqué, par exemple, de présenter 6 sous la forme du domino correspondant qui est 2 fois 3 et 3 fois 2 et qui permet aisément de faire apparaître les décompositions 4+2 et 2+4 ; 8 serait naturellement figuré par le domino double quatre ; 9 par le jeu de quille (3 fois 3, 6 et 3, 3 et 6) dans lequel, par un jeu convenable de jetons de deux couleurs, on forme l'autre décomposition intéressante : 5+4=4+5 ; 10, c'est le domino double cinq. Quant à 7, nombre sauvage et remarquablement dépourvu d'affinités intéressantes, on peut le figurer par le schéma 4+3 ou, faute de mieux, par 6+1. [...]

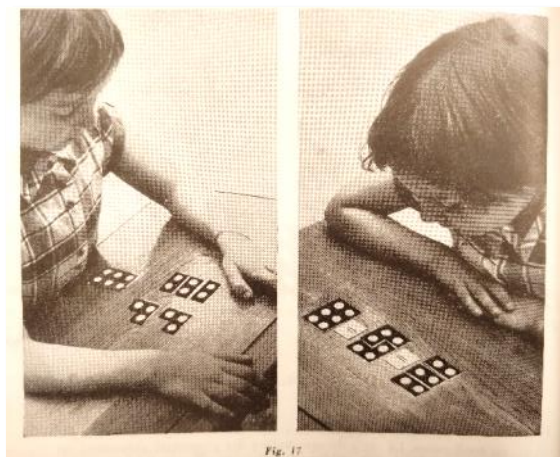
On peut aussi utiliser un matériel plus uniforme et rendre ces acquisitions encore plus systématiques. Nous ne reviendrons pas sur tous les exemples donnés mais nous allons rapidement montrer le parti qu'un éducateur peut tirer du type suivant (*) (* Nous prenons pour exemple le matériel présenté, au cours de la réunion des experts, par Madame l'Inspectrice générale Herbinière-Lebert) [*Dans l'édition de 1965 seront ajoutés les dominos avec jetons mobiles et les réglettes de Cuisenaire.*]

Dix plaquettes correspondant chacune à un nombre.



Les éléments à compter sont des cercles rouges en relief sur un fond jaune. La règle de constitution des plaquettes successives est simple et facile à comprendre. La plaquette 10 constitue une unité nouvelle. Ces plaquettes sont accompagnées de chiffres mobiles imprimés sur carton. Chaque nombre est toujours présenté dans la structure adoptée une fois pour toutes. La comparaison des plaquettes successives permet à l'enfant de comprendre aisément comment se fait le passage à l'unité suivante. Chaque plaquette suggère certaines décompositions immédiates : 7=4+3=2+2+2+1.

Le maniement du matériel amène l'enfant à toutes les décompositions possibles. [*Et nous voyons ici les seules images que je connaisse d'enfants en activité avec les plaquettes Herbinière-Lebert*]

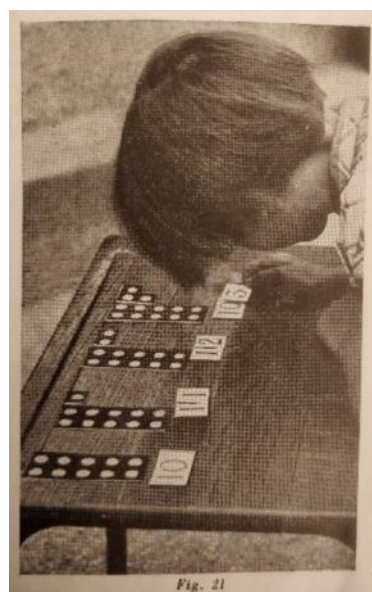


Le rangement du matériel, travail quotidien nécessaire, oblige l'enfant à reconstituer correctement les nombres afin de pouvoir faire tenir les plaquettes dans leur boîte.

[...] Pour la formation des nombres supérieurs à neuf, les plaquettes-dizaines sont ici fort utiles ; elles permettent à l'enfant de bien comprendre :

- La différence de valeur de chacun des deux chiffres.
- Le rôle et la nécessité du zéro
- Le passage d'une dizaine à l'autre
- L'analogie entre la formation des dizaines successives.

On met ainsi l'enfant en état de passer de l'écriture d'un nombre quelconque de deux chiffres à sa valeur en dizaines et unités (passer de l'écriture 97, par exemple, à l'idée d'un nombre de neuf dizaines et sept unités) ; et vice-versa. Il y a intérêt, croyons-nous, à multiplier ces exercices afin de bien asseoir dans l'esprit de l'enfant la figure générique des nombres de deux chiffres (c'est-à-dire sur un exemple simple, la convention décimale), avant que cette notion ne soit obscurcie par les irrégularités de la nomenclature. [...]



Idée générale : prendre appui sur la dizaine qui, dans ces opérations, reste intacte, indivise. L'analogie qu'il est possible de réaliser entre la disposition du matériel et celle de l'opération permet une acquisition plus aisée du mécanisme de calcul ; le matériel permet, en outre, de mettre en évidence les rapprochements entre les opérations. [...] Les additions par 2, par 3, etc..., qui partent de 0 ou y aboutissent présentent un intérêt particulier, puisqu'elles donnent les multiples de 2. »

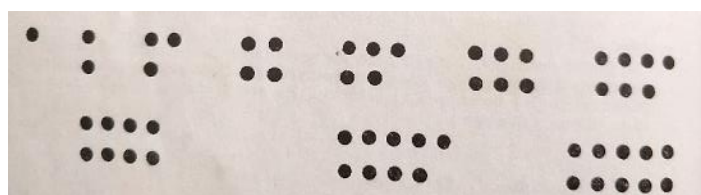
René Brandicourt (1904-1985)

René Brandicourt, Instituteur d'école d'application et auteur de manuels¹⁹⁸, n'utilise pas le matériel des plaquettes Herbinière-Lebert mais en 1962¹⁹⁹ il recommande tout de même le « groupement par 2 » formé de haut en bas et, selon lui, de gauche à droite. Il donne notamment comme précieux conseils de :

- décomposer un nombre à l'aide d'un objet fin qui sépare en deux ;
- déplacer un cache à chaque ajout d'une unité pour énoncer la quantité ainsi formée plutôt que de montrer du doigt point par point (afin de ne pas confondre 6 et 6^{ème}).
- matérialiser une opération écrite en n'introduisant dans la représentation matérielle que les quantités sur lesquelles on opère.

« Les nombres de 6 à 9 ; le nombre 10. [...] Les amas que constituent les collections doivent être régularisés pour être saisis, soit en alignant les objets pour les compter ensuite un à un, soit en groupant ces objets selon des constellations, dont les parties aisément reconnues comme exprimées par des nombres de 1 à 5, donnent, par leur réunion, le nouveau nombre considéré : il n'y a plus là de vision globale du nombre, mais une connaissance du nombre par deux au moins de ses constituants possibles, et ce grand bond dans la connaissance suppose une synthèse et la réalisation d'une addition non plus en manipulation, mais en travail mental. [...]

[...] connaissance des nombres de 6 à 9, dans leur suite naturelle (par addition de un au nombre précédent) et à la disposition en arrangements particuliers systématiques qui complètent cette connaissance par l'observation de tous les groupements constitutifs d'un nombre donné. Ces arrangements sont ceux qu'expose la première partie de cet ouvrage :



Ils procèdent essentiellement du groupe de 2 représenté par 2 points l'un sous l'autre, l'écriture point par point se faisant de haut en bas et de gauche à droite selon le mouvement le plus naturel de la main et des yeux.

198 Notamment : BRANDICOURT René et BRANDICOURT Suzanne, *La Ronde des nombres : Méthode et exercices de calcul, Cours préparatoire et classe de 11^e*. Illustrations de M. T. Aberdam, 1956. Il se faisait une haute idée de ce que devait être un livre de classe : BRANDICOURT René, « Sur les livres de classe », In: *Enfance, tome 9, n°3, 1956. Les livres pour enfants.* pp. 165-168. DOI : <https://doi.org/10.3406/enfan.1956.1536>

199 BRANDICOURT René, « Des principes à la pratique pédagogique », in BANDET Jeanne (dir.), *Cahiers de pédagogie moderne : Les débuts du calcul*, Armand Collin, collection « Bourrelier », 1962, pp. 12-15.

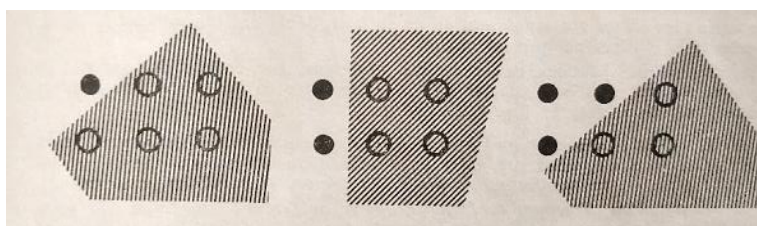
On pourra sur ces images (grandes au tableau mural, plus petites sur les ardoises, les cahiers, les cartons individuels, voire encore sur des groupes d'objets réels) procéder aisément à toutes opérations de décomposition, au moyen d'un petit élément de séparation (laine tendue, brin de paille, réglette...), sans dénaturer la figure entière ; ou à des opérations de retrait simulé, au moyen d'un cache semi-transparent (papier sulfurisé) laissant entrevoir la partie cachée, et la totalité du nombre.

L'idée de série y ressort bien, puisqu'il suffit d'ajouter un, toujours selon le même geste dans les mêmes directions, pour obtenir les nombres supérieurs. La notion de parité et d'imparité s'y dégage visuellement et facilitera, vers la fin du cours, la division par 2 (partage en deux, et recherche du nombre de paires).

Nous adopterons donc de préférence ces dispositions.

[...] Nous signalons le danger qu'il y a, dans le comptage, à énoncer les nombres en prenant les objets un à un. C'est en posant la 2^e assiette sur la 1^{re} que je dis 2, non en la prenant en main (la 2^e n'est pas 2, elle est 1) ; ibid. pour la 3^e, la 4^e... C'est en examinant la pile constituée que j'énonce 2, 3, 4,... 6.

Quand nous opérons sur des collections dessinées (nos arrangements conventionnels), c'est en déplaçant un cache que nous énoncerons le nombre, et non en montrant du doigt point par point :



Chaque point étant un, c'est l'ensemble seul qui fait le nombre. Nous ne voyons pas de meilleur moyen d'éviter la confusion de l'ordinal avec le cardinal. »

Brandicourt propose au cours préparatoire des exercices avec selon les cas la « disposition conventionnelle » ou une autre constellation ou des objets inorganisés. Mentionnons :

- « Le maître fait constituer 6 par adjonction d'1 objet (cube, jeton, réglette...) à une collection de 5 préalablement reconnue et revue (disposition conventionnelle ci-dessus). Examinons. Nommons : six. »
- « Compter 6 jetons : les grouper en constellations variées »
- « Montrer un groupe de 1 à 6 à l'appel du nom du nombre »
- « Écrire le chiffre correspondant à un groupement (grande carte à jouer) rapidement montré par le maître ou un camarade »
- « Groupes de jetons, bûchettes... (objets divers) : écarter 1, reconnaître 5 ; rassembler 5 et 1. Opérer de la même façon pour 4 et 2 ; 3 et 3 ; 2 et 2 et 2. »

- « Sur la constellation conventionnelle (grand format), le maître cache des points groupés : les élèves reconnaissent ce qu'on voit, déclarent (en nommant, ou en écrivant le chiffre) ce qui est caché. »
- « Répétitions individuelles des exercices ci-dessus sur ordres du maître : le groupe 6 étant constitué, écarter 1, 2, 3... Constater ce qui reste. Rassembler ; dire l'opération (5 et 1 ; 4 et 2... ; l'écrire.

« [...] Il est bon, si l'on veut matérialiser une opération écrite, de n'introduire dans la représentation matérielle que les quantités sur lesquelles on opère. Si, par exemple, j'écris $4+2=6$, je matérialise l'opération en plaçant 4 jetons sous le 4, 2 jetons sous le 2, puis, les rassemblant, je les fais passer de l'autre côté du signe $=$, en les empilant sous le 6 ; je me garde d'utiliser 12 jetons pour représenter une opération qui ne porte que sur 6. Il en va de même pour les opérations de soustraction. »

Jeanne Bandet

En 1962²⁰⁰ Jeanne Bandet, inspectrice générale de l'Instruction Publique, met en valeur le groupement par 2 mais oriente le groupement de gauche à droite et recommande de n'utiliser aucun matériel fixe mais plutôt des cailloux mobiles :

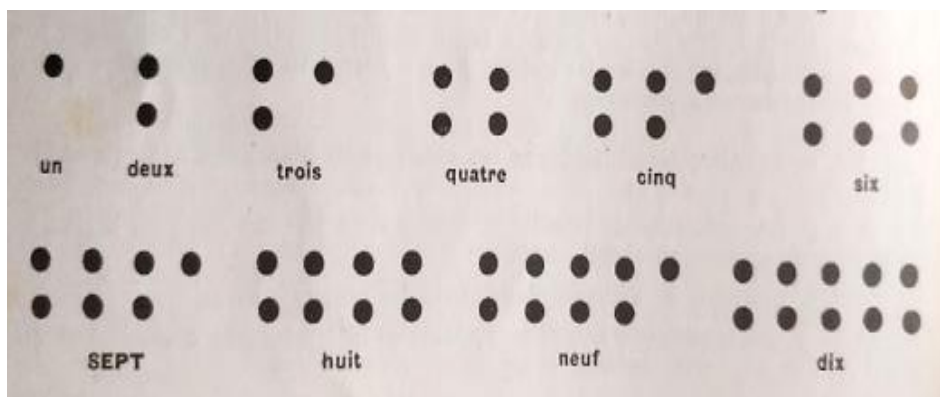
« Dans cet apprentissage de la qualité numérique, le groupement par 2 occupe une place d'une remarquable importance. Il est si lié à un aspect particulier de la réalité qu'avant de se servir du terme général : deux, la plupart des langues ont utilisé des termes nombreux s'appliquant à des présentations diverses de cet ensemble. Nous parlons encore de paires, d'attelages, de duos, de jumeaux, de doublets ; nous considérons des dilemmes ; les préfixes di et bi entrent dans la composition d'un grand nombre de mots comme si nous voulions marquer nettement la dualité. Nos idées d'opposition, de face à face, de vis-à-vis, sont la forme inversée de ce rapprochement [...] Ainsi ce n'est pas l'unité, dont on a par ailleurs pu discuter si elle était un nombre et qui, dans le langage courant, reste si attaché à l'objet représenté qu'elle en garde le genre (*un* raisin, *une* prune) qu'il faut commencer l'apprentissage des nombres chez l'enfant mais par ceux qui le « touchent » le plus facilement, le deux, le trois, le quatre. Le un sortira de leur comparaison. [...]

Jusqu'à 5, les quantités avaient leur visage bien à elles, leur caractère propre [...] A partir de 5, elles existeront surtout par leur place dans une série et par relation avec les quantités qui les précèdent ou qui les suivent. Il serait dangereux de croire qu'à ce stade on peut apprendre les nombres autrement que dans leur ordre naturel puisqu'il n'y a plus de vue globale de la quantité

200 BANDET Jeanne (dir.), *Cahiers de pédagogie moderne : Les débuts du calcul*, Armand Collin, collection « Bourrelhier », 1962, pp. 12-15.

qu'ils désignent. C'est le moment d'ailleurs de faire pressentir à l'enfant la succession des nombres entiers et la formation du suivant par addition de l'unité au précédent (itération). [...]

La présentation la plus simple et la plus féconde à la fois est celle qui fait apparaître le groupement de 2 comme base choisie et la disposition de gauche à droite comme orientation du rangement. Nous retrouvons ainsi les deux opérations fondamentales de toute connaissance numérique (succession et appariement) que nous avons indiquées. Les quantités de 1 à 10 sont donc ainsi « arrangées ».



Ces groupements permettent à l'enfant d'avoir aisément le sens de la série car chaque nombre s'obtient par la même loi, l'adjonction visible de l'unité au nombre précédent ; et le geste étant facile, l'enfant pressent qu'il pourrait pendant longtemps le répéter, indéfiniment le répéter.

Deux catégories de groupement, qui seront plus tard les pairs et les impairs s'y découvrent ; car certains ont un air fini ; dans l'autre un objet en l'air paraît en attendre un autre. Sans difficulté l'enfant découvre dans une des combinaisons l'une quelconque des représentations précédemment obtenues ; la dizaine avant qu'on la connaisse s'est bien constituée avec ses composants 2 et 5. On voit qu'il sera facile de faire les diverses « opérations » : addition, soustraction, répétition de quantités égales, moitié et dans certains cas, partage en 3, en 4, en 5 parties égales.

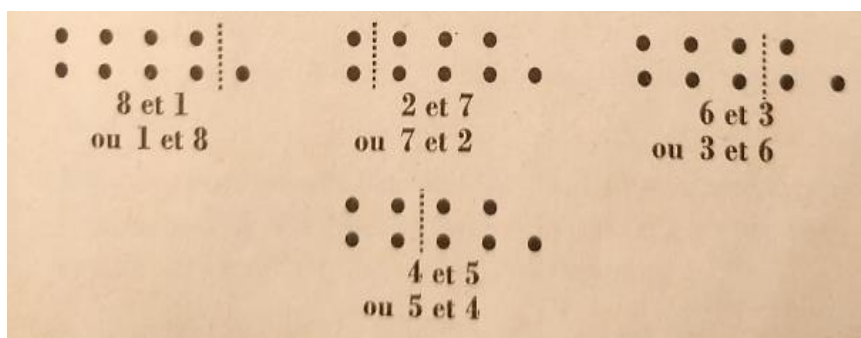
Une remarque encore sur ces arrangements privilégiés. Nous avons bien parlé d'arrangements d'objets et non d'une présentation figée et définitive de dessins conventionnels. Il est nécessaire, pour les opérations ultérieures, de conserver à ces structures toute leur mobilité. N'allons pas chercher un matériel compliqué, factice et coûteux. La nature nous a donné le matériel par excellence, ce lui qui a donné son nom à toutes les opérations que l'on fait sur les nombres. L'objet le plus facile à trouver et à grouper n'est-ce pas le caillou ? »

Madeleine Abbadie (1914-2006)

Madeleine Abbadie, Inspectrice générale de l'Éducation nationale, fut une grande complice de Suzanne Herbinière-Lebert et collabora aussi avec Jeanne Bandet²⁰¹. Elle est notamment l'autrice, avec Paulette Brossat, d'un « livret pédagogique » intitulé *Initiation au calcul dans les classes maternelles et enfantines*²⁰² et de deux cahiers d'« Initiation au calcul pour les enfants de 5 à 7 ans ».

Le livret pédagogique favorise les « constellations » et le matériel Herbinière-Lebert parmi les différents groupements de référence : alignements, « groupement à base 5 » (points du dé qu'Abbadie modifie pour que chaque nombre soit construit à partir du précédent), « groupement à base 4 » (Lay) qui ne met pas assez en relief la dizaine. Mais dans ses cahiers de calcul pour les élèves, Abbadie utilise à la fois les groupements à base 2 ou 10, ceux à base 5 et ceux en ligne.

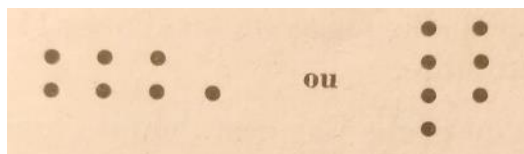
Ce qu'elle appelle le « groupement à base 2 ou 10 » (Born et Herbinière-Lebert) présente à ses yeux l'avantage de ne pas avoir à « déplacer les jetons pour faire l'analyse des nombres ».



Par exemple pour 9 jetons, « il suffit à l'enfant qui a placé ses 9 jetons suivant la disposition de base, de placer une petite bande de carton entre les jetons pour lire de part et d'autre les compositions additives qui forment le nombre 9. » (Cf. illustration ci-dessus.)

Le second avantage est que « l'on voit immédiatement si un nombre est pair et impair. »

Notons qu'Abbadie dispose horizontalement ou verticalement ce groupement.



201 Jeanne Bandet, Madeleine Abbadie, Réjane Sarazanas, *Vers l'apprentissage des mathématiques*, Paris : A. Colin, Bourrelrier, 1967.

202 ABBADIE Madeleine et BROSSAT Paulette, *Initiation au calcul dans les classes maternelles et enfantines*, Armand Colin, 1958.

Notons surtout que Madeleine Abbadie préconise l'emploi d' « éléments distincts figurant concrètement les unités de la collection considérée ». Elle préconise soit les graines soit les jetons circulaires avec une couleur distincte par face. L'analyse d'un groupement se fait dans ce dernier cas simplement en retournant certains des jetons.

« Au niveau de la classe maternelle ou enfantine, un nombre c'est une collection d'objets identiques, qui, à part de très rares exceptions, doit toujours être placée sous les yeux des enfants : on ne doit donc pas parler de 4, mais de 4 enfants, 4 pommes, 4 jetons... Autrement dit, dans tous les exercices de calcul, les enfants travailleront sur des collections d'unités réellement visibles et distinctes.

Nous mettons les Institutrices en garde contre une habitude répandue qui consiste à choisir parfois des collections de référence aux unités non distinctes : ainsi les 4 pieds de la chaise, les 4 ailes du papillon, les 5 doigts de la main, les 4 ou 8 pattes de tel ou tel animal ou insecte... Bien sûr, si nous comptons les ailes du papillon nous en trouvons 4, si nous comptons les doigts de la main nous en trouvons 5, mais il est tout à fait préférable que les éléments qui figurent les unités soient indépendants les uns des autres et que l'enfant puisse les déplacer les uns par rapport aux autres, pour se persuader qu'il s'agit bien toujours de la même collection, représentant le même nombre. Les 4 pieds de la chaise ou les 4 ailes du papillon sont noyés dans la chaise ou le papillon. Ils aident à définir, caractériser l'objet, mais n'illustrent que fort mal le nombre 4.

La même remarque s'applique au nombre 3 illustré par un triangle, au nombre 4 figuré par 1 carré : les 3 ou 4 côtés se perdent dans la figure d'ensemble qui est avant tout : 1 triangle, 1 carré. » (P. 18)

A propos des plaquettes Herbinière-Lebert (non nommées) et d'autres matériels semblables, elle précise :

« On utilise aussi dans les classes un matériel présentant des groupements d'objets dessinés, ou de points, placés les uns par rapport aux autres selon des dispositions géométriques de référence, qui évitent l'utilisation des petits éléments dont nous venons de parler. Nous sommes persuadés qu'il faut employer ce matériel parallèlement à celui que nous venons de décrire mais qu'il ne saurait remplacer celui-là. La manipulation des éléments-unités un par un est absolument indispensable. » (P. 21)

Madeleine Abbadie conseille pourtant à la fin du livret « d'étudier les ouvrages ou matériels suivants » : le manuel et les cahiers de Camusat, Chatignoux et Dupuis pour le CP ; le cahier n°5 de la collection « Cherche et trouve » d'Herbinière-Lebert et la brochure qui accompagne *Le Matériel de base pour l'initiation au calcul* (c'est-à-dire les plaquettes) de la même Herbinière-Lebert.

En 1967²⁰³ les inspectrices Jeanne Bandet et Madeleine Abbadie ne mentionnent plus les « groupements » ou « constellations » de type Herbinière-Lebert. Leur livre écrit avec Réjane Sarazanas, intitulé *Vers l'apprentissage des mathématiques* est significativement sous-titré *Nouveau départ pour les enfants de 4 à 7 ans* et il tient plus des « mathématiques modernes ». Déjà en 1962 Jeanne Bandet avait intitulé un chapitre des *Débuts du calcul* à « Quand les petits de la maternelle jouent aux « ensembles » ». En 1967 les seuls matériels recommandés en fin d'ouvrage sont les « Blocs logiques » de Z. P. Dienes, les « Nombres en couleur » de George Cuisenaire et la « méthode Discat » de Mina Audemars et Louise Lafendel²⁰⁴.

203 Jeanne Bandet, Madeleine Abbadie, Réjane Sarazanas, *Vers l'apprentissage des mathématiques. Nouveau départ pour les enfants de 4 à 7 ans*, Paris : A. Colin, Bourrelier, 1967.

204 Sur les représentations des quantités en ligne par Cuisenaire et Audemars-Lafendel, voir JOBBÉ-DUVAL Gonzague, « Les Noums de Rémi Brissiaud, ancêtres et enjeux ». URL : <http://goupil.eklablog.fr/les-noums-de-brissiaud-ancetres-et-enjeux-a175398670>

XXV. Une alternative à Herbinière-Lebert : Wilhelm August Lay et ses successeurs

Nous avons vu précédemment que deux représentations voisines des nombres ont été les grandes concurrentes des premières expérimentations didactiques : celle de Born (explorée jusqu'ici) et sa variante proposée par W. A. Lay, auteur en 1898 de *Führer durch den ersten Rechenunterricht*²⁰⁵ et initiateur des premières expériences scientifiques de didactique²⁰⁶. Born dispose les paires de point à équidistance les unes des autres tandis que Lay propose une organisation « quadratique » ou « quadrangulaire »²⁰⁷ (*quadratische Zahlbilder*) : après deux paires de points groupés en carré, la paire suivante est à plus grande distance de la précédente.



