Denis Savoie ———

# 







**BELIN • POUR LA SCIENCE** 

0

## Sommaire

1. Un peu d'astronomie	6	6. Le cadran polaire	66
1. Les mouvements de la Terre	6	1. Principe du cadran polaire	66
2. Coordonnées géographiques	7	2. Tracé du cadran	68
3. Sphère céleste et sphère céleste locale	8		
4. Mouvement annuel du Soleil	9		
5. Mouvement diurne du Soleil	13	② 7. Les cadrans verticaux	70
6. L'angle horaire du Soleil	17	1. Les cadrans verticaux	70
7. Équation du temps	19	Construction d'un cadran plein sud	71
		3. Construction d'un cadran plein nord	74
		4. Construction d'un cadran plein ouest	
② 2. Introduction		et d'un cadran plein est	76
aux cadrans solaires	25	5. Construction d'un cadran à réflexion	79
1. Petite histoire du cadran solaire	25	6. Réaliser un cadran solaire	
2. Brève histoire de l'heure	30	sur une surface plane sans calcul	81
3. Principe général des cadrans solaires	32	•	
4. Conversion de l'heure solaire			
en heure des montres	34	8. Le cadran analemmatique	
5. Tracé du méridien local	36	horizontal	83
		1. Le cadran analemmatique	83
		2. Tracé du cadran analemmatique	84
3. Le gnomon	40	3. Démonstration du principe	
1. Les premiers gnomons	40	du cadran analemmatique	87
2. Détermination de la latitude du lieu	41	4. Construction d'une boussole solaire	89
3. Calendrier solaire	43	5. Cadran analemmatique circulaire	91
4. Indicateur des saisons	45		
		9. Les cadrans de hauteur	92
4. Le cadran équatorial	48	1. Principe des cadrans de hauteur	92
1. Principe du cadran équatorial	48	2. Capucin de Saint Rigaud	93
2. Tracé du cadran équatorial classique	50		
3. Utilisations du cadran équatorial	52		
4. Détermination du méridien	53	10. Les cadrans solaires	
5. Cadran équatorial armillaire	54	sous les tropiques	97
		1. Les cadrans solaires sous les tropiques	97
		2. Cadrans solaires au Nord de l'équateur	97
5. Le cadran horizontal	56	3. Cadrans solaires	
1. Principe du cadran horizontal	56	placés au Sud de l'équateur	100
2. Tracé à partir du cadran équatorial	58		
3. Tracé trigonométrique du cadran	59		
4. Indiquer la date des équinoxes	62	Annexes	102
5. Indiquer le midi d'un autre lieu	63	Bibliographie	
6. Tracer un cadran horizontal sans calcul	63		126
7. Heures babyloniques et italiques	64	Glossaire	127

Cet ouvrage est une initiation à la réalisation et au calcul de cadrans solaires classiques. Il s'adresse à tous les amateurs d'astronomie qui désirent s'initier aux cadrans solaires. Mais il est aussi destiné aux professeurs de physique et de technologie des collèges, des lycées, ainsi qu'aux étudiants d'IUFM. Les professeurs du primaire trouveront également des applications amusantes et faciles à réaliser par les élèves, fondées sur l'observation de l'ombre.

Les nouveaux programmes scolaires contiennent en effet des réalisations de cadrans solaires ou des travaux sur la mesure du temps; si la bibliographie du sujet est assez riche, elle est malheureusement disparate, et bien souvent les ouvrages sont ou trop élémentaires ou trop complexes, sans parler bien sûr des ouvrages introuvables ou écrits par des personnes qui ne maîtrisent pas le sujet.

Les cadrans solaires constituent sans aucun doute une excellente initiation à l'astronomie, mais il est indispensable au préalable de faire des rappels de cosmographie si l'on veut bien comprendre leur fonctionnement. C'est l'objet du premier chapitre qui peut sembler plus ardu, comparé au reste du livre plus expérimental, mais qui introduit des concepts utiles pour la suite. Bien souvent, les ouvrages négligent cette étape, de sorte que les élèves ne saisissent pas toutes les notions.