Lay chercha à prouver que sa configuration de points permettait plus facilement aux élèves de dénombrer une quantité quand elle était dévoilée suffisamment brièvement pour ne pas pouvoir être comptée un à un. Il développa un matériel sur ce principe :

« Selon mes investigations [...], les images quadratiques des nombres sur ma machine à calculer [...] sont nettement supérieures aux images numériques de Born sur le tableau de calcul de Nuremberg de M. Troelltsch [...]. Malgré tout, les images numériques de Born sont bien supérieures aux rangées de doigts et aux machines à calculer. »²⁰⁸

Lay utilisa après Troelltsch une boîte avec des trous mais disposés selon sa configuration quadratique et sans cylindres bicolores²⁰⁹. Elle comptait de 20 à 100 trous.

Les matériels qui succéderont à celui de Lay selon la même organisation utiliseront la plupart des formes et procédés utilisés par les matériels adoptant la configuration de Born... *mais pas ceux des plaquettes Herbinière-Lebert découpées autour des points*, ce qui n'est pas sans importance.

205 LAY W.A., *Führer durch den ersten Rechenunterricht*, Wiesbaden, 1898. [Version révisée en 1907].

206

- LAY W.A., *Führer durch den ersten Rechenunterricht*, Wiesbaden, 1898. [Version révisée en 1907].

- PFEIFER, L.: Experimentelle Bewertung der Rechenapparate, die auf die Bornschen und die quadratischen Zahlbilder gegründet sind. In: *Die Experimentelle Pädagogik II* (1906), S. 133- 146.

- WALSEMANN H. J., *Anschauungslehre der Rechenkunst auf experimenteller Grundlage*, Schlesswig, 1907.

- KNILLING, "Kritik zu W. A. Lay's experimenteller Forschungsergebnissen". *Pdd.-psych. Sttidien* III. 11. Is

- FREEMAN Frank N., *Untersuchungen über den Aufmerksamkeitsumfang und die Zahlauffassung bei Kindern und Erwachsenen*, Arbeiten aus dem Institut für Psychologie und experimentelle Pädagogik, Alfred Hahn, Leipzig : 1910.

- FREEMAN Frank N., "Grouped Objects as a Concrete Basis for the Number Idea", *The Elementary School Teacher*, Vol. 12, No. 7 (Mar., 1912), pp. 306-314, The University of Chicago Press. Stable URL: <https://www.jstor.org/stable/993455>

- HOPF Caroline, *Die experimentelle Pädagogik: empirische Erziehungswissenschaft in Deutschland am Anfang des 20. Jahrhunderts*, Julius Klinkhardt, 2004. [Un chapitre traite de Lay].

- DRESE P. O., *La didactique expérimentale de W. A. Lay*, Louvain : Nauwelaerts, 1956.

207 Comme traduit Alice Descoedres.

208 *Bericht über den I. Internationalen Kongress für Schulhygiene*, Verlag von J. L. Schrag, 1904. P. 379.

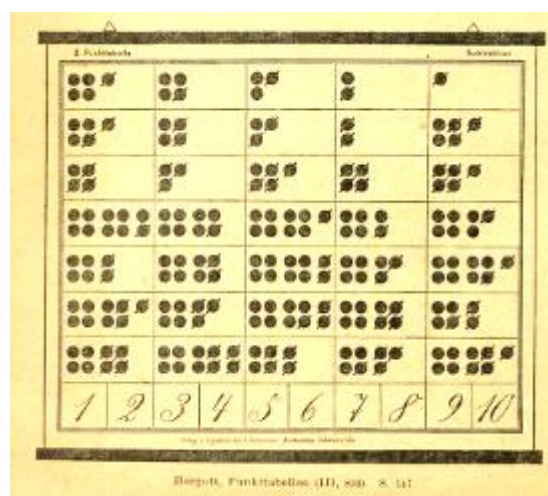
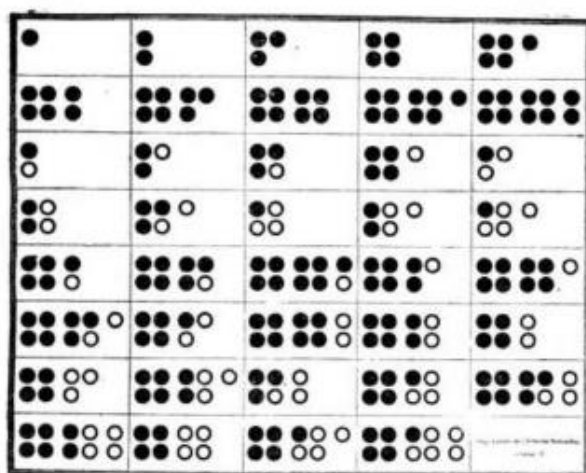
209 *Bericht über den I. Internationalen Kongress für Schulhygiene*, Verlag von J. L. Schrag, 1904. P. 357.

Nous nous intéressons ici aux pédagogues qui se sont appuyés sur les figures numériques de Lay pour comprendre le choix de Suzanne Herbinière-Lebert : connut-elle leurs méthodes et si oui pourquoi elle préféra utiliser les figures numériques de Born ?

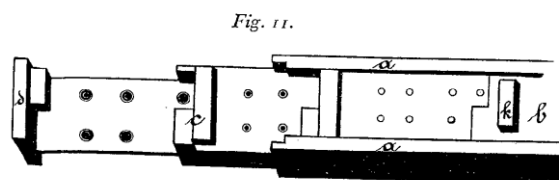
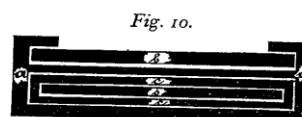
La succession allemande

En Allemagne une longue tradition utilisa les configurations de Lay.

Mentionnons **Hergott** et son *Punkttabellen* (tableau de points) pour aider aux additions (ci-dessous à gauche)²¹⁰ et aux soustractions (ci-dessous à droite)²¹¹



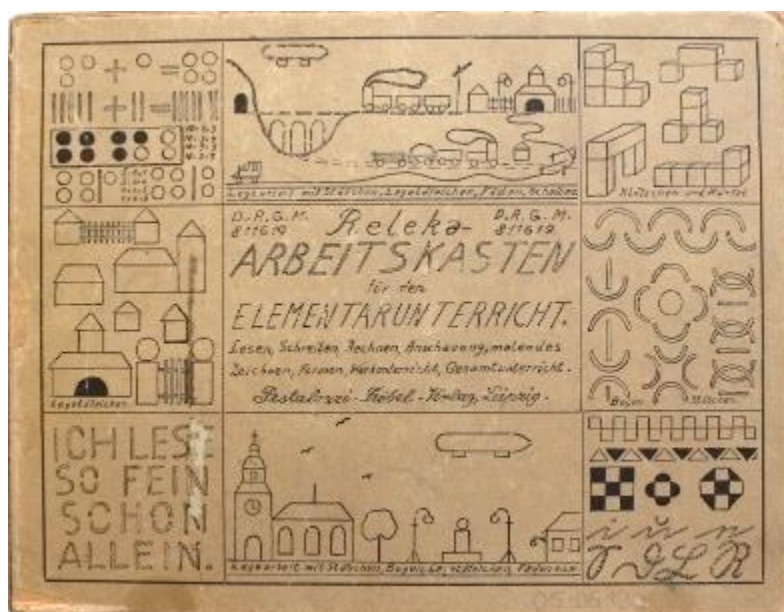
Hermann Kurtzweil, de Hambourg, breveta en 1913 un « *Rechenlehrmittel mit einem die Zahlenbilder verdeckenden Schieber* » (Aide pédagogique pour l'arithmétique avec un curseur couvrant les images numériques). Il s'agissait d'une boîte comportant trois plaques superposées comportant chacune 3 fois 4 points qui pouvaient être occultées par un cache. Elles permettaient d'additionner et de soustraire.



Vers la même époque à Leipzig, l'éditeur **Pestalozzi-Fröbel-Verlag** a édité une *Releka-Arbeitskasten* pour l'école élémentaire qui s'appuie sur des plaques-nombres utilisant les configurations de Lay.²¹²

²¹⁰ *Illustrierter lehrmittel-katalog*, F.A. Brockhaus Verlag Leipzig: 1906, p. 54.

²¹¹ *Schulwart : ein ausführliches verzeichnis der besten lehr- und Lernmittel*, 1914, p. 144. URL : <https://archive.org/details/schulwarteinausf00unse/page/144/mode/2up>



Heinrich Kempinsky (1877 - 1951) fut enseignant puis chef de la Direction de l'éducation et de l'enseignement de Haute-Silésie et enfin professeur à la chaire de didactique de l'Université de Iéna. Il s'appuiera aussi sur les configurations de Lay dans de nombreux manuels comme *Ein frohes Rechenjahr. Sachaufgaben für das erste Schuljahr* (la 5e édition date de 1920) ou *So rechnen wir bis hundert und darüber hinaus* (1921). Ses manuels seront édités jusque dans les années 1950.

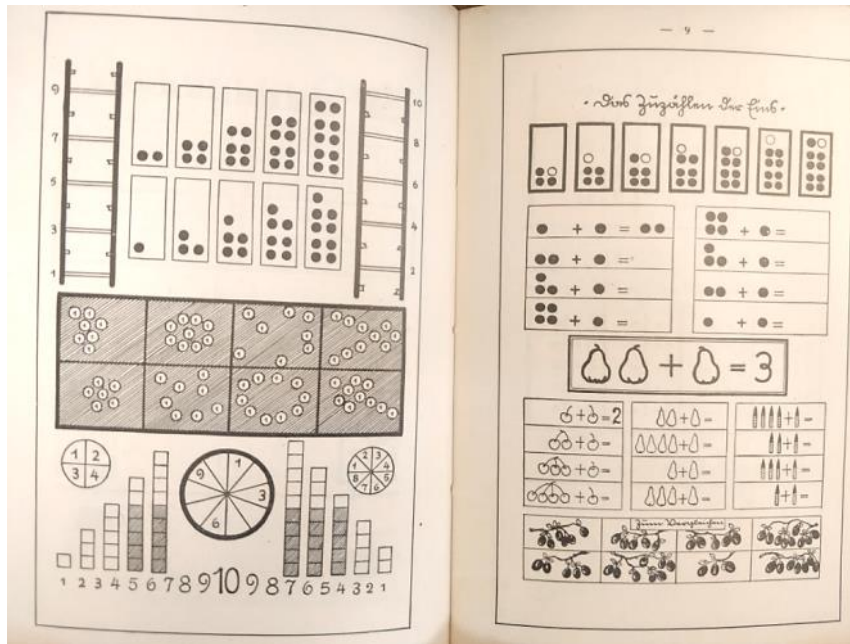
Il proposait tout un ensemble de matériel didactique appelé "*Der kleine Rechenlehrer*" (~1930, illustration ci-dessous à droite), qui comprenait notamment des cartes-nombres rectangulaires, et un autre appelé *Vetters Lese und Rechenkasten* (illustration ci-dessous à gauche)²¹³.



Voici un exemple de page de manuel.

²¹² Image : Museum Borna, <https://www.museum-borna.de/index.php/objekt-des-monats/2021/februar-2021>

²¹³ "Vetters Lese- und Rechenkasten", - Bestes Lernmittel der Arbeitsschule, gez. DRGM, Lesekasten-Verlag Ernst Vetter, Leipzig.



D'autres auteurs poursuivirent cette tradition comme H. Stöffler durant la seconde guerre mondiale²¹⁴.



La succession de Lay en France et en Belgique

Je ne sais pas si Suzanne Herbinière-Lebert lisait l'allemand et fut ainsi directement au courant des discussions comparant les mérites des figures numériques de Lay par rapport à d'autres.

²¹⁴ H. Stöffler, *Ins Reich der Zahlen. Eine Rechenfibel*, Konkordia Verlag, 1942.

Peut-être lisait-elle l'anglais et connut-elle le livre de l'Américain H. Budd-Howell²¹⁵ en 1914 qui favorisait les figures numériques de Lay.

Quoi qu'il en soit les résultats des expériences de Lay furent diffusées dans l'aire francophone²¹⁶.

Charles Chabot les commente assez favorablement en 1904 dans la revue dirigée par Alfred Binet²¹⁷.

Dès 1916 la pédagogue **Alice Descœudres** (chargée du cours d'éducation spéciale à l'Institut J.-J. Rousseau de Genève) s'en inspire pour une large part de son enseignement du calcul publiée dans *L'Éducation des enfants anormaux*²¹⁸. Descœudres était une figure de l'éducation nouvelle ; son livre fut traduit en sept langues et réédité quatre fois ; elle contribua au Congrès international de l'enfance de 1931 organisé par Suzanne Herbinière-Lebert. Nous savons qu'au plus tard en 1927²¹⁹ cette dernière a lu Alice Descœudres et connaît donc certainement ses configurations de points.

Jean Baucomont (cofondateur du Bureau français d'éducation), qui recommandait les plaquettes Herbinière-Lebert, évoque aussi, brièvement, les expériences de Lay en 1928 : « Nous apprécions moins favorablement l'antique boulier compteur, car les recherches de Lay ont montré que les objets sont perçus avec moins d'erreurs s'ils sont groupés symétriquement, que s'ils sont disposés en séries linéaires. »²²⁰

L'invention de Suzanne Herbinière-Lebert ne tarit d'ailleurs pas l'influence de Lay en France car en 1955 **Eugène Delaunay**²²¹, bien que mentionnant en passant les plaquettes Herbinière-Lebert (pour en critiquer la disposition verticale), préférait s'appuyer sur des groupements de points explicitement empruntés à Lay qu'il défendait dès 1947 dans ses recommandations pour le CP²²². Dans ces dernières il proposait l'usage d'une planche avec des clous disposés en carrés sur lesquels pouvaient être fichés 20 jetons bicolores (bleu d'un côté et orange de l'autre, ou bien vert et jaune). En 1949 le Congrès de l'Association générale des institutrices des écoles maternelles et classes enfantines est organisé sur le thème de l'initiation au calcul qui n'avait pas été abordé depuis 1931 quand Herbinière-Lebert présidait le comité d'organisation et mettait en avant ses plaquettes. Cette fois-ci, dans la salle d'exposition du congrès dédiée au nombre cardinal où les schémas de points sont nombreux, « la plupart des institutrices semble être restée fidèle aux dispositions des dés à jouer préconisées par M. Châtelet, les nombres de 6 à 10

215 HOWELL Henry Budd, *A foundational study in the pedagogy of arithmetic*, New York: The Macmillan company, 1914.

216 SARREMEJANE Philippe, « Didactisme et méthode didactique en France : la rationalité de la méthode et l'influence allemande, au début du XXe siècle. », *Paedagogica Historica. International Journal of the History of Education*, Volume 37, 2001 - Issue 3.

217 CHABOT Charles, « Revue de pédagogie », in *L'Année Psychologique*, 1905, vol. 12, p. 401 s.

218 DESCOEUDRES Alice, *L'Éducation des enfants anormaux, observations psychologiques et indications pratiques suivies d'un résumé des tests de Binet et Simon*, Neuchâtel : Delachaux et Niestlé, 1916. Plusieurs rééditions et remaniements.

219 HERBINIÈRE-LEBERT Suzanne, « L'enseignement du calcul aux anormaux par l'initiation sensorielle », *Bulletin du FCH*, n° 8-9, [Foyer central d'hygiène physique, morale et mentale], mai-juin 1929, p. 11-22.

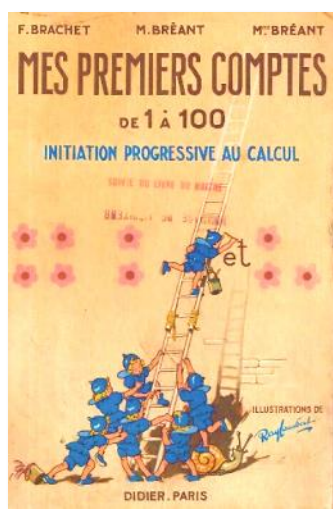
220 BAUCOMONT Jean, « L'enseignement du calcul par les méthodes actives », *Revue de l'enseignement primaire et primaire supérieur*, n°6 (39e année), 4 novembre 1928.

221 BRACHET François, CANAC Henri, DELAUNAY Eugène, *L'Enfant et le nombre, (éléments pour une pédagogie du calcul élémentaire)*, Didier, 1955.

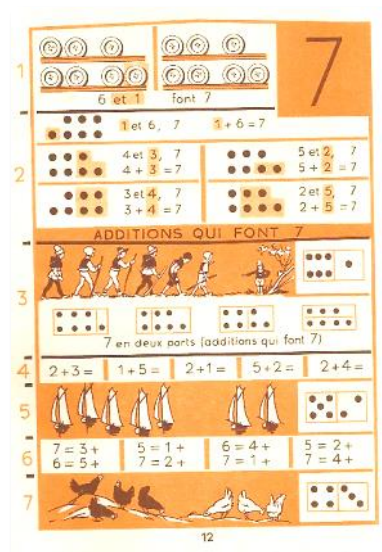
222 DELAUNAY Eugène, « L'initiation au calcul au cours préparatoire », *L'Ecole publique*, décembre 1947.

reprenant la disposition des cinq premiers nombres successivement ajoutés à ce nombre 5. M. Delaunay, instituteur honoraire, dans un article de *l'Ecole Publique*, ayant critiqué cette disposition, Mlle Petit, inspectrice départementale de Caen, a présenté en quelques tableaux très nets les argumentations de ce dernier, qui préconise le système de Lay, à base de 4. Les institutrices auront-elles pris parti ? »²²³ Non seulement les représentations des dés et des dominos ont manifestement la faveur des institutrices mais aussi ni Herbinière-Lebert ni ses constellations ne sont mentionnées mais seulement les constellations de Lay.

Dans une publication²²⁴ en français du **Bureau international d'éducation** et de l'UNESCO (Genève, 1956), Lay, Kühnel et Stern d'une part, Montessori d'autre part, illustrent « l'enseignement imagé et intuitif » dont l'intérêt est discuté.



En France Lay était donc encore en faveur à l'époque de grande diffusion des plaquettes Herbinière-Lebert. Pourtant bien souvent ses groupements de points devaient composer avec ceux de Born : aussitôt qu'il s'agissait d'autre chose que d'appréhender rapidement un nombre, aussitôt qu'il s'agissait de décomposer les nombres autrement qu'en s'appuyant sur le repère du 4, les groupements de points de Born



revenaient subrepticement. Ainsi, alors que **François Brachet**, inspecteur en chef de l'instruction de l'Indochine se réclamait explicitement²²⁵ des « nombres-constellations » de Lay, dans les faits il s'appuyait aussi sur ceux de Born dans son manuel²²⁶ de 1953 (images ci-contre) : « Cette séparation par 4, d'abord accusée au début, ira s'atténuant par le double effet de l'entraînement et de l'habitude. *Noter que*, sur certains de nos dessins, cette séparation n'est peut-être pas assez nette ; *nous demandons aux maîtres d'y remédier eux-mêmes* ; ils verront aisément jusqu'à quand et quelle mesure cette séparation par 4 doit être bien tranchée. »²²⁷

223 En 1955 les éditions Bourrelier ne prendront pas parti : elles proposent des « timbres de dizaines » pour initier à la « construction du nombre » « basée sur la vision globale intuitive du nombre, soit en partant du groupe 5 (méthode Châtelet) [...] Soit en partant du groupe 4 (Système Lay) ». Cf. *Matériel et jeux éducatifs. Rentrée 1955*, Bourrelier.

224 *Didactique de l'initiation mathématique à l'école primaire*, Bureau international d'éducation n°170, Genève, 1956.

225 BRACHET, BREANT, BREANT, *Mes premiers comptes de 1 à 100* (livret du maître). Écoles maternelles, classes enfantines et cours préparatoires, Paris : Didier, 1953.

226 BRACHET, BREANT, BREANT, *Mes premiers comptes de 1 à 100. Initiation progressive au calcul*, Paris : Didier, 1953.

227 BRACHET, BREANT, BREANT, *Mes premiers comptes de 1 à 100* (livret du maître).

Les groupes de 4 points du système Lay.

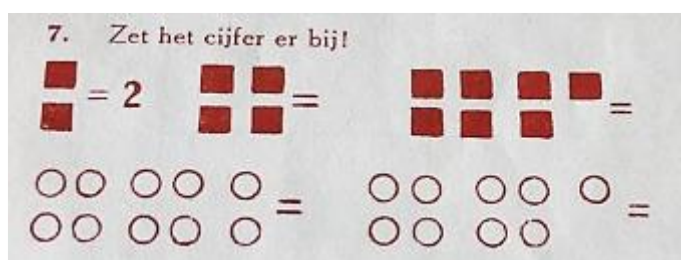
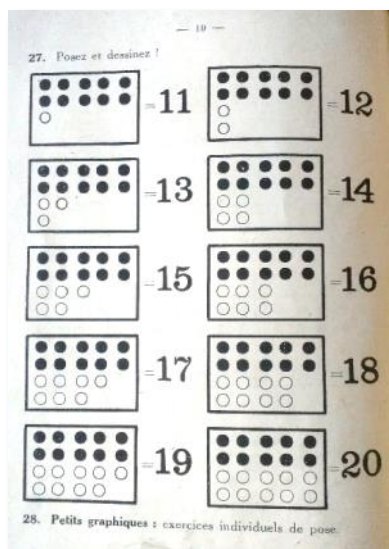


Cette séparation par 4, d'abord accusée au début, ira s'atténuant par le double effet de l'entraînement et de l'habitude.

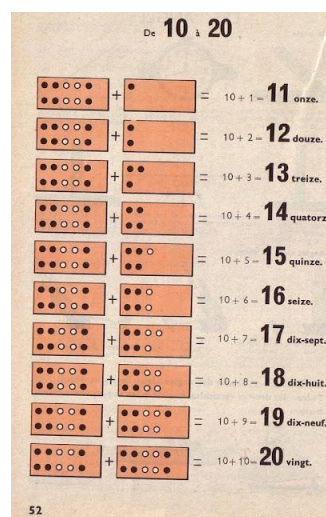
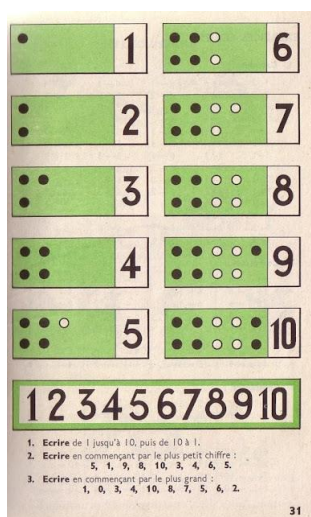
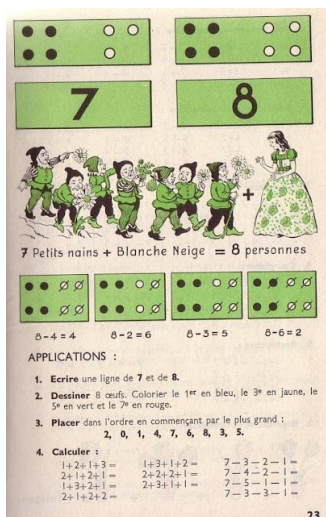
Noter que, sur certains de nos dessins, cette séparation n'est peut-être pas assez nette; nous demandons aux maîtres d'y remédier eux-mêmes; ils verront aisément jusqu'à quand et dans quelle mesure cette séparation par 4 doit être bien tranchée.

On remarque le même phénomène en Belgique avec le Flamand **Willy Schneider** (1897-1969)²²⁸

qui diffusera aussi les configurations de Lay dans son *Enseignement rationnel des premiers éléments du calcul*²²⁹ et dans les manuels associés comme celui-ci : Willy Schneider, *Langs kunnen naar kennen 1A* (à droite) et *1B* (à gauche), 1960.



En France le manuel *Cours préparatoire. Arithmétique* édité par Liget dans les années 50 ou 60, adopte les constellations de Lay en séparant nettement les groupes de 4 mais il lui arrive de les rapprocher quand il peut continuer à s'appuyer sur des couleurs distinctes pour les groupements par 4 (ci-dessous).



228 Voir à son sujet : H. VAN DAELE, « De betekenis van Willy Schneider voor het lager onderwijs », in: *Persoon en Gemeenschap*, L, 1 (1997-1998), p. 34-41.