Il faut d'ailleurs reconnaître que certaines notions sont difficiles; par exemple, il n'est pas intuitif au premier abord de comprendre pourquoi un cadran équatorial a deux faces. Ou encore de savoir expliquer à des néophytes pourquoi un cadran analemmatique s'appelle ainsi, pourquoi sa forme est elliptique et que son style est mobile! Ou enfin d'expliquer à des élèves les deux composantes de «l'équation du temps».

Comprendre le fonctionnement d'un cadran solaire, c'est d'abord comprendre le mouvement du Soleil dans le ciel au cours de l'année depuis le lieu où l'on se trouve. La meilleure solution est certainement d'assister à des séances de planétarium: à l'intérieur de la voûte artificielle, on peut simuler pratiquement tous les mouvements de la Terre, comprendre ce qu'est l'écliptique, le méridien local, le phénomène des saisons, l'inclinaison de l'axe de rotation de la Terre..., ce qui est infiniment plus difficile à faire sur un tableau noir!

Un cadran solaire n'est pas qu'un instrument théorique: le faire fonctionner procure une grande satisfaction, car ce qui n'était jusque-là que théorie devient réalité, et c'est souvent après l'avoir mis en place et l'avoir vu indiquer l'heure ou la date que l'on comprend certains points qui étaient demeurés plutôt obscurs au premier abord.

Le présent ouvrage traite uniquement des cadrans solaires classiques, faciles à réaliser sur du bois ou du carton, à l'aide d'un compas, d'un rapporteur, d'une règle et d'une calculatrice. Il n'est fait usage que de la trigonométrie plane, et chaque formule est démontrée. De nombreux encadrés, parfois à caractère historique, sont donnés dans tous les chapitres, avec parfois l'indication du niveau scolaire, ainsi que des exercices utilisant des sites internet.

On a surtout insisté sur le caractère pratique et observationnel des cadrans; chacun pourra ensuite réaliser son cadran à sa façon, avec ses astuces et ses améliorations. La plupart ont été testés pendant des camps de vacances auprès de jeunes qui n'avaient aucune connaissance en astronomie.

Enfin, le cas des cadrans solaires situés dans les zones tropicales et australes – point la plupart du temps négligé – est aussi abordé. Mais pour être complet, ce chapitre demanderait un ouvrage à lui seul!

Une seule formule n'est pas démontrée ici: c'est l'équation de l'extrémité de l'ombre d'un gnomon, l'étude des coniques étant du niveau mathématiques supérieures et spéciales. Mais telle qu'elle est donnée, la formule est facilement exploitable par des élèves de première et de terminale et mise au point de manière à s'appliquer sous la même forme à des cadrans solaires équatoriaux, horizontaux, polaires ou verticaux dans les deux hémisphères.

Pour ceux qui souhaiteraient aller plus loin dans le calcul des cadrans solaires, la bibliographie renvoie à des ouvrages très complets.

Je tiens à exprimer mes plus vifs remerciements à deux de mes collègues de la commission des cadrans solaires. À Serge Grégori tout d'abord, certainement le «chasseur» de cadrans solaires le plus talentueux que je connaisse, pour m'avoir fourni les magnifiques photos qui illustrent cet ouvrage; à Olivier Escuder ensuite, «systématicien» des devises, pour avoir sélectionné une liste de devises originales. Enfin, je tiens à remercier mon ami et collègue Marc Goutaudier, du Palais de la Découverte, pour son aide précieuse. Il a accepté la tâche ingrate de relire les épreuves et de refaire tous les calculs : je lui en suis très reconnaissant.

# Le cadran équatorial

Le cadran équatorial est un cadran solaire incliné, très facile à tracer, mais dont le fonctionnement n'est pas toujours aisé à comprendre lorsque l'on débute. C'est certainement le cadran le plus pédagogique pour assimiler le mouvement du Soleil en déclinaison. On l'appelle équatorial car sa table, graduée sur les deux faces, est parallèle à l'équateur terrestre.