229 SCHNEIDER Willy, *L'Enseignement rationnel des premiers éléments du calcul. Guide du maître*,

Alice Descœudres (1877-1963) en Suisse

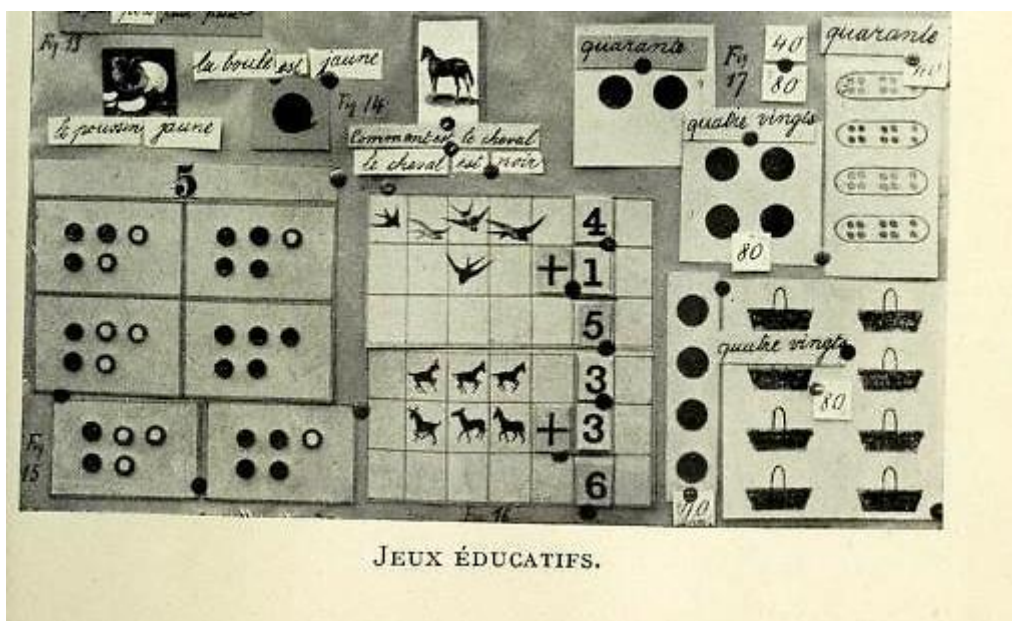
Alice Descœudres, chargée du cours d'éducation spéciale (pour enfants « anormaux » ou « arriérés ») à l'Institut J.-J. Rousseau de Genève, reprit les expériences de Lay montrant que « des séries de points disposés sur un rang ne sont plus saisies à partir de 4 ou 5 déjà, même par des adultes »²³⁰, et démontra par-là les déficiences des bouliers-compteurs qui exigent de compter les boules une à une avec attention. Elle leur préférait « l'intuition » permise par les « figures numériques », « c'est-à-dire des groupements permettant de saisir d'emblée un nombre d'objets plus grand qu'avec l'alignement sur une seule rangée ». A l'Institut Jean-Jacques Rousseau d'autres encore refirent les expériences de Lay - M^{lles} Golay et Silberstein - qui montrèrent aussi l'avantage des « images quadrangulaires » de Lay sur la présentation des nombres en séries²³¹. Pour Descœudres, les figures numériques de Lay, fruit de patientes recherches expérimentales, sont supérieures aux autres figures numériques de deux points de vue :

- a) Pour « une intuition nette et rapide » des nombres, le groupement en carré permet d'appréhender facilement jusqu'à 12 points comme 3 carrés. Ces « trois carrés sont perçus d'emblée, aussi bien que trois points alignés » ; or 3 est la limite des nombres perçus simplement en une seule rangée.
- b) Avec les figures de Lay « chaque fois qu'on décompose une figure ou qu'on en ôte une partie, on retombe dans une autre figure, déjà connue de l'enfant », ce qui n'est pas le cas, par exemple, avec les figures classiques des dés. *(Je note que cette caractéristique des figures de Lay est commune aux figures de Born avec plus de clarté encore chez ces dernières car les points y sont disposés à intervalle constant (ce qui permet de visualiser les parties d'un nombre de manière plus régulière)).*

Je note que pour « l'intuition rapide » d'un nombre d'objets les figures de Lay pourraient avoir effectivement un avantage sur les figures de Born utilisées par Herbinière-Lebert, Kühnel et Stern.) mais que pour décomposer une figure de manière à ce qu'on « retombe sur une autre figure connue de l'enfant » les figures de Born ont le même avantage sur le dé, avec même plus clarté encore car les points des figures de Born sont disposés à intervalle constant (ce qui permet de visualiser les parties d'un nombre de manière plus régulière). Descœudres dispose d'ailleurs à l'occasion ses cylindres-unités selon les figures de Born, comme on le voit dans cet extrait de la planche 5 (à gauche Born, en haut à droite Lay).

230 DESCOEUDRES Alice, L'Éducation des enfants arriérés. Ses principes et ses méthodes. Ce que tous les enfants peuvent en retirer. 3^e édition refondue et augmentée de L'Éducation des enfants anormaux, Delachaux et Niestlé, 1932, page 362-363. Mentionne à ce sujet ses articles « Couleur, forme ou nombre ? » et « Couleur, position ou nombre ? » dans les Archives de Psychologie, décembre 1914 et 1916.

231 *Interm. des Educateurs*, jan.-mars 1918. Mentionné page 366 de DESCOEUDRES Alice, L'Éducation des enfants arriérés (ouvrage déjà cité).



Je constate surtout que le changement d'intervalles entre les points dans les figures de Lay a une incidence importante²³² : elle interdit de manipuler les groupements eux-mêmes (comme le feraient les plaquettes Herbinière-Lebert²³³) mais seulement chaque objet²³⁴. Dans les leçons qu'elle propose aux « anormaux » (plus tard appelés par elle « arriérés ») pour décomposer les unités²³⁵, Alice Descœudres utilise ainsi des jetons bicolores : une face rose et une verte. Pour décomposer le nombre 5 on fait disposer à un enfant 5 jetons roses selon le système de Lay puis on lui demande d'en retourner certains sur la face verte. Ils dessinent ensuite chaque décomposition et éventuellement écrivent la formule arithmétique. La deuxième leçon abstrait une partie du nombre et le tout. Sur les 5 jetons roses, un certain nombre est caché dans la main de la maîtresse et il faut le deviner d'après le nombre de jetons laissés sur la table. On reconnaît ici un procédé popularisé de nos jours par Rémi Brissiaud sous le nom de « jeu du gobelet ». Dans la troisième leçon la maîtresse abstrait tout à fait chaque partie du nombre et le tout : elle expose les 5 jetons puis les soustrait entièrement à la vue et déclare que dans une main elle en a 3 ; il s'agit de deviner combien de jetons elle a dans l'autre main.

Descœudres verrait-elle un inconvénient à faire manipuler les groupements eux-mêmes plutôt que des jetons (ce qui aurait été possible avec les figures numériques de Born qu'elle ne mentionne pas) ? La logique de son travail ne l'indique pas. Si elle note préférer faire manipuler des « objets séparés, distincts », c'est par opposition au matériel Montessori qu'elle décrit comme des « blocs représentant 1, 2, 3 jusqu'à 10 unités ». Il s'agit sans doute des barres

232 Il y a une autre incidence que je note en passant : la dizaine n'est pas assez marquée dans un système s'appuyant sur le nombre 4. 10 est figuré par 4 points et encore 4 et encore 2. Et quand Descœudres veut figurer le nombre 13 elle dispose 10 jetons roses puis 3 verts, ce qui donne visuellement 4 jetons roses et encore 4 jetons roses et encore 4 jetons (2 roses et 2 verts) et encore 1 vert. Descœudres ose écrire : « peut-on voir quelque chose de plus clair ? » (Page 373) C'est la douzaine plutôt que la dizaine qui est plus naturellement mise en valeur avec le système de Lay/

233 De cette possibilité ne se sont pourtant pas entièrement saisis Kühnel et Stern.

234 Pour les dizaines, 10 jetons sont tout de même glissés dans une boîte d'allumettes et les boîtes disposées selon le système de Lay (mais ce ne sont pas les groupements de 10 objets qui sont disposés).

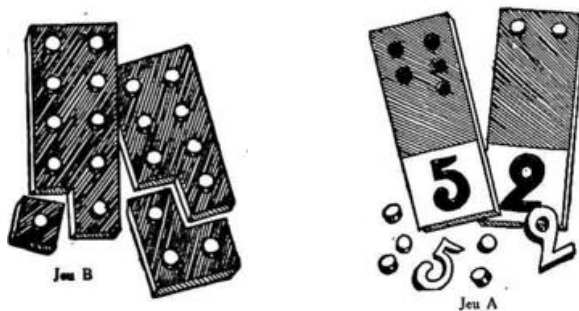
235 DESCŒUDRES Alice, L'Éducation des enfants anormaux. Observations psychologiques et applications pratiques. 2e édition illustrée, revue et augmentée de L'Éducation des enfants anormaux, Delachaux et Niestlé, 1922, p. 323-325.

alternant les couleurs rouge et bleue. Elle argumente ainsi : « Il me paraît que pour des retardés, réfractaires aux idées de nombres, les premières notions de nombres doivent être inculquées par des objets séparés, distincts. » Les barres Montessori ne sont pas des groupements d'unités dont on peut saisir d'emblée le nombre comme avec les figures numériques de Lay et Born et ce souci de distinguer nettement les unités ne pourrait donc pas servir à juger la pertinence de manipuler des groupements de points (comme les plaquettes Herbinière-Lebert). Descœudres marque ici tout au plus sa préférence, dans le matériel Montessori, pour les colliers de perles plutôt que pour les barres. Et si elle utilise en seconde instance les colliers de perles Montessori c'est uniquement pour « répéter, sous une autre forme, les combinaisons élémentaires des nombres. » Ce maniement des nombres avec les perles est pour elle « moins net visuellement que la méthode de Lay ».

Je disais que le changement d'intervalles entre les points dans les figures de Lay a pour incidence l'impossibilité de manipuler les groupements eux-mêmes (comme le font les plaquettes Herbinière-Lebert) mais seulement chaque objet. Les configurations "quadratiques" de Lay ne se prêtaient pas au découpage de plaques épousant la disposition des points. La décomposition des nombres ne pouvait donc être matérialisée que :

- par des jetons bicolores
- par des bâtons séparant deux ensembles
- par des caches opaques ou translucides.

C'est peut-être ce qui a décidé Suzanne Herbinière-Lebert à adopter les figures numériques de Born. Nous pouvons en trouver des indices dans les raisons qui ont poussé l'institutrice parisienne à inventer des plaquettes épousant le contour des éléments fixes en plus des plaquettes rectangulaires avec éléments mobiles (et à rééditer seulement les premières après la Seconde guerre mondiale).



Les « plaquettes en relief avec éléments non mobiles » (jeu B ci-dessus) sont basées sur les mêmes principes que les « plaquettes trouées et chiffrées avec éléments mobiles » (jeu A), mais elles présentent les quantités « sous la forme d'un tout qui n'est décomposable que par l'esprit ; elles sont un acheminement vers l'abstraction » (catalogue Fernand Nathan, 1931).

Le Rekendoos édité par Die Keure en Belgique



Un seul matériel à ma connaissance utilise les deux configurations, de Lay et de Born, en toute connaissance manifeste de leurs avantages réciproques. C'est un matériel belge récent, le *Rekendoos* édité par Die Keure.

Des plaquettes découpées adoptent les configurations de Born tandis que les configurations de Lay sont disposées sur des plaquettes rectangulaires toutes de même longueur. Un ingénieux système de caches translucides (de type Kühnel) facilite le travail de décomposition des nombres. La juxtaposition des deux systèmes tient sans doute au souci de proposer à la fois des figures numériques qui permettent éventuellement d'identifier le plus facilement un nombre (Lay) et des figures numériques qui permettent de composer et décomposer physiquement deux collections-témoins

(Born).

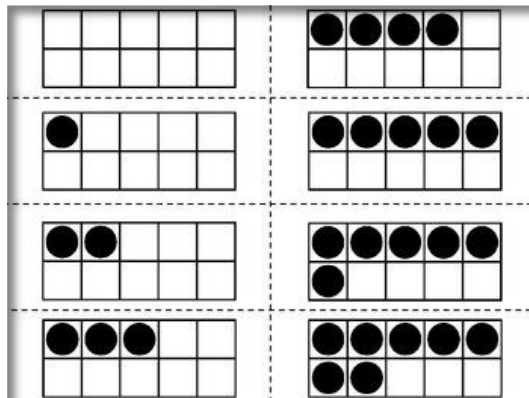
Remarquons le cadre de couleur vert (Lay) ou rouge (Born) rendu nécessaire par les configurations retenues :

1. Celles de Lay doivent être disposées en commençant, de gauche à droite, par les groupements de 4 avant les unités isolées. Le cadre est donc fermé à gauche. Pour 20, le regroupement de deux plaques de 10 en sens contraire permet de former un groupe de 4 à la jointure des deux plaques.
2. Celles de Born ont ici reçu un accent sur le groupement des points par deux : quand les plaques sont horizontales les points dans les rangées sont plus proches que les points dans les colonnes. Les plaques de 1, 2 ou 3 points doivent donc être encadrées en haut et en bas de manière à être correctement orientées. Pour la même raison les plaques ont parfois un découpage qui ne respecte pas les configurations de Born : les plaques impaires ne pouvant être ici disposées horizontalement qu'en plaçant l'unité non appariée en haut à droite, si une plaque paire suit, la rangée du bas doit glisser d'un point vers la gauche. L'inconvénient de ce procédé aurait plaidé selon moi pour l'abandon de cet accent sur le groupement par deux.

XXVI. Le cas des grilles de 10 (*Ten frame*)

Caractéristiques et genèse

Il faudrait considérer encore la date de création et l'usage distinct d'un autre matériel plus répandu aujourd'hui que ceux basés sur les configurations de Born ou Lay : des grilles de 10 carrés que nous appelons souvent en France les « **cartes à points** ». Dans le monde anglo-saxon où elles sont très courantes on les appelle « *10 frame* »²³⁶ et elles peuvent être remplies par des jetons (« *counters* »). Quand chaque quantité est représentée sur sa propre carte par une grille préremplie, les grilles de 10 se présentent alors comme des « *dot cards* »²³⁷ (cartes à points), souvent montrée par l'enseignant-e depuis sa place et si elle/il le fait rapidement on parle alors de « *flash cards* » (cartes éclair).



Les grilles de 10 sont des grilles rectangulaires de 2 x 5 carrés, présentées le plus souvent en deux rangées (mais parfois en deux colonnes), sur lesquelles peuvent être placés des jetons, le plus souvent en complétant d'abord la rangée horizontale du haut puis celle du bas. La configuration est donc le plus souvent différente de celle d'Herbinière-Lebert organisée d'après les doubles²³⁸ ; elle donne un rôle plus particulier à 5 et elle met particulièrement en valeur les compléments à 10 : « 7 est à la fois 2 de plus que 5 et 3 de moins que 10. 4 est 1 de moins que 5 et il faut encore 6 pour faire 10 », comme le présentent Thomson et Van de Walle²³⁹ qui décrivent de nombreuses situations rendues possibles par ce matériel pour la construction du nombre, les compléments à 10, les calculs sur les nombres à deux chiffres et la valeur positionnelle des chiffres dans le système décimal.

Les grilles de 10 sont souvent déclinées sous forme de boîtes alvéolées pouvant accueillir des jetons ou des objets du quotidien.

Le fait que les unités soient à la fois déplaçables (ou à dessiner) et souvent alignées sur plus de trois cases encourage le comptage 1 à 1 et cela ne semble pas préoccuper les utilisateurs des grilles de 10, mais un bon appui sur le repère 5 peut tout de même permettre d'éviter, *surtout quand les jetons sont déjà sur la grille*, ce que Rémi Brissiaud appelle le « comptage-numérotage » qui s'oppose au « comptage-dénombrement » mettant en relation des quantités : pour les quantités inférieures à 5, les quantités 1 à 3 sont dénombrables d'un coup d'œil, 4 est 1 de moins que 5, et 5 remplit toute la rangée (mais on s'appuie donc ici sur une convention plutôt

²³⁶ Et en Allemagne *Zehnerfeld*.

²³⁷ Mais les « *dot cards* » peuvent aussi figurer n'importe quelle autre organisation de collections de points, pas forcément dans une grille et pas forcément articulée autour du repère 5 (ou 10).

²³⁸ Même si cette configuration des *10 frame* existe : elle est dite « *pairwise* » plutôt que « *fivewise* ».

²³⁹ THOMPSON Charles S. and VAN DE WALLE John, "The Power of 10", *The Arithmetic Teacher*, Vol. 32, No. 3 (November 1984), p. 6.

que sur un simple dénombrement). Les nombres supérieurs à 5 peuvent être dénombrés selon le même principe et en s'appuyant sur le pivot des 5 précédents ($5 + 1 = 6$; $5 + 3 = 8$, etc.) Il demeure que :

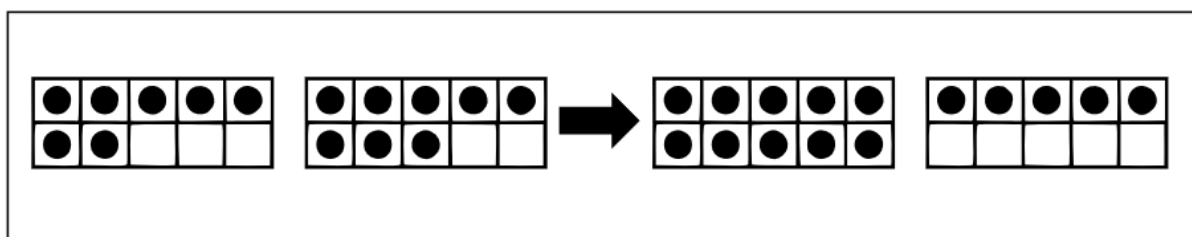
- Les représentations des quantités sur la grille de 10 ne sont pas organisées dans l'espace de manière à donner une figure propre à chaque nombre comme le font davantage les plaquettes Herbinière-Lebert qui permettent aussi plus clairement de décomposer chaque collection en plusieurs groupes facilement dénombrables.
- Le comptage des jetons hors de la grille de 10 ne peut pas s'appuyer, pour un dénombrement authentique, sur une collection-témoin aussi claire qu'une plaque-nombre organisée de manière non-linéaire regroupant d'emblée des unités (jeu B d'Herbinière-Lebert) ou permettant de les organiser mentalement sur ce modèle (jeu A).



Jeux B et A de Suzanne Herbinière-Lebert créés en 1923 et édités en 1931.

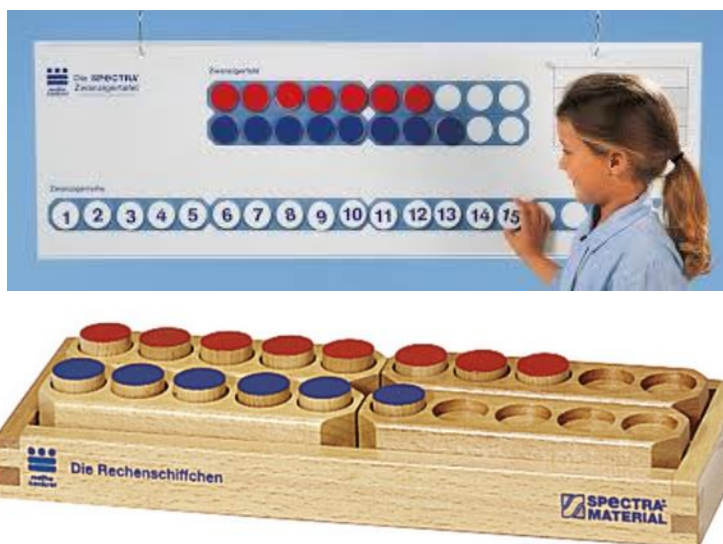
- Même dans le cas très rare (vu une seule fois dans un matériel tout récent) où les nombres ne sont pas représentés par des jetons déplaçables sur une grille de 10 carrés ou des points tracés sur cette grille de 10 mais sont plutôt représentés par des formes découpées autour des carrés comportant des points, ces formes doivent souvent être reconfigurées pour former tous les nombres jusqu'à 10. Cf. photo ci-dessous.

Quoi qu'il en soit les grilles de 10 ont de grandes qualités. Par exemple quand elles sont en deux exemplaires elles permettent une présentation intéressante du passage de la dizaine lors de l'addition. Pour $7 + 8$, deux jetons sont prélevés physiquement ou mentalement de la deuxième grille comprenant 8 jetons pour compléter la première, si bien que l'addition se présente maintenant comme $10 + 5$ (cf. illustration ci-dessous).



Une variante de la double grille de 10 est la grille de 20, manifestement plus récente, qu'on trouve en Allemagne²⁴⁰. Elle s'appelle sur papier un *Zwanzigerfeld* ou *Zwanzigertafel* et en volume un *Rechenschiffchen*²⁴¹. Les deux grilles de 10 (qui sont deux grilles de 5 accolées sur leur longueur) sont jointes sur la largeur et alignées et les jetons du premier terme de l'addition sont disposés sur la première rangée de la première grille de 10 puis, de manière originale, sur la première rangée de la deuxième grille de 10, tandis que les jetons du deuxième terme de l'addition sont disposés sur la deuxième rangée des deux grilles contigües. Voyons comment cela fonctionne pour le passage de la dizaine dans la photo ci-dessous : 7 (analysé comme 5+2) + 8 (analysé comme 5+3) est compris visuellement comme 10 (5+5) + 5 (2+3). Avec ce matériel il n'y a plus forcément à déplacer les jetons dans la première grille de 10 (ce qui aurait tout de même été le cas si l'un des termes était inférieur à 5). Notons que sur la deuxième grille de 10 les jetons ne sont pas d'emblée regroupés en ligne. Les jetons doivent-ils donc être déplacés à ce moment pour compléter une rangée de 5 ?

La file numérotée qui est jointe au matériel permet sans doute de connaître l'écriture chiffrée du nombre. Son usage pourrait inciter à compter-numéroter 1 à 1 (sans comprendre que chaque mot-nombre désigne l'ensemble des unités pointées) et ruiner l'intérêt de l'outil mais elle est organisée en groupes de 5 ce qui réduit le risque.



Schultz et Gerster²⁴² s'appuient sur les grilles de 10 ou de 20 en plaçant les jetons en ligne mais aussi d'autres manières, en mettant par exemple en valeur les doubles et « doubles plus un ». Ils décrivent notamment trois stratégies de calcul²⁴³ :

- « Pouvoir des cinq » : $6 + 8 = (5 + 1) + (5 + 3) = 10 + 4 = 14$

240 *Die Zwanzigertafel*, Spectra Material. Et en bois : *Die Rechenschiffchen*, Spectra Material.

241 Son usage a été décrit notamment par KAUFMANN Sabine et WESSOLOWSKI Silvia, *Rechenstörungen: Diagnose und Förderbausteine*, Kallmeyer Sche Verlags, 2006.

242 SCHULTZ Rita und GERSTER Hans-Dieter, *Schwierigkeiten beim Erwerb mathematischer Konzepte im Anfangsunterricht. Bericht zum Forschungsprojekt Rechenschwäche, Erkennen, Beheben, Vorbeugen*. Freiburg, Breisgau: Pädagogische Hochschule Freiburg, Institut für Mathematik und Informatik und ihre Didaktiken (2004) p. 344 et suivantes.

243 SCHULTZ Rita und GERSTER Hans-Dieter (2004), p. 373.

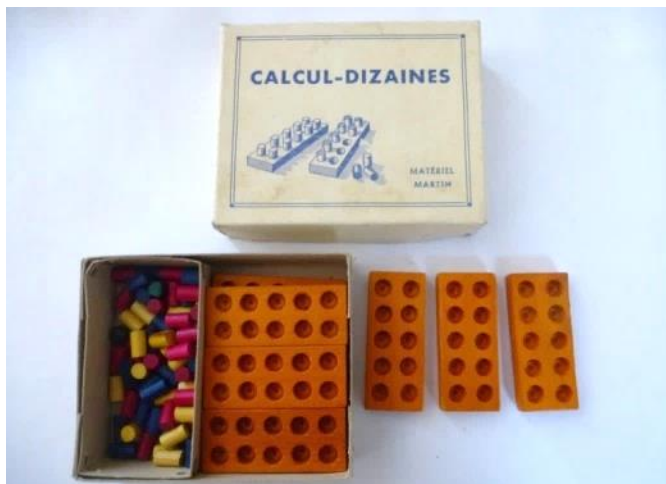
- « Double plus 2 » : $6 + 8 = 6 + 6 + 2 = 12 + 2 = 14$ ou $6 + 8 = 7 + 7 = 14$

- « Faire 10 » : $8 + 6 = (8 + 2) + 4 = 10 + 4 = 14$

Thomson et van de Walle²⁴⁴ donnent la date de 1978 pour la première présentation de la grille de 10 par Robert Wirtz²⁴⁵.

Pourtant j'ai trouvé en France la trace d'un outil pédagogique nommé « Calcul-dizaines » (« matériel Martin »), édité par le Centre d'Activités Pédagogiques en 1954, qui présente des affinités avec l'usage des grilles de 10. Les Anglo-Saxons semblent ignorer ce précédent comme ils ignorent le matériel Herbinière-Lebert²⁴⁶.

Le Musée national de l'Éducation (à Rouen) décrit des dominos en bois de 10 trous (une version à 5 trous existe aussi) accompagnés de cylindres (« bouchons ») en hêtre de 3 couleurs (bleu-jaune-rouge) à insérer dans les trous.



Le musée cite le catalogue 1954 du C.A.P. pour décrire la visée de ce matériel : « étude concrète de la formation des nombres avec 5, puis avec 10 - Réalisation matérielle des opérations ». Le dessin sur la boîte montre que la configuration de points retenue est bien celle des grilles de 10 (la rangée de 5 trous est complétée avant de passer à la suivante) plutôt que celle du matériel Herbinière-Lebert basée sur les doubles.

En Allemagne le *Zahlbildertafel* de Bräunlich semble avoir été un ancêtre partiel dès 1877²⁴⁷. Il présente, si je comprends bien²⁴⁸, 100 rectangles encadrant 10 points regroupés en 2 colonnes,

244 THOMPSON Charles S. and VAN DE WALLE John, "The Power of 10", *The Arithmetic Teacher*, Vol. 32, No. 3 (November 1984), pp. 6-11.

245 WIRTZ Robert, "An Elementary Mathematics Curriculum for all Children". Paper presented at the National Council of Supervisors of Mathematics meeting, San Diego, CA, 1978, April. WIRTZ Robert, *New Beginning, A Guide to the Think, Talk, Read Math Center for Beginners*, Monterey: Curriculum Development Associates, 1980.

246 Il faudrait étudier aussi un ancien outil pédagogique allemand utilisant la grille de 10 d'une manière différente : la "**Grasersches Fenster**" (fenêtre de Graser) décrite dans : Graser, *Elementarschule fürs Leben*, 1821. Graser découpe une « fenêtre » verticale en 10 vitres carrées (2 colonnes de 5) et grossit certains croisillons de manière à mettre en valeur 2x2 vitres en haut et 2x3 vitres en bas. « Par ce symbole, Graser veut amener les élèves à prendre conscience que toute multiplicité est à nouveau un tout. » (HÜBNER Max, *Die Apparate für instrumentales Rechnen und die wichtigsten Rechenapparate für den Schulgebrauch, nach ihrer inneren Zusammengehörigkeit betrachtet ein Führer durch die Rechengruppe des städtischen Schulmuseums*, Breslau Schulmuseum; Zimmer, 1898. Page 16.). Johann Baptist Graser (1766-1841) était un prêtre et pédagogue bavarois.

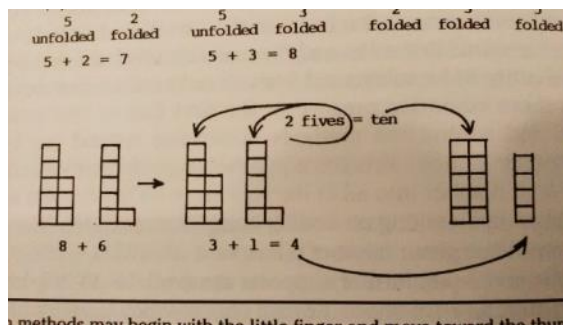
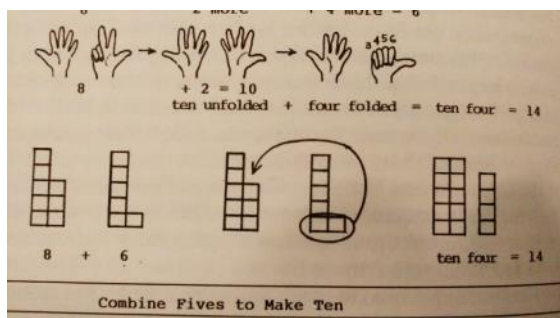
247 Braunlich, *Volksthümliches Rechnen*, 1877, 3. Aufl. S. 87—89.

248 UNGER Friedrich, *Die Methodik der praktischen Arithmetik in historischer Entwicklung: vom ausgang des Mittelalters bis auf die Gegenwart nach den Originalquellen beakbeite*, Leipzig : Teubner, 1888.

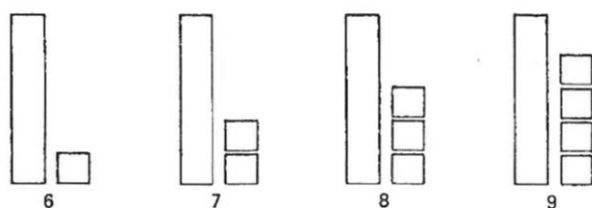
disposés en 10 colonnes de 10 rectangles. Chaque colonne peut être entièrement ou partiellement recouverte d'une glissière pour illustrer tous les nombres jusqu'à 1000. Par exemple, pour afficher 537, on ouvre complètement 5 colonnes, à partir de la dernière les 3 dernières dizaines et l'on place le 7 à côté (les 9 premiers nombres figurés sont disponibles individuellement).

Une méthode japonaise proche

Karen Fuson²⁴⁹ présente une méthode japonaise proche décrite en anglais par Hatano²⁵⁰ en 1982 : des tuiles carrées découpées dans du papier bristol montrent les nombres 1 à 10 en assemblant les tuiles par deux rangées de 5 contigües. Elles permettent bien de travailler les compléments à 10 et le passage de la dizaine même si l'appui sur le pivot du 5 est moins clair qu'avec les grilles de 10.



Hatano²⁵¹ décrit toutefois aussi l'usage de tuiles de 5 non segmentées qui facilitent la représentation des nombres supérieurs à 5 comme $5+n$ (cf. image ci-dessous).



Karen Fuson utilise des tuiles de ce type pour sa méthode « Math Expressions » éditée par Houghton Mifflin. Elles mesurent un pouce carré ou 5 pouces sur 1.

249 FUSON Karen, "Research on Learning and Teaching Addition and Subtraction of Whole Numbers", in G. Leinhardt, R. Putnam & R.A. Hatrup, *Analysis of Arithmetics for Mathematics Teaching*, Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, pp. 128-129.

250 HATANO G., « Learning to add and subtract : A Japanese perspective », in T.P. Carpenter, J.M. Moser & T.A. Romberg (Eds.), *Addition and subtraction. A cognitive perspective* (pp. 211-223), Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates. Voir aussi : Easley, J. (1983). A Japanese approach to arithmetic. *For the Learning of Mathematics*, 3 (3), 8-14. Et : Yamanoshita, T. & Matsushita, K. (1996). Classroom models for young children's

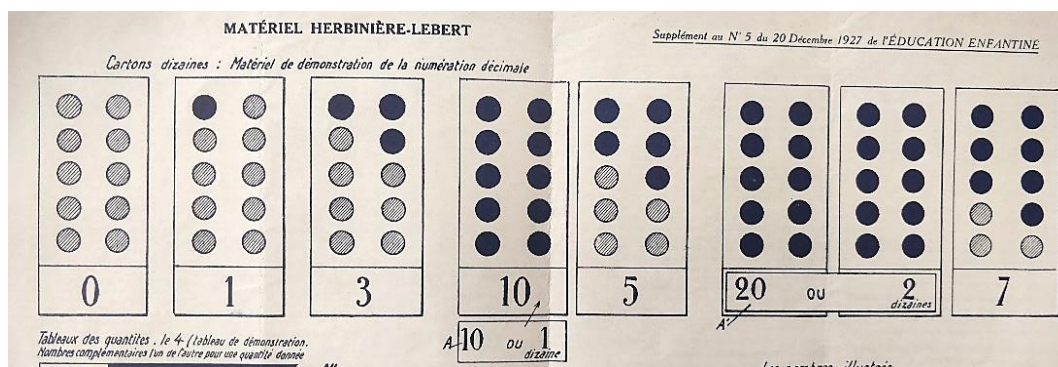
mathematical ideas. In H. Mansfield, N. A. Pateman & N. Bednarz (Eds.), *Mathematics for tomorrow's young children* (pp. 285-301). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

251 D'après DINEEN Andrea, *Use of grouping strategies to solve addition tasks in the range one to twenty by students in their first year of school: a teaching experiment*, Southern Cross University, 2014.

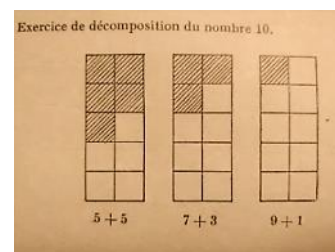
https://researchportal.scu.edu.au/discovery/fulldisplay/alma991012821209502368/61SCU_INST:ResearchRepository. P. 75.

Une hybridation des grilles de 10 et des configurations Herbinière-Lebert

Suzanne Herbinière-Lebert, sans en développer toutes les potentialités, avait déjà placé ses configurations sur une grille de deux fois cinq cases. Il s'agissait des « tableaux-dizaines. Matériel de démonstration de la numération décimale. »²⁵², présenté en 1928, qui pouvait servir de « matériel de démonstration » pour ses plaquettes. C'étaient quinze tableaux suspendus autour de la classe. Un pour le 0, neuf pour les unités de 1 à 9, cinq pour les dizaines. Ils comportent deux colonnes de cinq disques hachurés de gris destinés à accueillir des disques de papier coloré, qui sont disposés comme sur les plaquettes, c'est-à-dire en commençant en haut à gauche et en ajoutant l'unité suivante à droite avant de descendre à la rangée suivante. L'écriture chiffrée de la quantité est placée en bas des tableaux. Chaque tableau présente donc « la quantité elle-même et ce qui lui manque pour faire dix » (en grisaille).



Au début des années 1960 Bourrelier édita aussi des « timbres à 10 cases » (tampons encreurs)²⁵³ et qui servaient notamment à la décomposition du nombre 10 (illustration ci-contre).



Depuis 2001²⁵⁴, Jean-Luc Bregeon promeut en France l'usage des « cartes à point » ; il a notamment créé un matériel manipulable nommé les « Boîtes à nombres » (Nathan, photo ci-dessous) qui met particulièrement en valeur les compléments à 10 et la formation des nombres supérieurs à 10 sous la forme $10 + n$ (comme les grilles de 10 classiques) mais aussi les doubles et les nombres pairs et impairs (comme Suzanne Herbinière-Lebert). Jean-Louis Bregeon a en effet adopté la configuration Herbinière-Lebert basée sur les doubles plutôt que celle consistant à d'abord compléter une rangée de 5 avant de passer à la suivante²⁵⁵. Il redonne ainsi vie à un

252 HERBINIÈRE-LEBERT Suzanne, « Initiation sensorielle au calcul », *L'Éducation enfantine* n°6, 10 janvier 1928, 25^e année. Et « Initiation sensorielle au calcul », *L'Éducation enfantine* n°7, 1^{er} février 1928, 25^e année.

253 BANDET Jeanne (dir.), *Cahiers de pédagogie moderne : Les débuts du calcul*, Armand Collin, collection « Bourrelier », 1962. P. 127.

254 BREGEON Jean-Luc, « Les Cartes à points : Une nouvelle pratique pédagogique pour construire les nombres », *Voies libres*, n°32, janvier 2001, Nathan.

255 Cet usage plus rare est attesté hors de France. Dans les pays anglo-saxons la configuration des *10 frame* est alors dite « pairwise » plutôt que « fivewise ».

lointain ancêtre méconnu : le *Nürnberger Rechenbrett* (tableau de calcul de Nuremberg) conçu en 1893 par Ernst Troeltsch (voir plus haut).

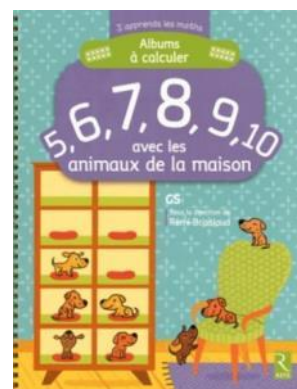
En choisissant la grille de 10, le matériel Bregeon, met en valeur la décomposition du nombre 10²⁵⁶.

Mais les exercices proposés par Jean-Louis Bregeon incitent les élèves à compter 1 par 1 les unités déplaçables sans explicitement s'appuyer sur l'itération de l'unité. C'est avec un autre matériel, les « cartes à points » *transparentes*²⁵⁷, que Jean-Louis Bregeon s'approche le plus des plaquettes Herbinière-Lebert : il permet en effet par ce procédé de « visualiser la somme de deux nombres » en accolant deux cartes distinctes et ainsi de « favoriser la décomposition d'un nombre en une somme de deux ou plusieurs nombres » (et, en posant les cartes accolées sur sa « table à calcul », il permet aussi de visualiser le passage de la dizaine.)



Pour aller plus loin il faudrait approfondir notamment la pédagogie de ses manuels *Millemaths* (Nathan) pour la grande section et l'école élémentaire.

Notons par ailleurs que Rémi Brissiaud hybride lui-même les cartes à points avec les configurations Herbinière-Lebert dans l'un de ses Albums à calculer (ci-contre), peut-être en relation avec un problème qu'il évoquait dans son manuel de 1994 pour la grande section de maternelle²⁵⁸ : il ne prévoyait pas la fabrication de plaques de 9 et 10 ronds parce qu'il avait constaté qu'un certain nombre d'enfants les confondaient avec les plaques-nombres 7 et 8. La solution des grilles de 10 permet effectivement de s'appuyer sur les repères 5 et 10. Une autre possibilité préconisée par Koller pour la plaque de 10 consistait à l'agrandir d'une marge aux deux extrémités.



256 J.-L. Bregeon mentionne néanmoins, dans un article, comme utilisation pédagogique possible des « cartes à points » : « faciliter la reconnaissance visuelle immédiate des premiers nombres, sans comptage, et leur représentation (construction d'une image mentale des premiers nombres). Cf. BREGEON Jean-Luc, « Les cartes à point : pour une meilleure perception des nombres », *Les revues pédagogiques de la Mission laïque française. Activités mathématiques et scientifiques*, mai 2003, n°50, p. 11- 20

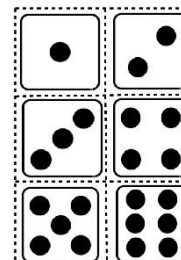
257 BREGEON Jean-Luc, « Les cartes à point : pour une meilleure perception des nombres » (note ci-dessus)

258 Pour le détail et le matériel associé (planches à photocopier, notamment), voir BRISSIAUD Rémi, *J'apprends Les Maths - Livre Du Maître, Grande Section De Maternelle*, Retz, 1994, réédité en 2005.

XXVII. Une autre alternative à Herbinière-Lebert : les constellations des dés et des dominos

Les dés, et les dominos qui en dérivent probablement, comportent des configurations de points censées faciliter le dénombrement des quantités représentées et de nombreux pédagogues ont pu s'appuyer sur elles pour l'initiation au calcul.

Pour tirer le meilleur profit de ces configurations certains ont tout de même cherché à les former de manière plus régulière et en s'appuyant plus clairement sur le repère du 5.

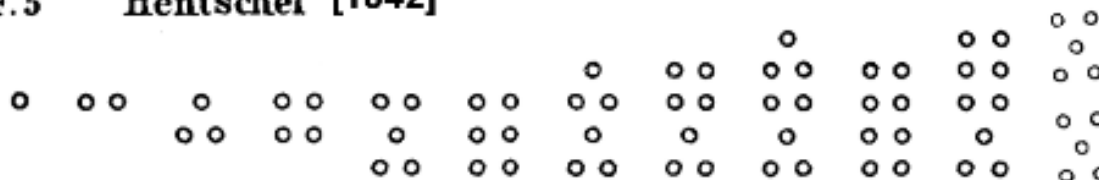


L'intérêt du repère du 5 et la refonte des dés pour le mettre en valeur

Le nombre 6 est traditionnellement représenté par deux séries de 3 points alignés. Était-ce parce que les dés comptaient très majoritairement six faces et que cette représentation de 6 occupait mieux l'espace d'une face que le quinconce et 1 point séparé ? Était-ce parce que pour chaque représentation d'un nombre on choisissait traditionnellement la représentation la plus simplement appréhendable sans se soucier de représenter clairement l'itération de l'unité dans la construction des nombres ? La représentation classique de 6 présente en effet l'avantage de s'appuyer sur un double (facilement mémorisable) et sur deux groupes ne dépassant pas trois points (facilement appréhendables d'un coup d'œil).

Jean-Paul Fischer²⁵⁹ nous a appris comment dès le 19^e siècle, quand les pédagogues allemands ont cherché le meilleur moyen de représenter les nombres par des configurations de points, **Ernst Hentschel (1804-1875)** a voulu s'appuyer sur le nombre 5, sans renoncer tout à fait à la coutume. Il proposa en 1842 deux systèmes parallèles (illustration ci-dessous)²⁶⁰ : le nombre 6 était figuré soit par deux séries de 3 points alignés, comme dans les dominos et les dés traditionnels, soit par 5 points en quinconce et encore 1 point. L'auteur hésita aussi devant 8 entre l'appui sur 5 ou sur un double.

F.5 Hentschel [1842]



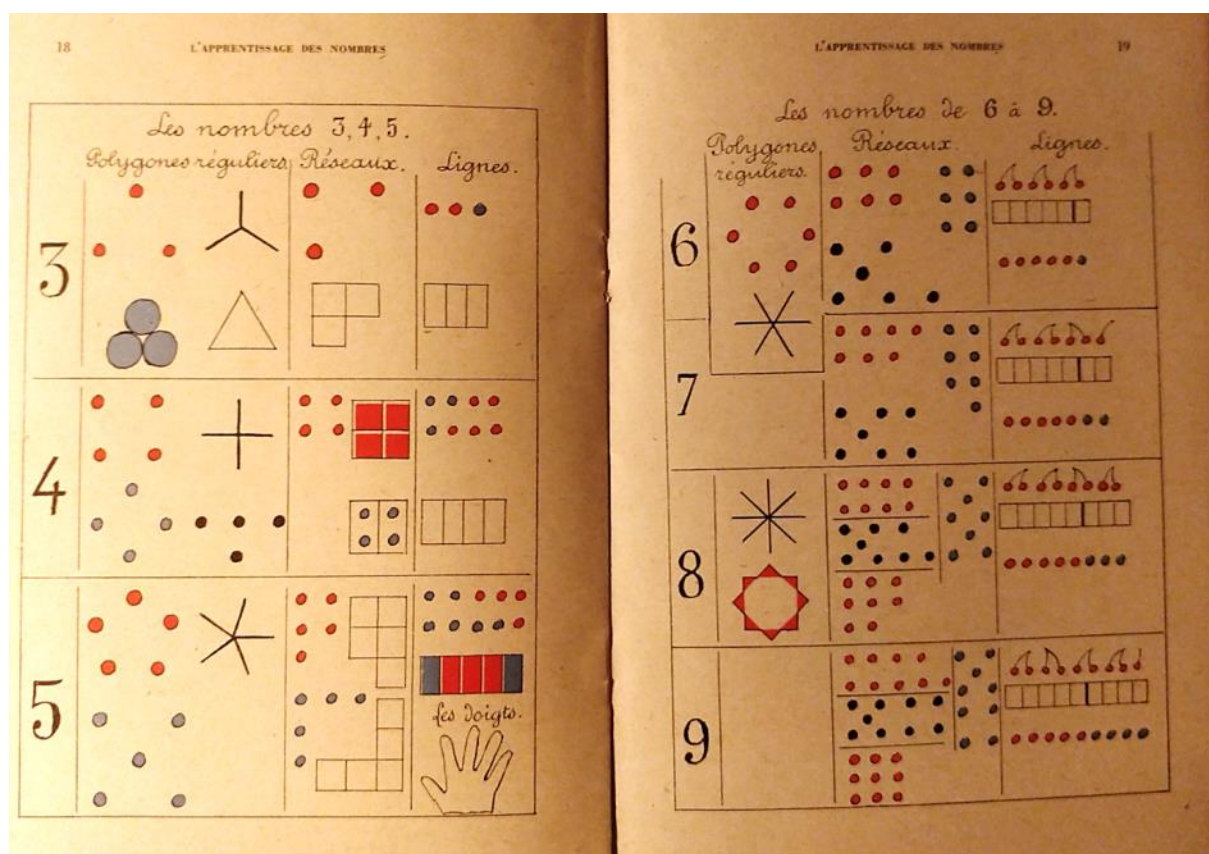
259 FISCHER Jean-Paul, "La distinction procédural/déclaratif : une application à l'étude de l'impact d'un "passage du cinq" au CP. In *Revue française de pédagogie*, volume 122, 1998. Recherches en psychologie de l'éducation. Pp. 99-111. www.persee.fr/doc/rfp_0556-7807_1998_num_122_1_1139

260 Illustration extraite de LAY W.A., *Führer durch den ersten Rechenunterricht*, Leipzig : 1914 (1^{ère} édition 1897). Planche 1.

En France, dans les années 1920, **Suzanne Herbinère-Lebert** proposait un jeu de dés²⁶¹ pour entraîner le calcul de $5 + n$. Elle utilisait deux dés en bois pyrogravés : le premier portait cinq points²⁶² sur toutes ses faces ; le deuxième portait de 1 à 5 points.

C'est probablement **Albert Châtelet (1883-1960)** qui imposa durablement en France la suppression du 6 figuré par deux fois trois points.

Albert Châtelet, agrégé de mathématiques et docteur ès sciences était recteur de l'académie de Lille quand il fut invité à prononcer la conférence du Congrès international de l'enfance en 1931 sur le thème de l'apprentissage des nombres. Pour la « représentation concrète des nombres » il présente tout un ensemble de possibles « représentations géométriques des nombres » à même d'aider « d'une part la mémoire globale du nombre, d'autre part le souvenir des diverses décompositions, ce que j'ai appelé l'histoire ou la géographie de ce nombre ». Ces dispositions géométriques Chatelet les a observées²⁶³ chez les exposants du congrès de 1931. Il en propose un classement en « *polygones réguliers, réseaux et rangements en lignes.* » (Illustration ci-dessous)



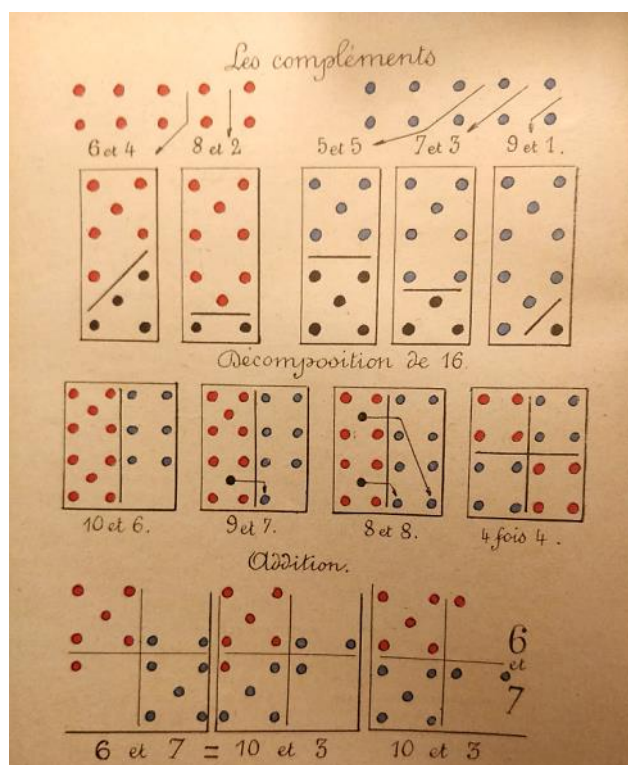
261 GARCIN F., « Cours Pauline Kergomard. Initiation sensorielle au calcul. Conférence Herbinère-Lebert (suite) », *L'Éducation enfantine*, n°6, 10 janvier 1934.

262 Ou un autre nombre mais c'est cette organisation là qui est mise en valeur dans l'article.

263 Albert Châtelet : « J'aurais voulu pouvoir donner aux lecteurs des reproductions de quelques-uns des multiples matériels aussi ingénieux qu'élégants, qui figuraient dans les expositions du Cinquantenaire. J'ai du me borner à quelques images schématiques ; les dessins en ont été faits par M. Rousseau [...] qui avait déjà dirigé [...] l'exécution des tableaux pour l'illustration de la conférence. » (CHATELET, Albert, *L'Apprentissage des nombres : examen de quelques méthodes d'initiation arithmétique pour les écoles maternelles et les cours préparatoires des écoles primaires. Conférence faite au Congrès de l'enfance le 31 juillet 1931, Paris : Bourrelier-Chimènes, 1932.*)

Parmi les réseaux on trouve principalement les points du dé basés sur le repère du 5 et les configurations Herbinière-Lebert (non nommées) bien représentées au congrès. Les points du dé apparaissent organisés de manière plus régulière que sur les dés classiques : la représentation de 4 est ainsi clairement formée à partir de celle de 3.

On trouve ci-contre l'illustration des compléments à 10 avec des configurations de type Herbinière-Lebert et des dominos double-cinq. La décomposition de 16 est illustrée sur des dominos (étrangement organisés de manière mixte) par le passage des points de la dizaine vers les unités, procédé permettant un « travail de recherche personnelle de l'élève » mais ne permettant pas aisément des « acquisitions définitives de la mémoire ». Pour l'addition au-delà de 10, des « moyens plus ou moins heureux » illustrent ici le calcul de 6. Le premier : $6 + 7 = (6 + 4) + 3 = 10 + 3 = 13$. Le deuxième : $6 + 7 = (5 + 1) + (5 + 2) = 10 + 3 = 13$.



L'influence de la conférence d'Albert Châtelet fut durable. Elle nourrit encore les programmes de 1945²⁶⁴. En 1949 le Congrès de Lyon, organisé par l'Association générale des institutrices des écoles maternelles et classes enfantine²⁶⁵, adopte à nouveau le thème de l'initiation au calcul qui n'avait pas été abordé depuis 1931. Cette fois-ci c'est une conférence de Jean Piaget qui inaugure les travaux mais la conférence d'Albert Chatelet, désormais épuisée, est reproduite avec quelques légères modifications dans le « cahier de pédagogie moderne » que les éditions Bourrelhier consacrent au congrès²⁶⁶. Dans la salle d'exposition du congrès dédiée au nombre cardinal les schémas de points sont nombreux et « la plupart des institutrices semble être restée fidèle aux dispositions des dés à jouer préconisées par M. Châtelet, les nombres de 6 à 10 reprenant la disposition des cinq premiers nombres successivement ajoutés à ce nombre 5. M. Delaunay, instituteur honoraire, dans un article de *l'Ecole Publique*, ayant critiqué cette disposition, Mlle Petit, inspectrice départementale de Caen, a présenté en quelques tableaux

264 D'autant qu'Albert Chatelet fut directeur de l'enseignement du second degré (1937-1940). Il participa à la réforme avortée de Jean-Zay dont les principes furent repris par la commission Langevin-Vallon en 1946.