#### 1. Principe du cadran équatorial



#### Le cadran

Dans un cadran équatorial (Fig. 41), le style qui projette une ombre sur la table est parallèle à l'axe de rotation de la Terre: il est sur le méridien du lieu, et forme avec le plan horizontal un angle égal à la latitude du lieu \$\phi\$ (Fig. 42). La table, perpendiculaire au style, est donc parallèle à l'équateur et fait un angle de  $(90^{\circ} - \phi)$  avec le plan horizontal. La table comporte des lignes horaires sur ces deux faces. Mais pourquoi deux faces? On a vu (chapitre 1) qu'au printemps et en été, le Soleil est au-dessus de l'équateur: sa déclinaison est positive. Ce qui signifie que pendant cette période, la face nord du cadran est éclairée. Au contraire, en automne et en hiver, le Soleil est sous l'équateur : la face sud est éclairée (Fig. 43). Aux équinoxes, le Soleil est précisément situé sur l'équateur: les deux faces sont donc éclairées.

#### Ombre du style

Au cours d'une journée, l'ombre du style ne tourne pas dans le même

Fig. 41 © Face nord d'un cadran solaire équatorial (Châteaubernard, Charente).

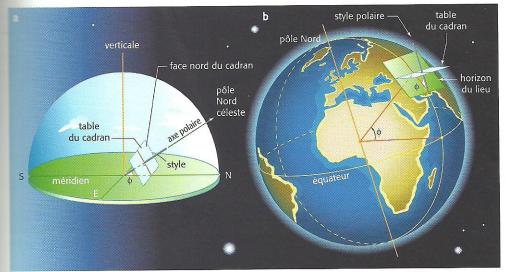


Fig. 42 © Orientation d'un cadran équatorial dans la sphère céleste locale (a) et sur la Terre (b). Le style est parallèle à l'axe de rotation de la Terre et situé sur le méridien du lieu. La table est perpendiculaire au style et parallèle à l'équateur.

sens selon la face éclairée. Face au cadran, au Nord, on voit l'ombre tourner dans le sens des aiguilles d'une montre. Face au cadran, au Sud, on voit l'ombre tourner dans le sens inverse. Sur la face nord, l'ombre du style est la plus courte le jour du solstice d'été. Passé le 21 juin, l'ombre s'allonge pour devenir infinie à l'équinoxe d'automne. Sur la face sud, c'est évidemment au solstice d'hiver que l'ombre est la plus courte.

Si l'on repère au cours d'une journée la position de l'extrémité de l'ombre, on constate qu'elle décrit un cercle. Il est donc possible de faire indiquer à un tel cadran des dates remarquables en matérialisant les cercles concentriques.

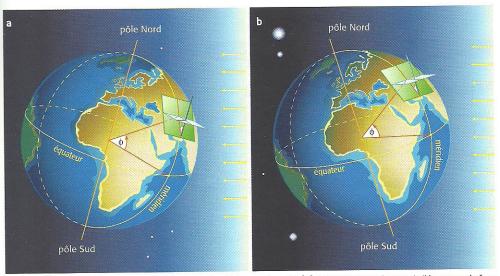


Fig. 43 © Évolution annuelle de l'ombre du style. Au printemps et en été (a), le Soleil est au-dessus de l'équateur : la face nord du cadran est éclairée. En automne et en hiver (b), le Soleil est sous l'équateur : la face sud du cadran est éclairée. Aux équinoxes, les deux faces sont éclairées.

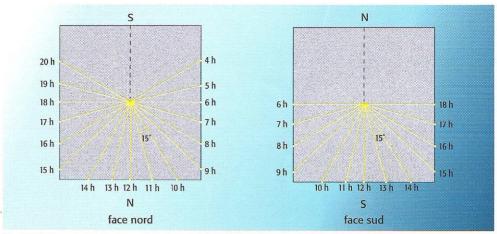


Fig. 44 © Lignes horaires d'un cadran équatorial. La face nord est graduée de 4 h à 20 h, la face sud du cadran de 6 h et à 18 h. L'angle entre chaque ligne horaire est de 15°.

#### Lignes horaires

Comme le Soleil tourne de 15° par heure sur l'équateur et que la table est parallèle à l'équateur, l'angle entre chaque ligne horaire est aussi de 15°. Le jour du solstice d'été, le Soleil se trouve à 23° 26' au-dessus de l'équateur. En France, cette date correspond au lever le plus précoce du Soleil, 4 h en temps solaire vrai, et au coucher le plus tardif (20 h). La face nord devra donc être graduée de 4 h à 20 h, heures extrêmes sous nos latitudes (Fig. 44). Au contraire au solstice d'hiver, le Soleil se lève tard (8 h) et se couche tôt (16 h). Mais ces heures ne sont pas les heures extrêmes de la face sud du cadran, qui est éclairée jusqu'aux équinoxes, jours où le Soleil se lève à 6 h et se couche à 18 h. La face sud du cadran sera donc graduée de 6 h à 18 h.

#### 2. Tracé du cadran équatorial classique

#### Réalisation

Matériel nécessaire : • Une planche de bois d'épaisseur 0,5 cm et de dimensions 30 cm x 30 cm • une tige filetée de 20 cm • deux écrous (avec deux rondelles) • un compas • un rapporteur • une calculatrice.

On détermine le centre de la planche de bois carrée de 30 cm de côté en traçant deux diagonales. Sur la face nord, on trace une perpendiculaire au bord du cadran passant par le centre: c'est la ligne midi (Fig. 45). Au centre, à l'aide d'un compas, on trace un cercle de rayon 15 cm, que l'on divise à l'aide d'un rapporteur, en secteurs de 15°, joints ensuite au centre. On trace ainsi huit lignes horaires sur la gauche (lignes 13 h à 20 h), et huit sur la droite (lignes 11 h à 4 h). Sur la face sud, on trace aussi une ligne midi, qui correspond à l'envers de midi de la face nord. On procède comme pour cette dernière, mais on ne trace les lignes horaires (espacées de 15°) que de 6 h à 18 h: aucune ligne ne peut monter au-delà de la perpendiculaire à midi. Attention au sens de tracé des lignes!

Une fois le tracé terminé, on perce un trou au centre de la planche pour la tige filetée.

Ayant fixé la tige filetée avec les deux écrous et les deux rondelles, on vérifie à l'aide d'une équerre que la table du cadran est bien perpendiculaire au style. Puis on met le cadran en place. Les deux lignes midi (celle de la face nord et celle de la face sud) doivent coïncider avec le méridien du lieu que l'on aura préalablement tracé dans une cour ou sur une terrasse (ou encore déterminé directement avec le cadran: voir ci-dessous), la tige filetée du côté Sud devant faire un angle égal à la latitude du lieu  $\phi$  avec le méridien (Fig. 45). Pour s'en assurer, on peut utiliser un rapporteur, mais si l'on veut être précis, on doit avoir recours au calcul: la longueur de la tige filetée qui dépasse du côté Sud doit être égale à 15 /tan  $\phi$ . Par exemple si  $\phi = 48^{\circ}$ , la longueur de la tige filetée du côté Sud est de 13,5 cm. Si l'on utilise d'autres dimensions que 30 cm  $\times$  30 cm, la longueur de la tige filetée qui dépasse du côté Sud sera égale à la longueur du côté carré divisé par deux puis divisé par tan  $\phi$ . Par exemple en prenant comme dimensions 15 cm  $\times$  15 cm, la tige filetée devra dépasser vers le Sud de 6,75 cm pour une latitude de 48°. Le cadran est prêt à fonctionner. Si l'on est au printemps ou en été, c'est la face nord qui est éclairée; en automne et en hiver, c'est la face sud.