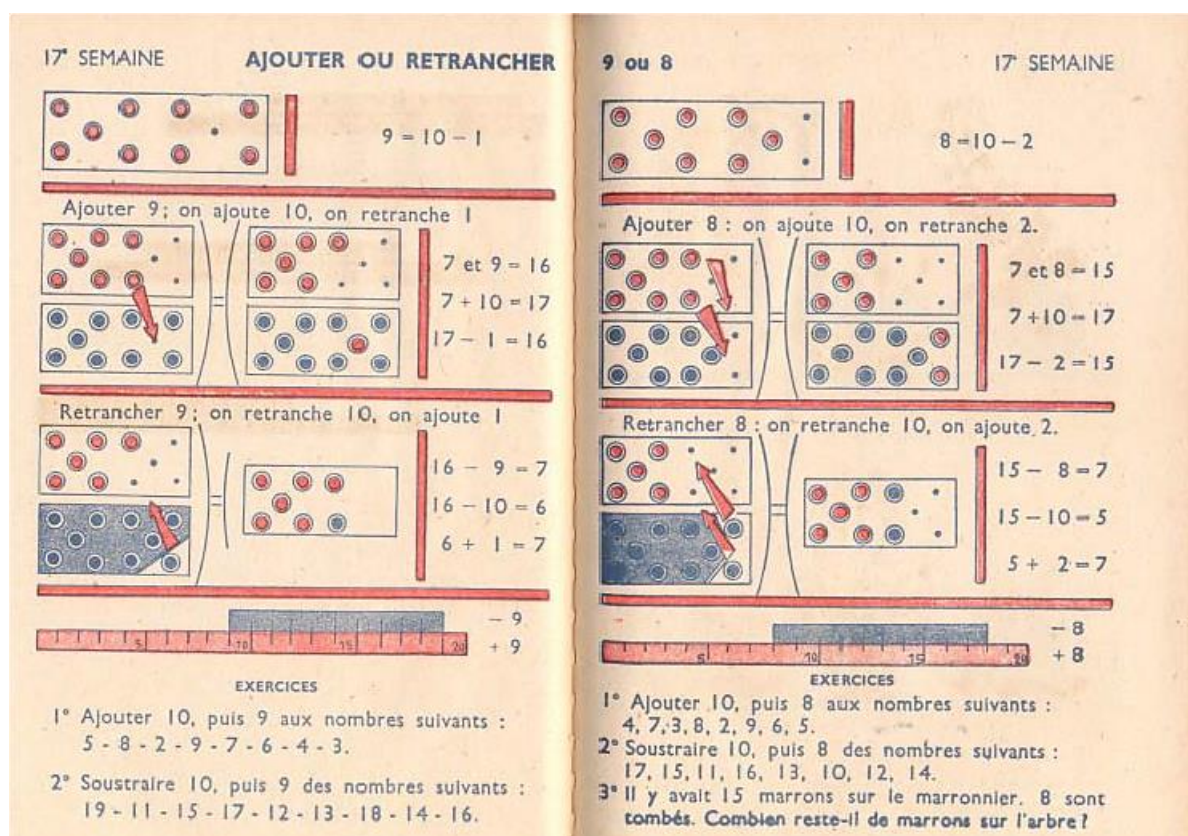
265 Et par l'Association des inspectrices des écoles maternelles.

266 *Initiation au calcul*, collection « Cahiers de pédagogie moderne pour l'enseignement du premier degré », Paris : Bourrelhier, 1949. [Je cite la deuxième édition de 1950].

très nets les argumentations de ce dernier, qui préconise le système de Lay, à base de 4. Les institutrices auront-elles pris parti ? »²⁶⁷

Non seulement les représentations des dés et des dominos ont manifestement la faveur des institutrices mais aussi ni Herbinère-Lebert ni ses constellations ne sont mentionnées.

Albert Châtelet dirigea plusieurs collections de manuels scolaires à partir de 1929, notamment celle pour l'enseignement des mathématiques au primaire chez Bourrelier-Chimènes²⁶⁸. Dans son manuel²⁶⁹ de 1947, qui s'appuie aussi sur d'autres représentations des quantités, notamment celles de type Herbinère-Lebert pour présenter les nombres pairs et impairs, Châtelet donne un exemple de l'utilisation des constellations basées sur 5 (illustration ci-dessous).



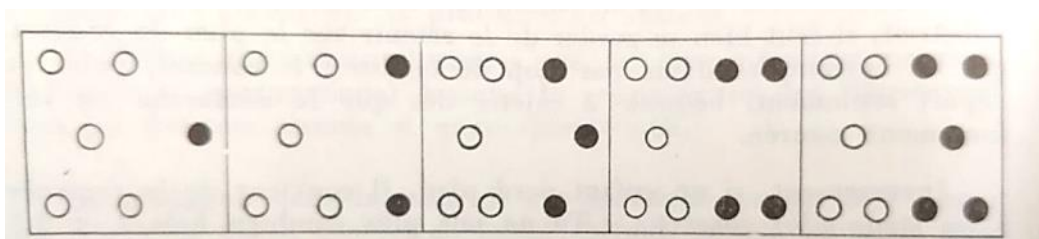
On voit dans cette page de manuel que 8 (et 3) ont pu être formés encore autrement que dans les premiers schémas de Châtelet. On retrouve ces schémas alternatifs aussi dans le rapport²⁷⁰ de Gustave Mialaret fait pour l'UNESCO en 1954, qui présente notamment des schémas de type 5 + n (ci-dessous).

267 En 1955 les éditions Bourrelier ne prendront pas parti : elles proposent des « timbres de dizaines » pour initier à la « construction du nombre » « basée sur la vision globale intuitive du nombre, soit en partant du groupe 5 (méthode Châtelet) [...] Soit en partant du groupe 4 (Système Lay) ». Cf. *Matériel et jeux éducatifs. Rentrée 1955*, Bourrelier.

268 RADTKA Catherine, « Aspects d'une trajectoire mathématique dans la France d'entre-deux-guerres : l'édition et le tournant pédagogique d'Albert Châtelet », *Philosophia Scientiæ*, vol. 22-1, no. 1, 2018, pp. 143-161.

269 CHATELET Albert, *J'apprends les nombres [livre de l'élève pour le CP]*, Bourrelier, 1947.

270 MIALARET Gaston, *Pédagogie des débuts du calcul*, Fernand Nathan, 1955.



Un matériel comme « Ma boîte de calcul » (Armand Colin – Bourrelier, autour de 1960) reprend cette même disposition sur son couvercle.

Après la Seconde guerre mondiale et jusqu'aux années 1970, sur les quatorze manuels scolaires examinés par Jean-Paul Fischer, « 5 privilégiaient les constellations construites à partir du cinq en quinconce [...]. Toutefois, dans 3 de ces 5 manuels, les auteurs ont, comme Hentschel, hésité devant – voire renoncé à – une construction basée sur le 5 standard pour les nombres 6 ou 8. »²⁷¹

Dans les années 1950, **Madeleine Abbadie**, inspectrice de la Seine et grande complice de Suzanne Herbinière-Lebert²⁷², fit partie des auteurs qui préconisèrent de s'appuyer avec les dés sur le nombre 5 et de supprimer la représentation du nombre 6 par deux séries de 3 points alignés²⁷³.

En 1956 au moins deux éditeurs proposaient une « domino de la dizaine » : « plaque de bois percée de 10 trous disposés comme les points d'un jeu de dominos » accompagnée de bouchons de 2 couleurs²⁷⁴. De manière surprenante le « matériel châtelet » comprenait des dominos cartonnés aux unités fixes et c'était un autre composant du matériel qui permettait le déplacement des unités : des « cartons perforés de 20 trous » groupés en deux dizaines organisées comme sur les plaquettes Herbinière-Lebert) et permettant d'accueillir des bâtonnets.

En 1962 les éditions Bourrelier éditaient un matériel nommé « **Calcul facile** » basé sur le domino au double 5 en quinconce : « Plaque de matière plastique percée de 10 trous disposés comme les points d'un jeu de domino. Le travail de décomposition et de recomposition des nombres de la première dizaine peut se faire avec ce jeu qui comporte également de petits cubes à pression de 2 couleurs »²⁷⁵



En 1967 Max Benhaïm proposait dans *L'Enseignement du calcul CP*²⁷⁶ de fabriquer pour la classe un matériel semblable.

271 FISCHER Jean-Paul, "La distinction procédural/déclaratif » (article cité, p. 103)

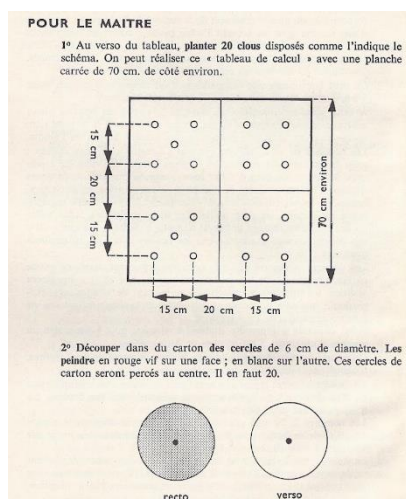
272 Madeleine Abbadie, qui fut inspectrice générale à partir de 1968, resta 42 ans au Comité français de l'Organisation Mondiale pour l'Education Préscolaire (OMEP) où elle travailla avec Suzanne Herbinière-Lebert.

273 ABBADIE Madeleine et BROSSAT Paulette, *L'initiation au calcul dans les classes maternelles et enfantines*, Paris : Armand Colin, 1958.

274 Les éditions Bouche et Centre d'activités pédagogiques, d'après LEANDRI F. et BOULAY L., *Le Matériel éducatif. Son utilisation pour les enfants de 4 à 7 ans*, « Cahiers de pédagogie moderne », Paris : Bourrelier, 1956, p. 130.

275 BANDET Jeanne (dir.), *Cahiers de pédagogie moderne : Les débuts du calcul*, Armand Collin, collection « Bourrelier », 1962, p. 123.

276 Jour après jour. *L'Enseignement du calcul. Cours préparatoire, livre du maître*, Hatier, 1967.



Aujourd'hui encore ce type de matériel est un peu diffusé, par exemple par les éditions Celda sous le nom « Plaka 10 ».

*

Jean-Paul Fischer²⁷⁷ date de la réforme de 1970 l'abandon général de toutes les constellations de points.

Rémi Brissiaud (1949-2020, cf. plus haut) contribua grandement à sortir les constellations (qu'il nommait plus souvent « collections-témoins organisées » ou « nombres figuraux ») de l'oubli, notamment celles du dé basées sur le repère 5 et celles d'Herbinière-Lebert mettant en valeur les doubles.

Rémi Brissiaud rappelle²⁷⁸ qu'il y a 45 décompositions additives à deux termes des nombres jusqu'à 10. Il n'est pas raisonnable de vouloir entraîner les élèves à toutes les connaître au-delà du nombre 5 et beaucoup plus profitable de les familiariser avec les stratégies de décomposition les plus utiles pour faciliter les calculs : $n+1$, $5+n$, doubles, doubles+1.

L'entraînement explicite à la décomposition $n+1$ (itération de l'unité) permet de comprendre que chaque nombre s'obtient en ajoutant une unité au nombre qui le précède dans la suite des nombres.

Pourquoi Brissiaud met-il en valeur le repère 5 ? Sans doute parce que la décomposition $5+n$ permet de s'appuyer sur la collection des doigts de la main qui est toujours à disposition. 5 est aussi un nombre facilement analysable en deux nombres inférieurs ou égaux à 3 (limite de la quantité d'objets appréhendable immédiatement).

Enfin, d'après Fischer²⁷⁹, ce rôle privilégié que Brissiaud fait jouer à cinq dans son manuel de CP²⁸⁰ « conduit à une originalité », à savoir la stratégie explicite de « passage du cinq »²⁸¹,

277 FISCHER Jean-Paul, « La distinction procédural/déclaratif » (art. cité).

278 BRISSIAUD Rémi, « Le nombre dans le nouveau programme maternelle : Deuxième partie ». *Café pédagogique* [En ligne]

<http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2015/10/RBrissiaud09102015Article2.aspx>

279 FISCHER Jean-Paul, « La distinction procédural/déclaratif [...] » (déjà cité).

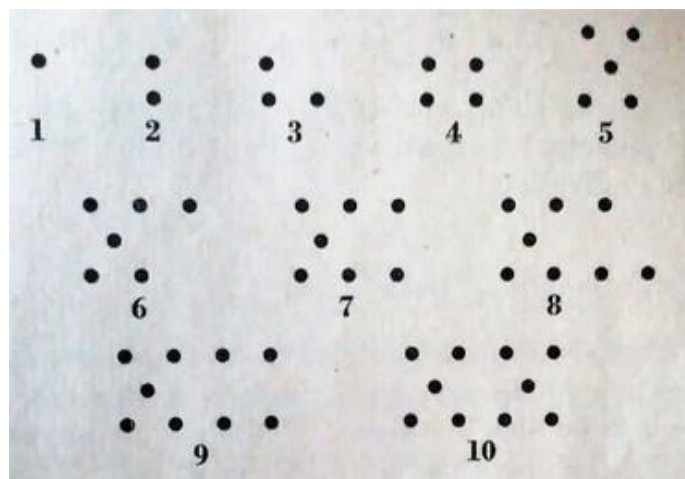
réalisée ici notamment à l'aide des dés organisés autour de $5 + n$ (avec le personnage de Dédé) et de la « boîte de Picbille » (boîte de 10 cases alignées comportant une séparation entre les deux séries de 5 cases, chaque série étant occultable par un couvercle quand les 5 cases sont remplies). Cette stratégie de "passage du 5" pourrait permettre de faciliter les calculs en dessous de 10 et de préparer les stratégies de "passage du 10". Si je sais que $5+2=7$, je peux trouver que $4+3=(4+1)+2=7$ ou bien que $4+3=(5+3)-1=7$. Fischer montre dans son étude expérimentale que les élèves se saisissent effectivement de cette stratégie plutôt que de celles du comptage 1 à 1 ou du surcomptage et que cette stratégie « peut avoir un impact fortement significatif sur les procédures de calcul ou de récupération en mémoire des élèves. »

280 R. BRISSIAUD, P. CLERC et A. OUZOULIAS, *J'apprends les maths : CP (livre du maître)*, Paris : Retz, 1991.

281 Fischer note que ce rôle privilégié de cinq a été redécouvert « par les psycho-pédagogues, tant américains (e.g., Flexer, 1986) que japonais (e.g., Yoshida et Kuriyama, 1986) » Il note cependant les « réserves de Van Erp (1991) »).

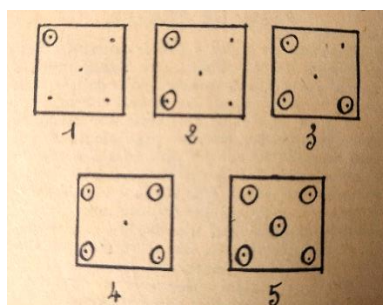
Réorganiser les points de manière régulière pour mettre en valeur l'itération de l'unité

Dans les années 1950, **Madeleine Abbadie** préconisa de former la représentation des premiers nombres de manière plus régulière²⁸² : à partir de la représentation du nombre précédent (illustration ci-dessous). Elle remettait en valeur des configurations recensées par Albert Châtelet au Congrès international de l'enfance en 1931.



Pour Abbadie « il est très important de respecter les dispositions indiquées ci-dessous, car le principe à faire connaître à l'enfant est que chaque nombre est obtenu à partir du précédent par l'addition d'une unité. On ne doit donc jamais remanier le précédent groupement pour obtenir le nouveau. » (P. 25)

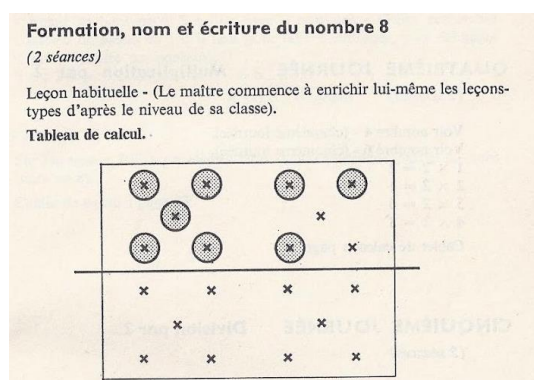
On trouve trace de cette réorganisation dans un matériel concret proposé à la fabrication par la revue *L'Education enfantine*²⁸³ en 1949, introduit par Suzanne Herbinière-Lebert et présenté par M. Baujard : deux « planchettes » carrées munies aux quatre coins et au centre de pointes sur lesquelles peuvent être insérés des pions ronds troués en leur centre. Ces pions peuvent être ajoutés ou enlevés « pour réaliser tous les *groupements globaux* et toutes les combinaisons. » L'enfant doit anticiper le résultat d'un ajout ou d'un retrait ou dénombrer les jetons quand la planchette leur est montrée très brièvement. Les groupements « "privilegiés", mais non uniques », qui aident les enfants à mémoriser une quantité donnée » sont précisés pour les « institutrices débutantes ». Ces groupements devaient donc être assez répandus. Les voici :



282 ABBADIE Madeleine et BROSSAT Paulette, *L'initiation au calcul dans les classes maternelles et enfantines*, Paris : Armand Colin, 1958.

283 BAUJARD M. « Calcul », *L'Education enfantine*, 15 novembre 1949, 44^{ème} année, N°3, p. 19-20.

En 1967 Max Benhaïm aussi choisissait, dans *L'Enseignement du calcul CP*²⁸⁴, de suivre cette organisation plus régulière.



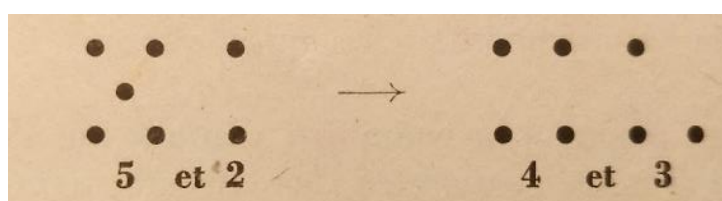
Rémi Brissiaud, de nos jours, recommande la même configuration²⁸⁵ pour les dés (cf. image ci-dessous)



Cette réorganisation des points pour les nombres 2, 3, 6, 7 et 8 permet de mieux saisir que chaque nombre est formé à partir du précédent auquel on ajoute une unité. Elle permet aussi de retrouver plus facilement des configurations de nombres inférieurs dans celles des nombres supérieurs et ainsi de faciliter la décomposition des nombres (malgré tout moins efficacement qu'avec les configurations Herbinière-Lebert).

Les limites des représentations du dé

Abbadie écrit que, même en adoptant la disposition qu'elle préconise pour les dés et dominos, « le principal inconvénient de cette disposition est qu'elle ne permet pas, pour un nombre donné, le passage d'une de ses structures à une autre, sans déformer le groupement. Comme on le sait, l'enfant, qui est encore, à cet âge, difficilement convaincu que le nombre reste le même quelle que soit la place occupée par les éléments qui le composent, reste hésitant lorsqu'on veut lui faire constater que, par exemple, 7 c'est 5 et 2, mais aussi 4 et 3.



²⁸⁴ Jour après jour. *L'Enseignement du calcul. Cours préparatoire, livre du maître*, Hatier, 1967.

²⁸⁵ BRISSIAUD Rémi, « Le nombre dans le nouveau programme maternelle : Deuxième partie ». (art. cité)

Les deux figures ne sont pas du tout comparables. Est-ce bien toujours de 7 dont il est question, du même nombre 7 ? »

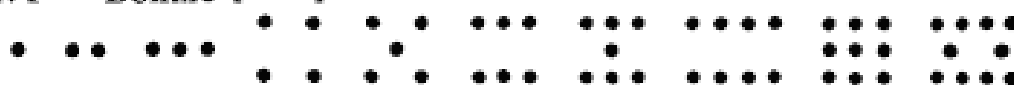
Suzanne Herbinère-Lebert invoquait un argument similaire en faveur de ses plaquettes dans la notice accompagnant ce matériel dans les années 1960 destinée « aux école maternelles et aux cours préparatoires ». L'autrice insiste sur l'intérêt que l'enfant ne déplace pas les ronds qui figurent les unités. Un bâton placé horizontalement ou verticalement suffit pour décomposer. « **Rien n'ayant été déplacé**, [l'enfant] admet plus aisément que ces sommes sont **équivalentes** (on sait en effet, depuis Piaget, que pour l'enfant de 5 à 6 ans la conservation des quantités n'est pas assurée quand la forme change). »

XXVIII. Des réponses aux critiques de l'usage des constellations

Plus largement que le cas des constellations du dé, Jean-Paul Fischer²⁸⁶ affirme que l'abandon général de toutes les constellations de points lors de la réforme de 1970 a deux explications. La première était explicitement évoquée alors : les élèves risquaient « une confusion entre le nombre et la disposition spatiale ». La seconde était implicite : le mouvement de réforme des programmes visait à « rendre la mémorisation inutile » ; or « la fonction majeure des constellations est, précisément, la mémorisation des premiers faits additifs (...) »

La deuxième critique a sans doute une portée que j'ignore et que je laisse de côté pour un examen ultérieur, mais elle porte certainement avec plus de pertinence, parmi les constellations, sur celles organisées de manière à d'abord faciliter la reconnaissance de chaque quantité sans forcément chercher à représenter chaque nombre à partir du précédent. Je parle notamment des dispositions des dés, dominos ou cartes à jouer organisées tantôt sur les doubles, tantôt sur le repère 5, tantôt à partir du nombre précédent, ou bien même des constellations comme celles de Böhme (1877) :

F.4 Böhme [1877]



C'est ce que Mialaret appelait la « démarche plus souple, chaque nombre étant surtout associé avec le schéma le plus significatif, le plus parlant, le plus symétrique, avec celui qui achemine aux décompositions les plus intéressantes. »²⁸⁷

Le risque est ici réel d'un apprentissage par cœur sans suffisamment construire les nombres à partir des précédents et faciliter toutes leurs décompositions.

La critique porte encore davantage sur les constellations organisées comme des polygones réguliers qui tombent aussi sous le feu de la première critique (confusion entre le nombre et la disposition spatiale). Le risque est non négligeable, si elles sont privilégiées, que l'élève associe « carré » à « quatre » et « triangle » à « trois » sans mettre en relation les deux quantités et donc sans construire les nombres signifiés par les mots.

Concernant le risque de confusion entre le nombre et la disposition spatiale, il existe mais la plupart des manuels ne s'appuyaient pas sur une unique disposition spatiale.

286 FISCHER Jean-Paul, « La distinction procédural/déclaratif : une application à l'étude de l'impact d'un "passage du cinq" au CP », *Revue française de pédagogie*, volume 122, 1998. Recherches en psychologie de l'éducation. pp. 99-111.

287 MIALARET Gaston, *Pédagogie des débuts du calcul*, Fernand Nathan, première édition 1955 (citations identiques dans l'édition remaniée en 1965 et préfacée par Suzanne Herbinière-Lebert), p. 26-45.

Rémi Brissiaud répondait à cette critique par un juste usage des constellations que je résumerais ainsi :

1. Adopter plusieurs types de constellations
2. Varier les représentations pour une même décomposition et varier les décompositions pour une même représentation
3. Organiser *mentalement* n'importe quelle collection en s'appuyant sur les collections témoins organisées

1. Adopter plusieurs types de constellations

Brissiaud avançait que :

« L'usage des constellations a été critiqué, vers 1970, parce qu'il risque d'induire une confusion entre la forme et le nombre, alors que les enfants doivent apprendre que le nombre d'objets d'une collection est indépendant de la configuration spatiale privilégiée. Ce risque existe. Mais il peut être contenu par des pratiques pédagogiques favorisant la comparaison des différentes représentations des nombres parce que celles-ci correspondent à des configurations différentes²⁸⁸. »

Il suggérait de privilégier les représentations des décompositions suivantes pour les nombres entre 6 et 10 :

« À l'âge maternel, il semble raisonnable de se limiter à l'étude de trois types de décompositions des nombres entre 6 et 10 : celles qui résultent de l'itération de l'unité, celles qui utilisent le repère 5 et, enfin, celles qui expriment des doubles. Ainsi, 6 doit être compris comme 5-et-encore-1 et comme 3-et-encore-3 ; 7 doit être compris comme 6-et-encore-1 et comme 5-et-encore-2 ; 8 doit être compris comme 7-et-encore-1, comme 5-et-encore-3 et comme 4-et-encore-4), etc. Dès lors, l'usage de collections-témoins qui sont organisées comme les doigts (repère 5) et de collections-témoins organisées à l'aide des doubles (les dominos de Herbinière-Lebert, par exemple) semblent évidemment des aides incontournables. »²⁸⁹

Pour s'appuyer sur le repère 5 Brissiaud avait choisi les dés reconfigurés, les mains (et les schémas de doigts) et les « boîtes de Picbille » puis les Noums (deux représentations alignées).

288 Rémi Brissiaud (dir.), *J'apprends les maths avec Tchou – CP. Livre du maître*, Retz, 2009, p. 18

289 BRISSIAUD Rémi, « Pourquoi l'école a-t-elle enseigné le comptage-numérotage pendant près de 30 années ? Une ressource à restaurer : un usage commun des mots grandeur, quantité, nombre, numéro, cardinal, ordinal, etc. Contribution aux travaux des groupes d'élaboration des projets de programmes C2, C3 et C4 » P. 18-20. URL : http://cache.media.education.gouv.fr/file/CSP/83/4/Brissiaud_Remi_-_Chercheur_-_CSP_Contribution_362834.pdf

2. Varier les représentations pour une même décomposition et varier les décompositions pour une même représentation

Brissiaud considérait que pour éviter d'associer un nombre à une disposition dans l'espace il fallait d'une part varier les représentations d'une même décomposition et d'autre part varier les décompositions d'une même représentation (5 c'est non seulement $4 + 1$ mais aussi $2 + 2 + 1$ ou encore $3 + 2$).

« En effet, les élèves doivent apprendre à reconnaître et à produire l'une et l'autre des deux constellations associées à ce nombre sous la forme : 2 points, 2 autres points et encore 1 ($2 + 2 + 1$).



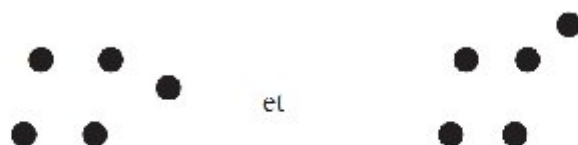
De plus, la meilleure façon de se convaincre que chacune de ces constellations correspond à une collection de 5 points, bien que leurs configurations soient différentes, est de les analyser sous la forme $4 + 1$ ou $2 + 2 + 1$. On remarquera que pour chacune d'elles, cela se fait facilement de la manière suivante : dans le cas du dé, le cinquième point est placé à l'intérieur du carré formé par les quatre premiers, dans l'autre à l'extérieur. Le fait que de telles constellations différentes s'analysent de la même manière conduit les enfants à progresser vers l'idée que le nombre ne doit pas être confondu avec l'espace occupé, ni avec la répartition dans cet espace, idée que le programme invite à travailler (p. 14).

Il est important de souligner que, si la reconnaissance de ces constellations fait partie du programme, il ne faut pas se contenter d'une reconnaissance qui ne serait que figurale. Par exemple, pour reconnaître les 5 points en quinconce du dé, les enfants ne doivent pas se contenter de remarquer que, pris dans leur ensemble, ces points figurent une sorte de X. L'association du mot « cinq » avec l'image du X seulement est un savoir qui n'entretient aucun lien avec la notion de nombre et qui, même, éloigne de cette notion [...]. Il faut faire en sorte que pour les élèves, ces images soient d'authentiques « nombres figuraux » et, donc, qu'ils sachent les analyser sous la forme « 4 et encore 1 » mais aussi « 2, encore 2 et encore 1 ». »²⁹⁰

290 BRISSIAUD Rémi, « Le nombre dans le nouveau programme maternelle : Deuxième partie ». *Café pédagogique* [En ligne]
<http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2015/10/RBrissiaud09102015Article2.aspx>

3. Organiser *mentalement* n'importe quelle collection en s'appuyant sur les collections témoins organisées

Rémi Brissiaud va plus loin en insistant sur le fait que des collections témoins organisées sont « d'authentique nombres figuraux » si elles donnent « accès aux relations entre quantités » et ne sont pas de simples images enregistrées dans l'esprit de l'enfant. Par exemple un enfant doit dénombrer 6 doigts levés, même si on change les doigts. Ou encore : un enfant qui sait voir, dans les 5 points du dé, 4 et 1 ou 3 et 2, doit pouvoir analyser de la même manière d'autres collections conventionnelles ou non. Il prend aussi l'exemple de ces collections :



« Ces collections ne sont pas organisées de manière classique et pourtant, dès qu'un enfant analyse chacune de ces figures comme ayant 4 points sur la gauche et 1 point sur la droite, ou bien encore comme ayant 3 points en haut et 2 points en bas, il faut considérer ces collections comme des collections organisées. En effet, le mot « organisé » renvoie avant tout à une organisation mentale et c'est en variant l'organisation figurale que l'enfant accède à l'organisation mentale, jusqu'à analyser ainsi des collections qui n'ont plus aucune organisation figurale, l'enfant formant lui-même les groupements. Ainsi, si l'on voulait être précis, il faudrait parler de collections dont l'enfant sait analyser l'organisation figurale pour, dans un second temps, utiliser cette organisation alors qu'elle n'est plus prégnante de façon figurale. »²⁹¹

291 BRISSIAUD Rémi, « Pourquoi l'école a-t-elle enseigné le comptage-numérotage pendant près de 30 années ? » (Déjà cité) http://www.cfem.asso.fr/debats/premiers-apprentissages-numeriques/Brissiaud_UneRessourceaRestaurer.pdf

XXIX. Conclusion

Quelle est donc l'originalité profonde des plaquettes Herbinière-Lebert (et de leurs devancières allemandes) qui les rendent si dignes de l'attention des pédagogues ? Je retiens deux traits essentiels :

- Ce sont d'abord les *seules* collections-témoins organisées (avec dans une moindre mesure celle de Lay appuyées sur le repère 4) qui permettent de représenter toutes les décompositions des 10 premiers nombres sans « jamais remanier le précédent groupement pour obtenir le nouveau », (Abbadie). Chaque représentation d'une quantité est ainsi clairement et régulièrement formée à partir des précédentes, véritablement *mise en relation* grâce à des situations d'apprentissage adéquates, ce qui permet aux élèves de construire des représentations des nombres plutôt que de seulement mémoriser des organisations de points dans l'espace.
- Pour cette raison ce sont aussi les *seules* collections-témoins organisées qui peuvent représenter chaque quantité *comme un tout manipulable* (les plaquettes) : ces collections peuvent être jointes (et disjointes en passant par un échange) pour composer ou décomposer une quantité, sans besoin de déplacer chaque unité et de compter 1 à 1 au risque du numérotage.

En raison de cet intérêt manifeste, en plus des situations décrites dans ce texte, je présente en annexe II et III des situations d'apprentissage avec les plaquettes assemblables, mises en œuvre dans mes classes de maternelle.

Par ailleurs les réflexions de Rémi Brissiaud plaideraient aussi pour une remise en valeur des plaquettes Herbinière-Lebert « trouées avec éléments mobiles » disparues pendant la Seconde guerre mondiale (ou d'autres matériels similaires comme les *Pattern Boards* de Catherine Stern), pour peu qu'on évite des situations favorisant le comptage-numérotage :

« le mot « organisé » renvoie avant tout à une organisation mentale [...] Il faudrait parler de collections dont l'enfant sait analyser l'organisation figurale pour, dans un second temps, utiliser cette organisation alors qu'elle n'est plus prégnante de façon figurale. »²⁹²

En 1931 Suzanne Herbinière-Lebert voyait les « plaquettes trouées avec éléments mobiles » comme une première étape dans l'initiation : plus sensible et concrète par la manipulation des cylindres-unités. Les « plaquettes en relief avec éléments fixes » étaient, elles, présentées

292 BRISSIAUD Rémi, « Pourquoi l'école a-t-elle enseigné le comptage-numérotage pendant près de 30 années ? » (Déjà cité). http://www.cfem.asso.fr/debats/premiers-apprentissages-numeriques/Brissiaud_UneRessourceaRestaurer.pdf

comme « moins concrètes que les plaquettes trouées car les éléments à compter, quoique en relief, ne sont pas mobiles » ; « elles présentent les quantités sous la forme d'un tout, qui n'est décomposable que par la vue ; elles sont un acheminement vers l'abstraction. »

Cela me semble juste mais je pense que l'on pourrait revenir à ces plaquettes dans ce qui serait une troisième étape : celle décrite par Brissiaud où l'enfant organise *mentalement* les collections en s'appuyant sur les décompositions construites avec les collections-témoins organisées. En effet Herbinière-Lebert décrit des « bouchons mobiles aux sections colorées » groupés dans la main [...], sur la table de toutes les façons possibles, puis sur la plaquette pour prendre la figure d'une figure numérique-type. » Quand les bouchons sont hors des plaques et disposés d'autres manières, « les trous à fond coloré maintiennent la figure de la quantité étudiée qui demeure un témoin de l'expérience. »

Le matériel Numicon offre de ce point de vue un intérêt particulier avec ses plaquettes découpées au contour des configurations Herbinière et trouées pour recevoir éventuellement des cylindres-unités.

Dans cet esprit d'acheminement progressif d'un appui sur des nombres figuraux jusqu'à l'organisation mentale des collections, je présente aussi en annexe IV des situations de construction des nombres avec les plaquettes trouées aux unités mobiles, que j'expérimente en classe particulièrement avec mes élèves les plus fragiles dans la construction des nombres, et en annexe V une adaptation possible du « jeu du gobelet » popularisé par Alice Descœudres puis Rémi Brissiaud.

I. Sources principales sur le matériel de calcul Herbinière-Lebert

Suzanne Herbinière-Lebert est à l'origine des premières activités graphiques à l'école maternelle (1927) avec ses cahiers d'« exercices graphiques d'attention²⁹³. » L'un de ces cahiers est dédié à la préparation au calcul.

- HERBINIERE-LEBERT Suzanne, *Exercices graphiques d'attention appliqués aux exercices de crayonnage préparatoires au calcul (Cahier n°5)*, Nathan, 1927. Réédité en 1950 ou 1951 puis en 1964 sous le titre : *Cherche et trouve... Exercices graphiques d'attention. Cahier n°5. Exercices sensoriels préparatoires au calcul*. Trois cahiers seront encore édités sous le titre *Cherche et trouve* en 1987 ; le troisième, intitulé *Activités préparatoires au calcul* et à l'écriture, donne une série « d'exercices d'initiation sensorielle au calcul et à la lecture ».
- HERBINIERE-LEBERT Suzanne, *Livre du maître pour les six cahiers d'exercices graphiques d'attention*, Nathan, 1927.

Elle a surtout créé en 1923 un ensemble de matériels de calcul (et de lecture) présenté dans plusieurs publications avant d'être en partie édité :

- HERBINIÈRE-LEBERT Suzanne, « Initiation sensorielle au calcul », *L'Éducation enfantine*, numéros d'octobre 1926 à décembre 1926 [?]
- HERBINIÈRE-LEBERT Suzanne, « Initiation sensorielle », *l'Éducation Enfantine*, tous les numéros du 1^{er} octobre 1927 au 1^{er} juillet 1928.
- HERBINIÈRE-LEBERT Suzanne, « Initiation sensorielle », *l'Éducation Enfantine*, tous les numéros du 1^{er} octobre 1928 au 1^{er} juillet 1929.
- HERBINIÈRE-LEBERT Suzanne, « L'enseignement du calcul aux anormaux par l'initiation sensorielle », *Bulletin du FCH*, n° 8-9, [Foyer central d'hygiène physique, morale et mentale], mai-juin 1929, p. 11-22.
- « Les expositions du Congrès international de l'Enfance », *L'Éducation enfantine*, n° 16, 28e année, 1er septembre 1931.
- GARCIN F., « Matériel Herbinière-Lebert », Supplément au N°8 du 20 février 1932 de *l'Éducation Enfantine*.
- GARCIN F., « Matériel Herbinière-Lebert », Supplément au N°9 du 10 mars 1932 de *l'Éducation Enfantine*.

293 Décrits par le mouvement Freinet.

- GARCIN F., « Cours Pauline Kergomard. Initiation sensorielle au calcul. Conférence Herbinière-Lebert », *L'Éducation Enfantine*, n°5, 20 décembre 1933 et n°6, 10 janvier 1934.
- COMITE D'ORGANISATION DU CONGRES, *Compte-rendu du Congrès international de l'enfant Paris – 1931 organisé par l'Association des Institutrices des Écoles maternelles et des Classes Infantiles publiques de France et des Colonies à l'occasion du cinquantième de l'École laïque 1881-1931*, Nathan, 1933. [Suzanne Herbinière-Lebert avait été présidente du comité d'organisation.]

Deux modèles de son matériel d'initiation au calcul ont été édités à partir de 1931 par Nathan :

- HERBINIERE-LEBERT Suzanne, *Plaquettes Herbinière-Lebert trouées et chiffrees avec éléments mobiles*, Nathan, 1931.
- HERBINIERE-LEBERT Suzanne, *Plaquettes Herbinière-Lebert pour l'éducation sensorielle et l'initiation sensorielle au calcul*, Nathan, 1931.

Les notices accompagnant ce matériel ont été complétées en 1956 par deux « cahiers de calcul » :

- HERBINIERE-LEBERT Suzanne, *Combien font ? Cahier de calcul pour les enfants de 5 à 7 ans. Exercices d'application et de contrôle*, Fernand Nathan, 1956. Premier cahier : la dizaine. Deuxième cahier : la centaine.

Elle préfaça aussi deux ouvrages qui s'appuient sur son matériel de calcul :

- MIALARET Gaston, *Pédagogie des débuts du calcul*, Fernand Nathan, première édition 1955, édition remaniée 1965.
- FARENG R. & FARENG M., *L'apprentissage du calcul avec les enfants de 5 à 7ans*. Paris, Fernand Nathan, série « Comment faire ? », collection « L'Education enfantine » dirigée par S. Herbinière-Lebert, 1966.

Le matériel décrit dans *Éducation enfantine*

En 1927-1928, Suzanne Herbinière-Lebert écrit dans *L'Éducation enfantine* une série d'articles promouvant l'usage d'un matériel « d'initiation sensorielle » (1/10/1927 ; 20/10/1927 ; 1/12/1927 ; 20/12/1927 ; 10/1/1928 ; 1/2/1928 ; 20/2/1928 ; 10/3/1928 ; 1/04/1928 ; 20/4/1928) : cubes Fröbel colorés en rouge ou bleu, assemblés les uns au-dessus des autres ou à plat et disposés comme les plaquettes ; « cartes des quantités » reproduisant leurs combinaisons ; perles assemblées selon plusieurs configurations spatiales ; « cinéma des nombres » ; « tableaux dizaines » pour la numération décimale ; « plaquettes-images » (disposées comme les plaquettes) et « tableaux des quantités » pour étudier les différentes décompositions d'un même nombre ; « nombres illustrés » ; « tablettes multiplicandes » ; « multiplicateur-diviseur » conçu à partir d'un abaque. Une initiation sensorielle à la lecture vient compléter cette présentation (10/5/1928 ; 1/6/1928) ainsi que des « jeux d'attention visuelle (type Decroly) » (1/7/1928).

De grandes planches hors-texte intitulées « Matériel Herbinière-Lebert » illustrent son propos (1/10/1927 ; 1/2/1928 ; ...)

En 1928-1929, Suzanne Herbinière-Lebert rédige à nouveau une série d'articles promouvant l'usage d'un matériel « d'initiation sensorielle » complémentaire des plaquettes, dont on trouvait déjà une partie dans ses cahiers d'*Exercices sensoriels préparatoires au calcul*. De grandes planches hors-texte intitulées « Matériel Herbinière-Lebert » illustrent son propos (1/10/1928 ; 1/12/1928 ; 1/2/1929 ; 1/4/1929). Après des « questions préliminaires d'organisation pour la confection du matériel » (1/10/1928 ; 20/10/1928 ; 10/11/1928 ; 20/12/1928), elle en vient à la présentation d'un matériel d'« initiation sensorielle au calcul » (1/12/1928 ; 20 /12/1928 ; 10/1/1929 ; 1/2/1929 ; 20/2/1929 / 10/3/1929 ; 1/4/1929 ; 20/4/1929 ; 10/5/1929) et elle conclut par deux articles sur « l'initiation sensorielle à la lecture » (1/6/1929 ; 1/7/1929)²⁹⁴.

**

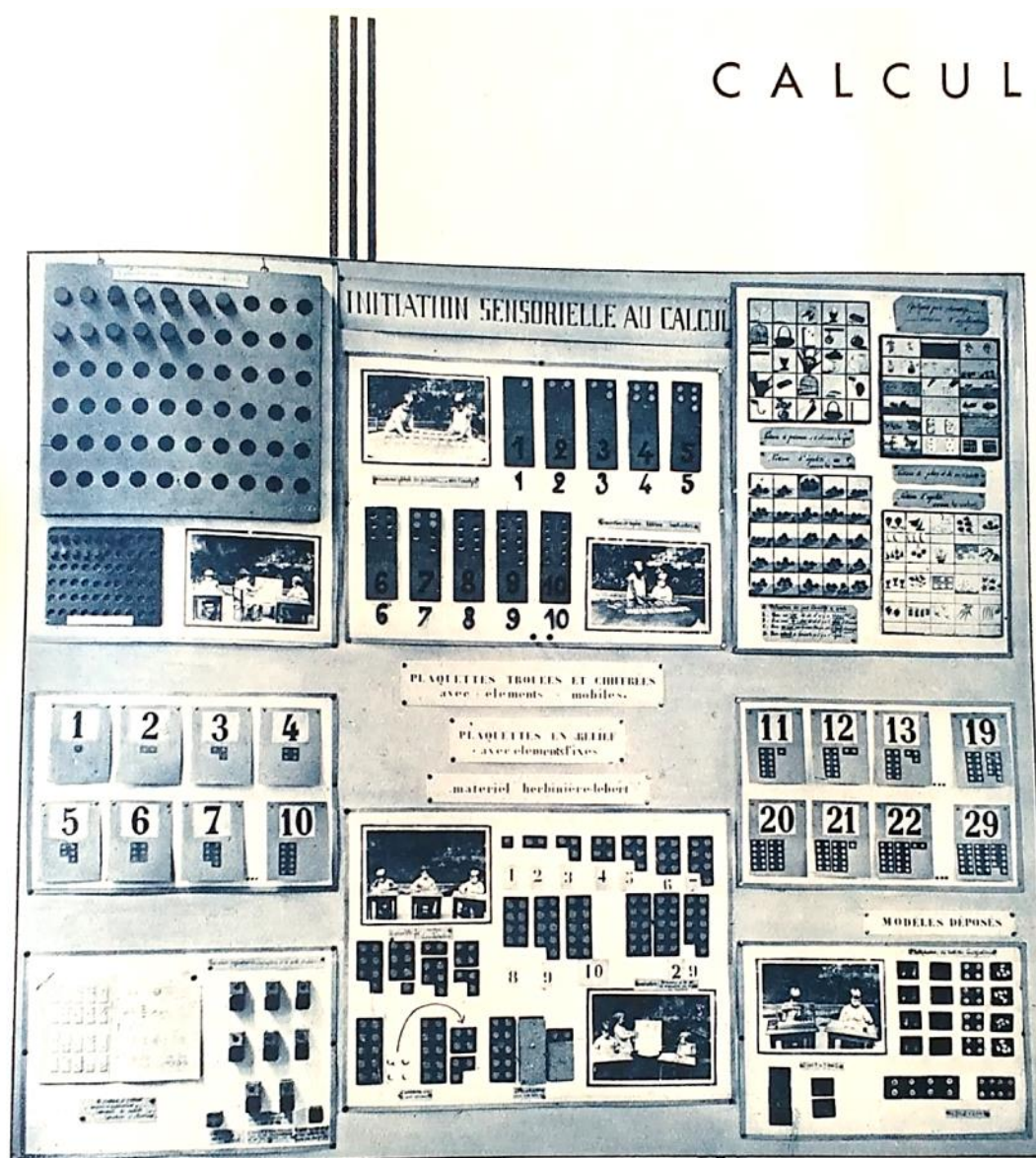
Le Rechenapparat de Born

« Le *Rechenapparat* de Born. Cet appareil consiste en une planche rectangulaire, d'environ deux pieds sur trois, sur laquelle sont fixées dix volets coulissants en étain. En repoussant chaque volet, on voit sur un fond blanc dix ouvertures circulaires à travers lesquelles apparaît le tableau noir. Ces ouvertures représentent les nombres de un à cent. Derrière les deux volets du bas se trouvent deux petites tiges en bois sur lesquels sont peints des cercles rouges. En faisant glisser les tiges dans les rainures, les ouvertures apparaissent à volonté en blanc ou en rouge. En manipulant les volets, on peut faire apparaître de nombreux groupes de nombres différents ; les nombres pairs peuvent être présentés dans un groupe symétrique, les nombres impairs dans un groupe asymétrique. En manipulant les tiges et les volets coulissants, un groupe donné peut être divisé en parties : par exemple, le nombre huit peut être symbolisé par trois points rouges et cinq points noirs, ou par deux points rouges, trois noirs et trois blancs. Ainsi, les différents processus d'addition et de soustraction peuvent être représentés. » (Cf. "Description of recent acquisitions to the pedagogical department of Clark University" (ma traduction))

294 S. Herbinière-Lebert reprendra le sujet notamment en 1966 dans : « De l'expression à la lecture. Une méthode naturelle », *Revue de neuropsychiatrie infantile et d'hygiène mentale de l'enfance* -14e année - juillet/août 1966 - n°7/8 : *apprentissage de la lecture*.

II. Le matériel Herbinière-Lebert au Congrès de 1931

Voici la présentation du panneau d'exposition du matériel Herbinière-Lebert publiée dans : Comité d'organisation du congrès, *Compte-rendu du Congrès international de l'enfant Paris – 1931 organisé par l'Association des Institutrices des Écoles maternelles et des Classes Infantines publiques de France et des Colonies à l'occasion du cinquantième de l'École laïque 1881-1931*, 1933.



Un matériel d'initiation sensorielle au calcul, longuement expérimenté, pour les enfants de 4 à 7 ans.

Clichés RIGAL

INITIATION SENSORIELLE AU CALCUL

(Matériel Herbinière-Lebert) (1)

(Note 1 : F. Nathan, éditeur, Paris)

Ce panneau présentait quelques-uns des éléments d'un matériel établi et mis au point après de nombreuses expériences.

Presque entièrement en bois, décoré à l'aide de peintures laquées, simples, solide, lavable et partant hygiénique, ce matériel sortait d'une classe où il était en service depuis 1923, donnant ainsi la meilleure preuve de sa résistance à l'usage.

Un rapide examen d'ensemble permettait de découvrir quelques-unes des idées directrices qui présidèrent à sa création et que voici :

1. Etablir un matériel didactique fondamental présentant les quantités sous l'aspect d'une figure numérique-type, toujours claire.
C'est ainsi qu'à dessein la forme circulaire (cylindre pour les objets, cercles pour les images) a été choisie pour figurer chaque unité, car elle est la seule qui se distingue nettement d'une forme semblable voisine., même en contact avec elle, la seule aussi qui soit valable pour la démonstration des fractions : moitié, tiers, quart. (En effet, la moitié d'un carré fait un rectangle ; le quart d'un carré fait un autre carré plus petit ; mais la moitié d'un cercle ne fait bien qu'un fragment de cercle, etc...)
2. Apporter à l'enfant de véritables éléments à compter concrets (objets), en relief ou non, disposés dans des appareils extrêmement simples permettant un très grand nombre d'exercices variés, purement sensoriels d'abord, préparant ou complétant les exercices pratiques.
3. Créer à côté de ce matériel fondamental des jeux d'application présentant les notions étudiées sous des formes différentes :
 - a. Pour ôter à la forme d'une démonstration son importance, et révéler à l'enfant l'identité d'une notion arithmétique sous les aspects variés qu'elle peut revêtir.
 - b. Permettre la répétition, sans ennui, des mêmes exercices grâce à leur présentation différente et aboutir ainsi à l'acquisition d'automatismes utiles tels que la numération rapide, la connaissance des tables d'addition, etc...

Ainsi, deux catégories dans ce matériel :

Première étape : Le matériel d'objets.

Deuxième étape : Vers l'abstraction ; le matériel d'images.

Soumis tous deux aux règles suivantes :

Partir de la **perception globale**, forme primitive de la connaissance, pour aller, pas à pas, vers l'abstraction qui est le but, mais avec les étapes nombreuses que chacun franchira à son rythme.

Faire que le travail soit **intuitif** et, chaque fois qu'il se peut, **auto-correcteur**, afin d'éliminer le plus possible l'intervention de l'institutrice. Il faut en **effet désirer dès le début, que l'enfant adopte, vis-à-vis des faits qu'il observe, l'attitude scientifique, et l'engager à recourir à l'expérience pour le contrôle de son travail et non à l'approbation d'une puissance subjective comme celle du maître.**

MATERIEL DIDACTIQUE FONDAMENTAL

A. La planchette trouée et ses bouchons

- a) Le grand modèle de démonstration pour la maîtresse ;
- b) Le petit modèle individuel pour l'enfant.

Percée de soixante trous, cette planchette permet des exercices sur les cinquante à soixante premiers nombres. Les bouchons (cylindres de bois) ont leurs deux sections diversement colorées : l'une est rouge, l'autre jaune. Ces deux couleurs se distinguent bien sur le fond bleu sombre de la planchette. Elle permet l'étude de la numération, des opérations, la décomposition des nombres par le changement de couleur des bouchons. Exemple : Six bouchons rouges sont placés en ligne sur les planchettes ; on n'ajoute rien, on ne retire rien, on change seulement un bouchon de côté, il y en a donc bien toujours six, mais sous cette nouvelle forme : 1 jaune + 5 rouges, soit : 6 ; ou $1+5=6$.

B. Les plaquettes trouées aux éléments mobiles.

Les plaquettes en relief avec éléments fixes.

a) Plaquettes trouées avec éléments mobiles :

Vrais jeux d'attention visuelle et d'adresse motrice (couleurs et encastrement) pour les petits de trois à quatre ans, ces exercices deviennent peu à peu des jeux de calcul pour les enfants de quatre à six ans aptes à recevoir cette initiation. Les éléments à compter, bouchons mobiles aux sections colorées, s'encastrent aisément dans les trous des plaquettes ; groupés dans la main (volume de la poignée) sur la table de toutes les façons possibles, puis sur la plaquette pour prendre la figure d'une figure numérique-type, ils associent la vue, le toucher, le sens musculaire, la notion de poids et même celle de durée, pour donner, à l'idée abstraite de nombre, les supports sensibles qui en éclairent le sens.

Le chiffre en creux, toujours associé à l'image de la quantité qui lui correspond (et que maintiennent les trous au fond clair lorsque les bouchons sont enlevés), sert pour l'apprentissage de l'écriture des nombres.

Le chiffre découpé, mobile, peut être décalqué et son dessin coloré ; mis en place dans sa figuration en creux, il s'y trouve en relief.

b) Plaquettes en relief avec éléments fixes :

Moins concrètes que les plaquettes trouées car les éléments à compter, quoique en relief, ne sont pas mobiles, elles en maintiennent les figures numériques-types sans toutefois leur associer le chiffre correspondant.

Elles présentent l'image de la quantité sous l'aspect d'un tout, d'une somme dont la forme particulière, résultant de la disposition spéciale des éléments à compter, souligne le caractère de pair et d'impair, facilite la reconnaissance globale et déjà prépare à son analyse.

Elles donnent lieu à de nombreux exercices : numération par unités et par dizaines ; combinaisons variées d'un même nombre, écriture des nombres de deux chiffres avec connaissance de la valeur relative de ces deux chiffres ; opérations sur les cent premiers nombres ; solutions de petits problèmes d'ordre pratique, etc.

MATÉRIEL D'IMAGES

Les chiffres illustrés.

Deux planches nous les présentent.

Accompagnant le matériel d'objets, moins concret que lui, déjà à mi-chemin de l'abstraction, le matériel d'images comprend, entre autres, les chiffres illustrés.

Ces chiffres de 1 à 31, accompagnés de la figuration des plaquettes correspondant à leur valeur, présentent **simultanément** les quantités réalisées **successivement** par les enfants avec leurs plaquettes. Cette présentation simultanée permet des comparaisons intéressantes. Exemple : entre 12 et 21, 13 et 31, 19 et 29, etc...

L'ADDITION

Les cubes pyrogravés. – Une dernière planche présentait, à côté du **Cahier d'exercices graphiques d'attention appliqués au calcul** (Nathan éditeur), qui comporte des exercices très nombreux et variés, un petit matériel de cubes permettant l'étude des tables d'addition.

Deux séries de cubes sont utilisés ; les blancs sont classiques, mais les roses portent – et c'est là l'originalité du jeu – un même nombre de points sur chaque face.

Ainsi les combinaisons amenées sont obligatoirement et dans un ordre indéterminé, si le cube 3 a été choisi : 1+3, 2+3, 3+3, 4+3, 5+3, 6+3, ou inversement : 3+1, 3+2, etc...

LA MULTIPLICATION

Les tablettes multiplicandes. – Une autre planche présentait, sous le nom de tablettes multiplicandes, des séries de dix plaquettes à fond bleu marine, illustrées de groupements d'objets peints : deux radis, trois cerises, quatre boutons, cinq œufs, qui permettent d'établir, à l'aide de groupements égaux, des tables de multiplication exactes.

JEUX PREPARATOIRES, JEUX D'APPLICATION OU JEUX DE CONTRÔLE

Les quatre planchettes de bois à fond gris clair, partagées par un quadrillé très large en compartiments dans lesquels sont dessinés des objets variés, présentent le type de quelques jeux d'application relatifs :

- a) À la notion de présence et d'absence
- b) À la notion de plus et de moins
- c) À la notion d'égalité : il s'agit de la reconnaître
- d) À la notion d'égalité : il s'agit de la réaliser.

Ces jeux appartiennent à une série très progressive dont tous les éléments n'ont pu être exposés, faute de place.

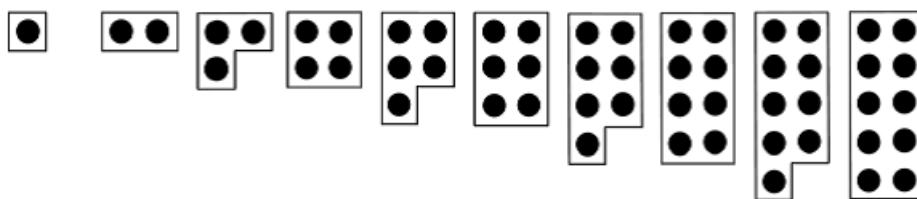
Des photos très claires, montrant des enfants au travail avec les divers éléments, indiquaient nettement l'usage du matériel exposé, et par surcroît l'intérêt qu'il suscite. L'une d'elles (en bas à droite) montrait en outre un appareil simple pour les exercices de multiplication et de partage : le **multiplicateur diviseur**. (1) (Note 1 : Une description détaillée de tout le matériel Herbinière-Lebert a été publiée par L'Education enfantine (Nathan éditeur, Paris), années 1926-1927, 1927-1928, 1928-1929.)

*

S'il est indispensable d'enrichir la notion de quantité de données sensorielles variées mais imprécises comme celles de volumes, de poids, de longueur ou d'étendue, il ne faut pas oublier que le but, est d'acquérir la connaissance économique du nombre qui les résume toutes en s'en dégageant et devient impersonnelle et abstraite.

Il va donc de soi qu'il ne faut pas prolonger l'emploi du matériel qui n'est qu'un moyen, mais le laisser comme un outil à la disposition de l'enfant, outil dont il peut apprendre le maniement par l'observation de camarades qui l'auront utilisé avant lui. L'éducation mutuelle retrouve ainsi sa place à côté du matériel auto-correcteur.

III. « Au marché » : mon jeu de décomposition des nombres



Voici une situation qui entraîne joyeusement les élèves à travailler la décomposition des nombres. Elle est adaptée à tous les niveaux des élèves d'une classe de maternelle ou de début de CP et ce sont eux qui valident leur réussite.

« Aujourd'hui on va jouer au jeu du marché. Des élèves vont vendre des images et d'autres élèves vont les acheter avec les plaques-nombres. Mais c'est un marché très spécial où les gens aiment bien réfléchir sur les nombres, alors on doit payer avec au moins deux plaques-nombres. »

Objectif : décomposer les nombres

« Plutôt que de les voir mémoriser une longue suite de nombres, l'enjeu est davantage de les amener :

- à comprendre progressivement les relations entre les quantités,
- à stabiliser ces connaissances pour un usage maîtrisé,
- à résoudre des petits problèmes mettant en jeu les premiers nombres. »

(Commentaire du programme 2015 pour la maternelle, Canopé éditions, 2016)

Programme pour la maternelle, 2015 :

Domaine : Construire les premiers outils pour structurer sa pensée - Découvrir les nombres et leurs utilisations.

« La maîtrise de la décomposition des nombres est une condition nécessaire à la construction du nombre. [...] Entre deux et quatre ans, stabiliser la connaissance des petits nombres (jusqu'à cinq) demande des activités nombreuses et variées portant sur la décomposition et recombinaison des petites quantités (trois c'est deux et encore un ; un et encore deux ; quatre c'est deux et encore deux ; trois et encore un ; un et encore trois) [...] L'itération de l'unité (trois c'est deux et encore un) se construit progressivement, et pour chaque nombre. Après quatre ans, les activités de décomposition et recombinaison s'exercent sur des quantités jusqu'à dix. »

Objectifs de fin de maternelle (étudier les nombres) abordés ici :

- Quantifier des collections jusqu'à dix au moins ; les composer et les décomposer par manipulations effectives puis mentales.
- Parler des nombres à l'aide de leur décomposition.
- Lire les nombres écrits en chiffres jusqu'à dix.

Organisation générale, Rôle de l'enseignant, matériel

Cette situation d'apprentissage est conçue pour favoriser l'autonomie des élèves et leur coopération au sein d'un travail en classe entière :

- l'ensemble de la classe est confronté à une situation à fort enjeu cognitif plutôt qu'un seul petit groupe ;
- le problème est posé à l'ensemble du groupe qui en fera un bilan collectif profitant à tous ;
- les élèves doivent confronter leurs procédures et coopérer parce que la situation l'exige et non parce que l'enseignant les guide pas à pas.

Lors de la présentation de l'activité, l'enseignant énonce l'objectif d'apprentissage et les règles du jeu. L'enseignant veille ensuite à se placer à côté des élèves les moins avancés pour observer leurs procédures et étayer. Il est muni d'une grille d'évaluation. Après l'activité, les apprentissages font l'objet d'un bilan dans le « coin regroupement » pour que les élèves mettent en lumière les procédures gagnantes et les (dé)compositions apprises.

Cette activité régulière en grand groupe pourra de temps à autre avoir lieu avec 5 ou 6 élèves pour instituer les règles du jeu, discuter des stratégies gagnantes et repérer les élèves ayant un plus grand besoin d'étayage lors de la séance en grand groupe.

Un coin « boutique » pourra aussi être installé dans la classe de manière permanente avec les mêmes règles de jeu et les étiquettes des nombres 1 à 5.



Matériel nécessaire :

- 2 jeux de plaques Herbinière-Lebert (fabriquées par les presses universitaires d'Oxford sous le nom de Numicon²⁹⁵) à compléter par 20 plaques de 1²⁹⁶ (compter une centaine d'euros au total mais le matériel vous servira pour beaucoup d'autres activités) ;



- des étiquettes de prix plastifiées réparties sur les tables, dans le but de permettre à des élèves de tous les niveaux de réussir et de progresser selon leur degré de connaissance des nombres et de leur écriture chiffrée :
 - o 2 à 5 : le gabarit de la plaque-numbre avec les ronds + le chiffre à côté.
 - o 6 à 10 : le gabarit de la plaque-numbre avec les ronds + le chiffre à côté.
 - et/ou
 - o 2 à 5 : le chiffre d'un côté et de l'autre le gabarit de la plaque (sans les ronds).
 - o 6 à 10 : le chiffre d'un côté et de l'autre le gabarit de la plaque (sans les ronds).

Les étiquettes de prix peuvent être téléchargées ici : <http://goupil.eklablog.fr/au-marche-jeu-de-decomposition-des-nombres-a130378678>



- Environ 200 cartes dessinées prises dans l'*Imagier Catégo/Phono* publié par Hatier (ou tout autre imagier mobile) et des boîtes pour le rangement des plaques reçues par les marchands. Constituer des tas de cartes d'égale hauteur avec l'imagier complet et les placer sur chacune des tables. Distribuer une image par étiquette.

295 "Box of 80 Numicon Shapes (Grey)". Je préfère les plaques grises aux colorées. URL : <http://www.numicon.com>

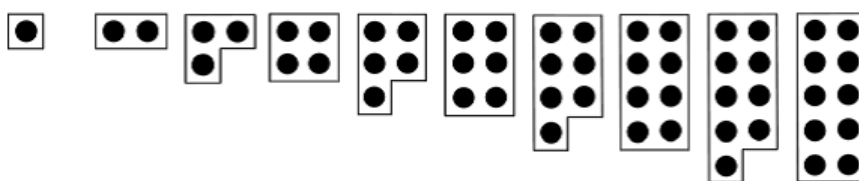
296 "Numicon: Extra Numicon 1-shapes"

- Éventuellement 1 enveloppe par élève pour transporter les images collectées.
- Pour les élèves qui en auraient besoin, éventuellement un cache individuel coloré translucide qui permet de décomposer physiquement les collections de ronds sur les étiquettes des marchand·e·s. Découpé aux dimensions d'une plaque de 10 ronds il a un coin rogné en carré de la dimension d'une plaque de 1 rond.

Intérêt des plaquettes Herbinière-Lebert pour la décomposition des nombres

Les plaquettes d'initiation au calcul furent créées en 1923 par Suzanne Herbinière-Lebert (1893-1985) et couramment utilisées jusque dans les années 60. Leur principe survit dans certains *Albums à calculer* de Rémi Brissiaud pour la maternelle ou dans les manuels de ce dernier pour l'école élémentaire quand les élèves comptent « comme Perrine ». Les plaquettes Herbinière-Lebert sont préconisées par Rémi Brissiaud depuis 1989 afin d'éviter le « comptage-numérotage » et de favoriser les stratégies de décomposition-recomposition qui permettent d'accéder au nombre comme « relation entre des quantités » en complément d'autres « collections-témoins organisées » / « nombres figuraux » (doigts, constellations du dé...). Les Britanniques ont recréé des plaquettes similaires sous le nom de Numicon²⁹⁷.

Avec ce matériel :



- Les représentations des quantités ne sont pas alignées, comme sur les barres ou perles Montessori qui obligent à compter 1 à 1, mais organisées dans l'espace de manière à être *décomposées* en plusieurs groupes facilement dénombrables.
- Chaque nombre est représenté de manière à faciliter *toutes ses décompositions additives* contrairement à d'autres configurations de points (comme par exemple les constellations du dé qui donnent un rôle particulier au nombre 5 et ont de ce fait une utilité).
- L'organisation des points met particulièrement bien en valeur *l'itération de l'unité* et les *doubles*.
- Chaque nombre est clairement et régulièrement *formé à partir des précédents* (contrairement aux dés classiques par exemple), ce qui permet aux élèves de ne pas en rester à la mémorisation de pures images d'organisation de points dans l'espace.
- L'enfant peut faire des *expériences avec les nombres et valider* visuellement un résultat anticipé mentalement (ex. : pour recouvrir une plaque de 5 je peux mettre bout à bout une plaquette de 3 et une plaquette de 2 ou bien 4 et 1).
- La notion de *pair et d'impair* est mise en valeur par l'organisation des unités en deux rangées.

²⁹⁷ Ce matériel s'inspire aussi des *Pattern Boards* de Catherine Stern.

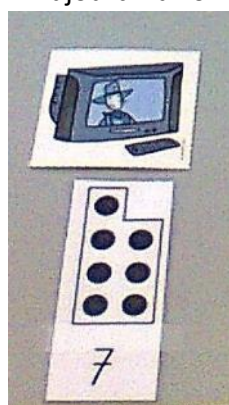
- En donnant un rôle particulier au nombre 10, les plaquettes Herbinière-Lebert permettent aussi d'initier à la *notation positionnelle*.
- Enfin, la simplicité de leur organisation permet de passer par la manipulation pour *introduire les opérations posées*.

Déroulement : « Jour de marché »

Consigne

1/ Mettre en scène la situation devant toute la classe :

« Aujourd'hui on va jouer au jeu du marché. Des élèves vont vendre des choses et d'autres élèves vont les acheter avec les plaques-nombres. Mais c'est un marché très spécial où les gens aiment bien réfléchir sur les nombres, alors on n'a pas le droit de payer avec une seule plaque-nombre. Il en faut au moins deux.



- Léna, on dit que tu es une cliente et que je suis le marchand. Je vends des images. Le prix de cette image est sur cette étiquette. Il est écrit en chiffres et dessiné avec des ronds. Combien de ronds vaut cette image ?

[Ici le prix n'est pas seulement affiché en chiffre : la collection-témoin est présentée aussi, pour les élèves moins familiers de l'écriture chiffrée ou de certains nombres, ce qui entraîne plusieurs réponses possibles.]

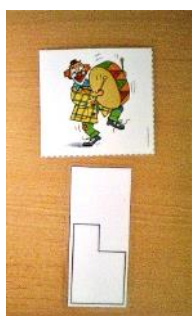
Elle vaut 7 [lecture du chiffre ou dénombrement de la collection- témoin organisée par décomposition en 2 ou 3 petites quantités]	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Elle vaut 7 [Dénombrement 1 à 1, ce qui n'est pas la stratégie encouragée par le matériel et la consigne]	Elle vaut 6 et encore 1 / Elle vaut 4 et encore 3. [Si le nombre 7 n'est pas encore connu, sa décomposition permet de l'appréhender]
--	--	---

- Oui elle vaut 7 ronds. Pour acheter cette image, tu peux aller prendre des plaques de ronds sur les tables. Il faut prendre au moins deux plaques de ronds.
- Voilà
- Tu m'as apporté des plaques de combien de ronds ?
- 6 et encore 1.
- Pose-les sur l'étiquette pour vérifier. [Elle les fait coïncider avec le gabarit de la plaque de 7].
- C'est bon. Oui, 6 et encore 1 ça fait 7. Tu as réussi, tu peux mettre l'image dans ton enveloppe.

[À présent, voici un exemple avec une étiquette comportant uniquement le chiffre]



- Yaté, on dit que tu es un client et que je suis le marchand. Cette image vaut combien de ronds ?
- Elle en vaut 5 !
- Oui Pour acheter cette image, tu peux aller prendre des plaques de ronds sur les tables. Il faut prendre au moins deux plaques de ronds.
- Voilà
- Tu m'as apporté des plaques de combien de ronds ?
- Une plaque de 3 et une plaque de 2. Ça fait 5.



- On va vérifier. Retourne l'étiquette et tu vas voir si les deux plaques ensemble font bien 5 ronds. [Il les fait coïncider avec le gabarit d'une plaque de 5].
- C'est bon. 3 et 2 ça fait 5. Tu as réussi, tu peux mettre l'image dans ton enveloppe.



2/ Questions des élèves puis formulation de la consigne générale : « Les client.e.s peuvent acheter librement mais en respectant des règles : on n'achète qu'une chose à la fois, au prix indiqué sur les feuilles ; on doit obligatoirement donner deux plaques-nombres (ou plus). Les marchand.e.s sont obligé.e.s de vendre à qui paye le bon prix. Les marchand.e.s veillent à ce que les deux plaques de ronds fassent bien ensemble le nombre demandé. [Éventuellement les images achetées serviront tout à l'heure à faire un autre jeu avec des catégories.]

Action

Les tables de marché ont été préparées à l'avance avec les étiquettes et les tas d'images. Les plaques-nombres sont disposées sur une large surface de table pour éviter les bousculades. L'enseignant envoie s'installer 1 marchand.e pour 1 ou 2 étiquettes de prix.

« Le marché est ouvert. » Les clients sortent des bancs en plusieurs vagues. Ils vont regarder les prix des images et reviennent chercher les plaques-nombres réparties sur les tables du « coin regroupement ». L'organisation éventuelle en binôme favorise la verbalisation des stratégies et l'échange mutuel.



Chacun est attiré soit par un nombre déjà connu, soit par un nombre qui représente un défi, soit par une image plaisante. Les images valant une quantité de ronds peu élevée sont souvent plus vite épuisées, ce qui incite les élèves à sortir de leur zone de confort, donc à procéder par essai-erreur pour recomposer des nombres moins connus.

De même, si les décompositions $n+1$ sont privilégiées par les élèves, la rareté croissante des plaques de 1 incite à essayer d'autres décompositions moins familières.

En cas de dispute pour une image, cette dernière appartient à la première personne qui pose ses plaques (et pas à la première personne qui l'a vue).

Le jeu s'arrête quand l'enseignant juge que l'investissement des élèves a flanché (la séance dure souvent largement plus que 30 minutes) ou quand un objectif fixé à l'avance a été atteint (voir les variantes plus bas).

Au signal « Le marché est fermé », les vendeurs rangent les cartes restantes dans les boîtes et tous viennent s'asseoir au « coin regroupement ». Les élèves aiment alors compter leur butin de cartes pendant que d'autres rangent les plaques. Les encourager alors à faire des tas de 10 et éventuellement, selon le niveau des élèves, introduire la notation positionnelle en faisant prendre aux élèves autant de plaques de 10 que de groupes de 10 cartes.

Bilan collectif

L'enseignante interroge sur leurs stratégies deux élèves choisis d'après l'observation du jeu :

- « Comment as-tu fait pour savoir combien vaut cette image ? » (As-tu rencontré ce nombre auparavant dans une activité de la classe ? As-tu compté 1 par 1 ? As-tu décomposé le nombre ?) ;
- « Tu y es arrivé du premier coup ? » (Tu as fait plusieurs essais ? Tu en as discuté avec untel ? Etc.)

Elle interroge aussi l'ensemble de la classe sur les manières de composer tel ou tel nombre. Pour les nombres jusqu'à 6 les élèves lèvent les doigts des deux mains en silence.

En fin d'année on peut poser des questions plus difficiles, en s'appuyant éventuellement sur un affichage au tableau :

- Quels sont les nombres que je peux faire en utilisant uniquement des plaques identiques ?
- Quels sont les nombres que je peux faire avec uniquement des 2 ? des 3, des 4, des 5, des 1 ?

Pour aider les enfants à décomposer, on peut leur demander de se représenter mentalement la quantité comme sur la plaquette ; puis on leur montre la plaquette pour faciliter leur travail ;

puis on décompose la plaque avec la main ou un bâtonnet ou un cache en forme de carré dont un des côtés aurait été biseauté. Il est bon de varier la manière de décomposer spatialement les plaquettes - verticalement, horizontalement, en biais - .

Variantes

Objectif des joueuses et joueurs

Objectif des client.e.s :

- A. Acheter le plus d'objets en vente (images, etc.).
- B. Chercher en équipe toutes les images d'une catégorie choisie à l'avance. C'est l'ensemble du groupe classe qui gagne en comptant 1 point par image correspondant effectivement à la catégorie. Définir éventuellement un objectif de nombre de cartes par catégorie. On peut laisser les équipes choisir leurs catégories. Ils comprendront que les catégories les plus larges sont les plus intéressantes. Quand l'intérêt pédagogique de ces catégories-là sera épuisé, on pourra les supprimer (objets, êtres vivants, etc.).
- C. Acheter des pièces de puzzle pour terminer plusieurs puzzles différents
- D. Acheter une par une des briques de Lego en vue de réaliser une construction d'après modèle. Chaque marchand.e propose un seul type de brique (et éventuellement une seule couleur).
- E. Obliger les client.e.s à acheter uniquement des doubles ou doubles+1 ; ou bien uniquement avec des plaques représentant des quantités identiques.

Objectif des marchand.e.s :

- A. Aider à la validation et s'assurer du respect des règles.
- B. compléter une feuille au format A3 figurant 10x10 plaques de 10 ronds (ou un nombre intermédiaire fixé en grand groupe). Remettre en jeu les plaques quand l'objectif est atteint et changer de marchand. Si les marchands doivent compléter ce nombre exactement (ou bien doivent compléter chaque dizaine avant de passer à la suivante) ils demandent au client : « s'il te plaît, apporte-moi une plaque de 1 et autre chose pour que je complète ma dizaine. Il est difficile pour certaines personnes de gérer ensemble la grille de 100 et les règles du jeu. À introduire donc en milieu d'année ou pour les élèves les plus avancés.
- C. Compléter une feuille au format A3 figurant 10x10 plaques de 10 ronds en variant les décompositions de 10. Prendre en photo la grille complète et la montrer sur écran au bilan
- D. Sur une feuille au format A3 présentant tous les nombres de 2 à 10, remplir chacun des gabarits de plaques-nombres.

Rôles :

- A. Les client.e.s achètent seul.e.s ou par deux et les marchand.e.s vendent.

- B. Les client.e.s vont acheter *par deux et chacun.e apporte une plaque*. Il est ici nécessaire de discuter de la décomposition ce qui fait tout l'intérêt de cette situation.
- C. [*Tout le monde achète*. Les objets sont mis sur des tables spécifiques avec leur prix. Les plaques-nombres sont sur les autres tables. Chacun.e contrôle soi-même la validité de son achat. Il est alors plus utile encore de constituer des binômes pour favoriser la verbalisation des stratégies, le respect des règles et l'étayage mutuel.]
- D. **Commander par écrit** et en silence les plaques nécessaires à l'achat : les marchand.e.s sont au bout d'une pièce avec des étiquettes figurant les gabarits de plaques-nombres et les ronds sans écriture chiffrée; les client.e.s près d'eux ; deux bancs séparent les client.e.s des banquier.e.s. et des plaques-nombres à l'autre bout de la classe. La commande est écrite en chiffre (plus rapide) ou dessinée et les banquiers décomposent la quantité représentée pour fournir les plaques-nombres requises. Ou bien, plus complexe : la commande est écrite en chiffres dans un rond au sommet d'une « montagne » et décomposée dans les deux ronds figurant en aval de la « montagne ». Ce sont alors soit les client.e.s qui écrivent la décomposition, soit des banquiers intermédiaires (des élèves plus aguerris) qui présentent en silence la commande aux banquiers assis près des plaques-nombres.

Conclusion du jeu

Fin du jeu :

- A. Quand les acheteurs ou les vendeurs sont démunis [mais l'enseignant peut préférer remettre régulièrement les plaques des marchands dans le jeu comme un Robin des Bois] ;
- B. Quand les vendeurs de chaque table ont rempli un gabarit de 10 x 10 ronds ou un nombre cible sur cette grille [mais l'enseignant peut préférer leur demander alors de remettre leurs plaques dans le jeu] ;
- C. Quand des constructions ou des puzzles ou ont été complétés par les pièces achetées aux marchand.e.s ;
- D. Quand l'enseignant.e juge que l'investissement des élèves a flanché ;
- E. Au bout d'un temps défini à l'avance.

Bilan :

- A. Bilan collectif
- B. Parfois bilan individuel : faire dessiner les décompositions possibles d'un nombre.

Objets en vente

Objets en vente :

- A. Du matériel de la classe (à disposer par l'enseignant avant l'arrivée en classe des élèves ou disposé assez librement par des élèves pendant un regroupement) : images ou briques de Lego (avec chaque marchand.e son type de brique) ou pièces de puzzles mélangées ou vaisselle de dinette...

- B. Des objets fabriqués tout exprès par les élèves. Dans ce cas, la fabrique peut donner lieu à une séance préalable de modelage/assemblage/dessin/...

Usage ultérieur des objets en vente :

- A. Les élèves en disposent librement comme des trésors (et doivent les ranger à la fin du jeu une fois que tout le monde aura vu leur accumulation).
- B. Ils font l'objet d'une exposition sur une table dédiée s'ils ont été conçus par des élèves. Tous les objets achetés y sont placés au fur et à mesure, ou bien à la fin seulement 1 ou 2 préférés.
- C. Ils servent à remplir un objectif défini à l'avance : reproduire un modèle avec les briques de Lego ; dresser la table pour un bon repas avec la vaisselle et les aliments ; catégoriser avec des images ou des objets judicieusement choisis (voir le manuel *Catégo* de Goigoux, Cèbe et Paour).

Étiquettes de prix et unités de paiement

- A. Les étiquettes de prix sont les *gabarits des plaques-nombres* comportant ou non les ronds représentant la quantité et ou non l'écriture chiffrée. Quand seule l'écriture chiffrée figure sur l'étiquette, le gabarit de validation figure au dos.
- B. L'une des marchandes dispose, en guise d'étiquette, d'une *plaque-nombre qu'elle place dans l'un des plateaux d'une balance*²⁹⁸ (voir image ci-dessous). La cliente place ses plaques dans l'autre plateau. Si les deux plateaux sont équilibrés, la vente peut se faire. [Modalité à mettre en place dans un deuxième temps.]
- C. *Les étiquettes de prix sont les plaques-nombres elles-mêmes et les unités de paiement sont les tubes blancs et noirs* du matériel Numicon²⁹⁹ (image ci-dessous) disposés à distance sur deux tables distinctes et éloignées l'une de l'autre. Les clients doivent acheter les objets avec des tubes de chacune des deux couleurs. Ils devront anticiper le nombre de tubes de chaque couleur grâce à leur connaissance de la décomposition du nombre, aidés par leur connaissance de la configuration des plaques-nombres. [Modalité à mettre en place dans un deuxième temps.]



298 Par exemple la "Numicon: Adjustable Pan Balance".

299 « Numicon: Black and White Pegs ». URL : <http://numicon.com>

IV. « Jour de soldes » : mon jeu pour rendre ce qui est en trop

Je propose un autre jeu de décomposition des nombres pour un groupe d'élèves de grande section de maternelle (plutôt en deuxième moitié d'année).

Consigne

1/ Mettre en scène la situation devant toute la classe :

« Voici un nouveau jeu. C'est le jour du marché aux images et aujourd'hui elles ne sont pas chères Elles valent de 1 à 5 ronds.

- Yacouba, on dit que je suis le marchand et toi tu es le client. Le prix de mes images est affiché sur cette feuille. Elles valent combien ?
- 4 ronds.
- Oui. Pour acheter mon image, va chercher un groupe³⁰⁰ de ronds sur les tables du fond.
- Je n'ai pas trouvé de groupe de 4. Il n'y a que des groupes de 5, 6, 7, 8, 9, 10.
- On va essayer quand même. Mes Kapla valent 4 ronds. Est-ce que dans 5 il y a 4 ?
- Oui il y a 4 et 1.
- Et bien donne-moi 5.
- Voilà 5.
- C'est trop. Je prends 4 [je pose mon gabarit de 4 sur le bas de la plaque de 5. Ce qui est en trop apparaît immédiatement] et je te rends ce qui est en trop : 1 [Je lui donne une plaque de 1 et une image en échange de sa plaque de 5]. À toi d'acheter une image, Adèle. Va chercher un autre groupe de ronds. [Elle revient avec un groupe de 7]. Bonjour Madame, que voulez-vous ?
- Bonjour Monsieur, je voudrais cette image s'il vous plait.
- D'accord, elle vaut 4 ronds.
- En voici 7 [Elle tend une plaque de 7].
- C'est trop. Je prends 4 [je pose mon gabarit de 4 sur le bas de la plaque de 7. Ce qui est en trop apparaît immédiatement] et je te rends ce qui est en trop : 3 [Je lui donne une plaque de 3 et une image en échange de sa plaque de 7]. Maintenant Adèle, on va voir si tu as bien compris. C'est toi la marchande. [Même scénario avec rôles inversés]

2/ Questions des élèves puis formulation de la consigne générale :

« Les client.e.s peuvent acheter librement mais en respectant des règles : on n'achète qu'une chose à la fois, au prix indiqué sur les feuilles. Les marchand.e.s n'ont pas le droit de refuser de vendre et ils doivent rendre les ronds en trop.

300 En 2003, pour désigner une enveloppe de 10 jetons ou de 100 jetons, Brissiaud préfère l'emploi du mot « groupe » : « l'usage du mot « groupe » est préférable à celui de « paquet », « enveloppe », etc. parce qu'il est plus abstrait et qu'il favorise mieux le transfert des propriétés dégagées dans un type de situations aux situations qui ont la même structure. » (Rémi Brissiaud, *Comment les enfants apprennent à calculer*, Retz, nouvelle édition augmentée 2005, pp. 72-73.). Pour cette raison, j'essaie de moins employer le terme de « plaque » en dehors de la désignation du matériel. Mais il faut bien que je parle parfois de la « plaque de 1 »... De plus, dans le cas d'une collection-témoin organisée (ce que ne sont pas des jetons dans une enveloppe), « plaque » a une dimension spatiale utile.

Déroulement

Les client.e.s ont à leur disposition sur deux tables des plaques de 5 à 10 ronds.

Les marchand.e.s, sur deux autres tables, vendent des images qui valent de 1 à 5 ronds. Le prix des images est affiché en chiffre et chaque marchand.e dispose d'un gabarit en carton découpé comme la plaque-nombre correspondante et ne comportant pas de ronds. Elle/il dispose aussi d'un stock de petite monnaie (plaques de 1 à 5 ronds).

Au fur-et-à-mesure du jeu, les client.e.s disposent de plus de « petite monnaie » et peuvent ainsi donner le montant exact. Le jeu s'arrête quand les client.e.s n'ont plus de quoi acheter les images.

V. Construction des nombres avec les plaquettes trouées

Etape 1

Disposer les dix plaquettes trouées côté à côté et enlever tous les cylindres qu'on dispose en tas sur la table.

- L'enfant prend 1 cylindre en disant « un » (ou « un cylindre ») puis il le place dans le trou de la plaquette comptant un seul trou. Il trace avec son doigt le chiffre 1 au bas de la plaquette en redisant « un ».
- Il prend ce cylindre en disant « un » et le place dans un trou de la plaquette suivante puis il prend un cylindre dans le tas en disant « et encore 1 » et il le place dans le deuxième trou en disant « ça fait deux ». Il trace avec son doigt le chiffre 2 au bas de la plaquette en redisant « deux ».
- Il prend ces deux cylindres en disant « deux » et les place dans deux trous de la plaquette suivante puis il prend un cylindre dans le tas en disant « et encore 1 » et il le place dans le troisième trou en disant « ça fait trois ». Il trace avec son doigt le chiffre 3 au bas de la plaquette en redisant « trois ».
- Et ainsi de suite. Les nombres suivants ne sont étudiés que si les précédents sont bien compris.

Etape 2

Les plaquettes que l'enfant connaît sont ensuite mélangées et l'enfant les remet dans l'ordre en nommant les quantités

Etape 3

L'enfant décompose chaque quantité (celles déjà construites avec l'itération de l'unité) en retournant certains cylindres. Soit il nomme les décompositions avant de vérifier en retournant les cylindres, soit s'il est encore en phase de découverte, il mène ses recherches en retournant d'abord les cylindres puis en formulant les décompositions.

Etape 4

Pour les situations décrites ci-dessous le principal moyen d'éviter que l'enfant compte 1 à 1 est de lui rendre cette stratégie plus couteuse ou impossible par la rapidité exigée. Soit on lui montre la collection très brièvement soit il doit la dénombrer avant les autres joueurs.

Jeu A³⁰¹ « Tape juste » :

A l'enfant (ou groupe d'enfants) est présenté une des plaquettes trouées qui représente un nombre qu'il connaît bien. L'objectif est de trouver les collections représentant le même nombre que celui de la collection témoin organisée, en s'appuyant sur ses décompositions, sans compter 1 à 1.



Au début de la partie on aura soin de demander aux enfants de dire différentes façons de « faire » le nombre en question et de retourner les jetons pour visualiser les différentes décompositions.

Devant la plaquette sont disposés deux tas de cartes comportant des collections de cercles. L'enfant doit taper sur la carte représentant la même quantité que celle de la collection témoin organisée sur la plaquette.

La validation est faite :

1. soit en prenant les cylindres des plaquettes pour les disposer sur les cercles de la carte par correspondance terme à terme,
2. soit en retournant certains cylindres de la collection témoin pour la décomposer,
3. soit plus simplement en séparant du doigt, d'un bâtonnet ou d'un cache translucide les deux groupes de la collection-témoin composant la quantité.

Il est important d'avoir deux tas de cartes et de découvrir deux cartes à la fois afin que, l'enfant ayant un choix à faire, il ne se précipite pas pour taper le premier sur la carte sans réfléchir. Si l'enfant a, de manière répétée³⁰², du mal à inhiber l'envie de taper le premier sur n'importe quelle carte, lui donner comme pénalité de passer le prochain tour.

Les cartes sont du type suivant:

- a) Cartes avec configurations Herbinière-Lebert (identiques à celles des plaquettes).
- b) Cartes avec configurations Herbinière-Lebert dont deux groupes ont été clairement séparés (décomposition déjà faite).
- c) Cartes avec configurations du dé(mettant en valeur 5+n) et d'autres collections-témoins organisées conventionnelles mettant en valeur certaines décompositions (doubles, 5+n, appuyées sur repère 3, géométriques, etc.)
- d) Cartes avec collections non conventionnelles à organiser mentalement
- e) Toutes les cartes ensemble.

301 Variante envisageable en préparation de cette activité, avec cette fois-ci des plaquettes assemblables type Numicon : poser une pile de cartes organisées différemment des configurations Herbinière-Lebert (conventionnelles ou à organiser seulement mentalement). Les cartes représentent deux quantités assez bien connues des élèves et une troisième moins connue. Découvrir la première carte. L'enseignant aide les élèves à décomposer la collection en deux groupes. Puis il prépare derrière un tissu trois plaquettes représentant une quantité proche (si la cible est 5, représenter des collections de 4, 5 ou 6 ronds) ou à défaut trois dessins de plaquettes sur une même feuille rectangulaire. Le premier élève à taper sur la plaquette représentant la même quantité l'emporte. Faire justifier par l'élève en lui faisant placer une baguette sur la plaquette pour décomposer en deux groupes.

³⁰²Il ne s'agit pas de sanctionner l'erreur mais l'absence de réflexion.

Illustration des modalités a (carte de droite) et b (carte de gauche)



Situation de départ



Validation (1^{ère} manière)



Validation (2^{ème} manière)

Illustration des modalités b (carte de gauche) et d (carte de droite)



Situation de départ



Validation (2^e) carte gauche

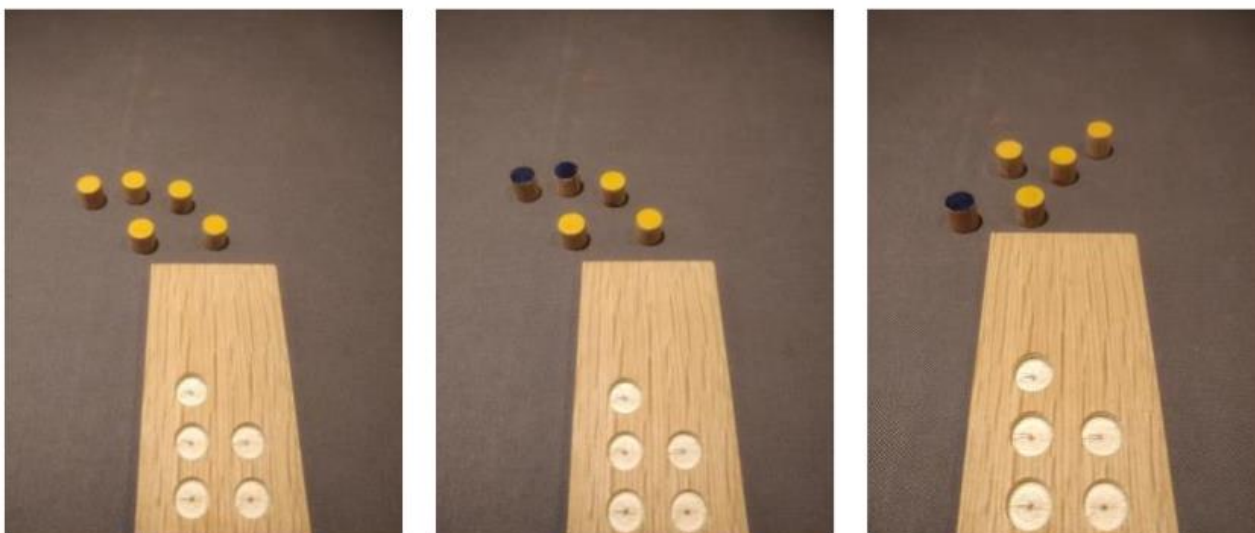


Validation (2^e) carte droite

Une autre modalité pour l'étape d (collections à organiser mentalement) est de remplacer les cartes par les cylindres eux-mêmes, ce qui rend la validation plus rapide en plaçant les cylindres sur les plaquettes déjà vides :

- Cylindres de deux couleurs (décompositions déjà faites), ou bien
- Cylindres d'une seule couleur.

Dans ce cas il est trop compliqué de présenter simultanément deux collections de jetons. On présentera donc plutôt (ce qui est aussi intéressant) deux plaques avec collections-témoins organisées représentant des quantités proches. Les jetons sont disposés par l'enseignant.e à l'abri des regards (derrière un livre ouvert à la verticale) pour éviter le comptage 1 à 1 et découverts d'un coup. Les élèves doivent désigner la bonne plaque et ils vérifient en plaçant les jetons sur cette dernière (cf. illustration ci-dessous : un élève a avancé la plaque de 5 et s'apprête à poser les jetons sur la plaque pour valider son choix).



D'autres situations possibles en 4^{ème} étape:

Jeu B : « Pim Pam Poum »

Plusieurs plaquettes trouées représentant des nombres bien connus des enfants, cachées sous un carton ; une douzaine de jetons disposés au hasard sur la table.

Deux joueurs. L'un avance une plaquette trouée devant l'autre joueur et, après avoir dit « Pim Pam Poum », il la replace sous le carton avant que l'autre joueur ait eu le temps de compter les trous 1 à 1. L'autre joueur prend autant de jetons et les place dans les trous de la plaquette dévoilée pour valider.

Jeu C³⁰³ : « Minute ! »

Trois plaquettes trouées munies de leurs cylindres sont disposées devant les deux joueuses. Un paquet de cartes, comportant uniquement des représentations de ces quantités, est posé face cachée.

Une joueuse retourne un sablier d'une minute. L'autre joueuse fait rapidement défiler les cartes et les pose devant l'une ou l'autre des collections-témoins des plaquettes pour qu'il y ait « autant de ronds ».

Au bout d'une minute les deux joueuses valident chaque association de carte et font un tas de toutes les bonnes réponses. Elles vérifient oralement au moyen des décompositions ou bien (surtout en cas de désaccord ou de doute) en déplaçant les jetons sur les cartes. Le nombre de cartes de la joueuse est son record à battre la prochaine fois. Ensuite on inverse les rôles. Ou bien les deux joueuses jouent ensemble pour discuter des choix de rangement.

³⁰³Inspiré par le « rangement rapide » d'Yves Thomas et Magali Hersant, *Maths à grands pas (GS)*, Retz, 2018

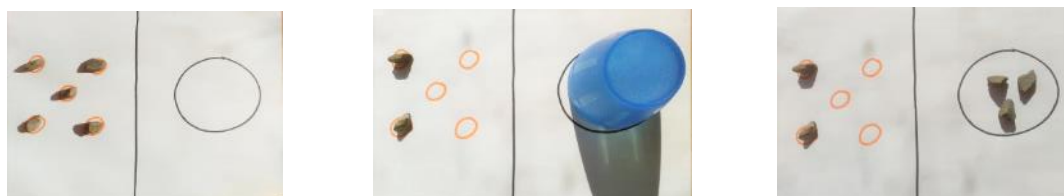
VI. Le jeu du gobelet : mon adaptation du jeu de Descœudres et Brissiaud

Avec les configurations Herbinière-Lebert ou celles du dé modifié selon Abbadie et Brissiaud.

Objectif d'apprentissage : décomposer les nombres de 1 à 10.

But du jeu : trouver combien de jetons/cailloux... sont cachés sous le gobelet en s'appuyant sur la quantité totale vue au départ et celle qui reste visible à côté du gobelet.

Niveau 1 : les cailloux sont placés dans des petits cercles disposés comme les points d'un dé (ou par 2³⁰⁴). L'enfant s'appuie sur les cercles vides pour comprendre que 5 c'est 2 et encore 3.



Niveau 2 : les cailloux sont placés comme les points d'un dé mais sans les petits cercles. L'enfant s'appuie sur sa mémoire de la disposition des points du dé pour comprendre que 3 cailloux ont été déplacés (1 au milieu et 2 à droite).



Niveau 3 : les cailloux sont placés au hasard. L'enfant organise mentalement la collection de cailloux en deux collections plus petites en s'appuyant sur l'organisation des points du dé.



Deux joueurs : l'un cache, l'autre trouve. Celui qui cache pose 4 questions : Combien y-a-t-il de jetons en tout ? Combien y a-t-il de jetons sous le gobelet ? Comment le sais-tu ? Tu vérifies ?

Les objets sont au nombre de 3 à 10. On commence avec 3 objets. Quand les problèmes avec une petite quantité sont résolus avec aisance, on passe à la quantité supérieure. En fin de moyenne section si on est à l'aise jusqu'à 5 objets c'est parfait. On ira jusqu'à 10 en grande

304 Comme sur les plaquettes Herbinière-Lebert qui mettent en valeur les doubles.

section. Il est important de bien consolider la compréhension d'un nombre³⁰⁵ avant de passer au suivant.

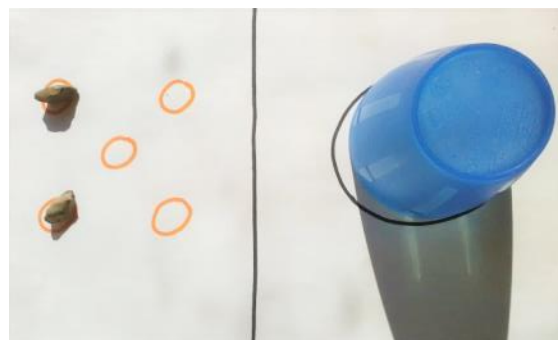
Matériel :

- un récipient (petit bol, gobelet)
- 10 jetons/cailloux/petits pois...
- des feuilles de support figurant à droite l'emplacement du gobelet et à gauche 3 à 10 points disposés de manière régulière (avec au dos de la feuille seulement l'emplacement du gobelet) cf. document à télécharger ici.
- une feuille d'aide où les quantités sont représentées par des points disposés de deux manières différentes et par des doigts levés (cf. document joint).

Déroulement au niveau 1 ou 2 :

Voici comment faire pour introduire un nouveau nombre (ici le nombre 5). Quand le jeu a été réussi de nombreuses fois avec 3 et 4 jetons aux différents niveaux de difficulté, disposer 4 jetons sur 4 des 5 points dessinés comme les points d'un dé et dire :

- Regarde, j'ai 4 jetons [*j'entoure du doigt les 4 jetons disposés en carré³⁰⁶*] et encore 1 [*j'ajoute 1 jeton*], ça fait 5 jetons [*j'entoure du doigt tous les jetons*]. Je vais cacher une partie des jetons. Tu es prêt ? Ferme les yeux. [*Je cache de 0 à 5 jetons. Cette fois-ci par exemple : 3 jetons*]. Combien y a-t-il de jetons sous le gobelet ?



- 3 jetons.

305 Le nombre est considéré ici comme *relation entre des quantités*.

306 En **évitant** avec soin de dire « 1, 2, 3, 4, 5 » en pointant chaque jeton car les élèves les moins avancés pourraient croire que « 3 » désigne le 3^{ème} jeton et pas la quantité des 3 jetons (1+1+1). Certains élèves quand on leur demande « donne-moi 5 jetons » arrivent à en déplacer 5 mais si vous leur dites « Je me suis trompé j'en voulais 6 » ne comprennent pas qu'il suffit d'ajouter 1 jeton à la quantité précédente ; ils recomptent de 1 à 6.

Pour compter 1 à 1 il est très important de théâtraliser qu'on ajoute 1 à la quantité précédente. Avec des éléments déplaçables on dira par exemple « 1 jeton et encore 1 jeton [On déplace le nouveau jeton] ça fait 2 jetons [on entoure du doigt la nouvelle collection de 2 jetons] ; 2 et encore 1 ça fait 3 ; et encore 1 : 4 ; et encore 1 : 5 ». Avec des objets non déplaçables il faut cacher la collection et dévoiler les objets 1 à 1 en disant « 1 [je dévoile un objet] et encore 1 [j'en dévoile encore 1 et nous en voyons 2] : 2 ; et encore 1 [j'en dévoile encore 1 et nous en voyons 3] : 3 »

- Comment le sais-tu ?
 - Je sais que 2 et encore 3 ça fait 5. // J'ai vu qu'il manquait 3 pions : 2 à droite et 1 au milieu. *[En s'appuyant sur la disposition des jetons comme celle des points du dé (ou en se la remémorant si elle n'est pas dessinée), il pointe les endroits d'où ont été enlevés les jetons]*
 - Tu vérifies ?
 - [Il soulève le gobelet] J'ai gagné !
-
- Oui tu as gagné, 2 et encore 3 ça fait 5.
 - Comme j'ai gagné c'est à moi de cacher maintenant ! *[L'adulte est à présent en position de relever le défi ; il pourra donc se faire expliquer une stratégie gagnante par l'enfant, ce qui sera bénéfique à ce dernier]*



Niveau 3 : Quand l'enfant est à l'aise en s'aidant de la disposition stable des jetons comme sur les faces d'un dé, on supprime cette disposition pour que l'enfant organise mentalement la collection de jetons en deux collections plus petites en s'appuyant sur l'organisation des points du dé (ou des groupements par 2). Les jetons sont maintenant placés au hasard :

- Regarde, j'ai 4 jetons *[j'entoure du doigt 4 jetons³⁰⁷]* et encore 1 *[j'ajoute 1 jeton]*, ça fait 5 jetons *[j'entoure du doigt tous les jetons]*. Je vais cacher une partie des jetons. Tu es prêt ? Ferme les yeux. *[Je cache de 0 à 5 jetons. Cette fois-ci : 3 jetons]*. Combien y a-t-il de jetons sous le gobelet ?
- 3 jetons
- Comment le sais-tu ?
- Je sais que 3 et encore 2 ça fait 5 / Je sais que 5 c'est 3 et encore 2 / Je sais qu'avec 5 jetons on peut en mettre 2 en bas, 1 au milieu et 2 en haut ; j'en vois 2 donc il en manque 2 et encore 1 : 3.
- Vérifie...
- [Il soulève le gobelet] J'ai gagné !
- Oui tu as gagné, 2 et encore 3 ça fait 5.
- Comme j'ai gagné c'est à moi de cacher maintenant !

Si l'enfant se trompe au niveau 2 ou 3, lui proposer de regarder le tableau des nombres qui représente toutes les quantités de 1 à 10 sous forme de points organisés, et lui demander d'analyser : 5 c'est combien et encore combien ?

Récapitulons.

- A. On joue avec un plus grand nombre de jetons seulement si on réussit bien un plus petit nombre.

307 Voir note 3.

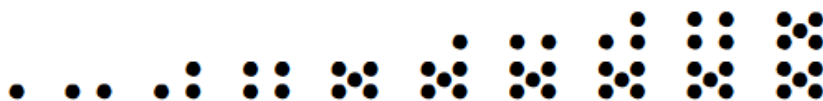
- B. On commence par disposer les jetons comme sur les points d'un dé ou groupés par 2, puis une fois que l'enfant réussit bien on dispose les jetons au hasard.
- C. On montre bien le nombre total de jetons avant de cacher et, pour chaque nouvelle quantité ou aussi souvent que nécessaire, on analyse ce nombre avec l'enfant en évitant de compter 1 par 1 mais en entourant du doigt des petites quantités déjà connues de l'enfant.
- D. 4 étapes : combien de jetons au total ? Combien de jetons sous le gobelet ? Comment le sais-tu ? Vérifie... J'ai gagné !

Que vise ce jeu ?

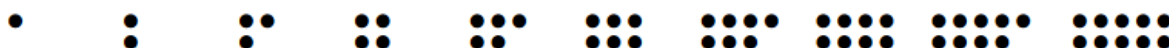
Ce jeu vise à apprendre à mettre en relation des quantités par leur décomposition et recomposition et ainsi à comprendre ce qu'est un nombre et à entrer dans le calcul. Cela est bien plus important que de compter très loin, surtout si compter se limite à réciter une comptine en pointant des objets en rythme sans comprendre qu'on a affaire à des quantités croissantes⁴.

Le programme officiel de maternelle précise : « La maîtrise de la décomposition des nombres est une condition nécessaire à la construction du nombre. [...] Entre deux et quatre ans, stabiliser la connaissance des petits nombres (jusqu'à cinq) demande des activités nombreuses et variées portant sur la décomposition et recomposition des petites quantités (trois c'est deux et encore un ; un et encore deux ; quatre c'est deux et encore deux ; trois et encore un ; un et encore trois) [...] L'itération de l'unité (trois c'est deux et encore un) se construit progressivement, et pour chaque nombre. Après quatre ans, les activités de décomposition et recomposition s'exercent sur des quantités jusqu'à dix. »

Pour permettre à l'enfant de se concentrer sur les relations entre les quantités j'ai dessiné des points organisés dans l'espace de manière stable et régulière. L'enfant peut ainsi retrouver plus facilement des représentations de nombres inférieurs dans celles des nombres supérieurs et décomposer les nombres. Chaque nombre est clairement et régulièrement formé à partir des précédents. Dans le cas des points du dé j'ai réorganisé les représentations des nombres 2, 3 et 6 pour rendre clair que chaque nombre est formé à partir du précédent auquel on ajoute une unité. J'ai aussi formé tous les nombre supérieurs à 5 à partir de la représentation de 5.



En plus des points du dé reconfigurés j'ai introduit des dessins de points organisés comme les anciennes plaquettes Herbinière-Lebert qui mettent en valeur les doubles.



Gonzague Jobbé-Duval, 26 mars 2020. Inspiré par Alice Descœudres (1877-1963)³⁰⁸ et Rémi Brissiaud (1949-2020).

308 DESCOEUDRES Alice, *L'Éducation des enfants anormaux. Observations psychologiques et applications pratiques*. 2e édition illustrée, revue et augmentée de *L'Éducation des enfants anormaux*, Delachaux et Niestlé, 1922, p. 323-325.