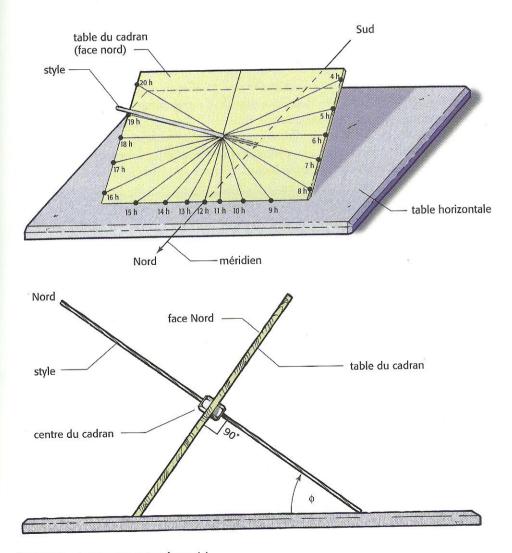


Fig. 45 © Construction d'un cadran équatorial.

#### Que devient le cadran équatorial sous d'autres latitudes?

Imaginons que l'on soit au pôle Nord ( $\phi = +90^{\circ}$ ); la table du cadran est alors horizontale, et son style est vertical. Seule la face nord du cadran fonctionne, mais seulement de l'équinoxe de printemps à l'équinoxe d'automne.

À l'équateur ( $\phi = 0^{\circ}$ ), le cadran équatorial devient vertical [comme un mur]; il comporte toujours deux faces, la face nord fonctionnant environ 6 mois, la face sud également 6 mois.

#### 3. Utilisations du cadran équatorial

#### Le calendrier

Il est possible de faire indiquer la date au cadran équatorial construit au 2. La table du cadran étant parallèle à l'équateur, l'angle entre le rayon solaire passant par le sommet du style et le plan du cadran est égal à la déclinaison du Soleil. Par ailleurs, la trajectoire de l'ombre de l'extrémité du style au cours de la journée suit un cercle, appelé cercle de déclinaison. Il est facile de démontrer que le rayon d'un cercle de déclinaison est égal à PK/tan δ (Fig. 46). Aux équinoxes, le rayon est infini. Pour faire indiquer la date au cadran, il faut d'abord calculer la longueur PK de la tige filetée dépassant de la face nord, pour qu'au solstice d'été (δ = 23° 26'), l'ombre suive par exemple un cercle de rayon 5 cm. Cette longueur est 5 × tan (23° 26'), soit 2,2 cm. Du côté sud, la longueur de la tige est toujours (15 /tan  $\phi$ ). De sorte que la longueur totale de la tige filetée est  $(5 \times \tan 23^{\circ} 26') + (15 / \tan \phi) + 1'épaisseur de la planche (0,5 cm).$ Pour  $\phi = 48^{\circ}$ , on obtient 16,2 cm. Il suffit ensuite de tracer différents cercles de déclinaison pour les dates que l'on veut repérer sur le cadran.

Pour indiquer une date sur la face sud, comme la tige ne présente pas d'extrémité, on place un écrou à une hauteur déterminée. La date sera alors indiquée par l'ombre de l'écrou. Cette solution peut aussi être utilisée sur la face nord.

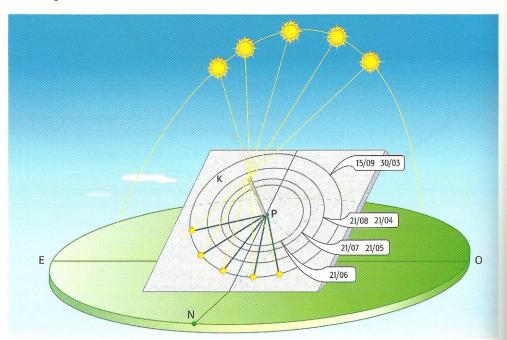


Fig. 46 🗇 Ombre de l'extrémité du style au cours d'une journée. À une date donnée, où la déclinaison du Soleil est δ, l'ombre de l'extrémité du style suit un cercle de rayon -

PK/tan δ. Pour utiliser un cadran équatorial comme calendrier, on trace plusieurs cercles de déclinaison correspondants aux dates que l'on souhaite repérer.

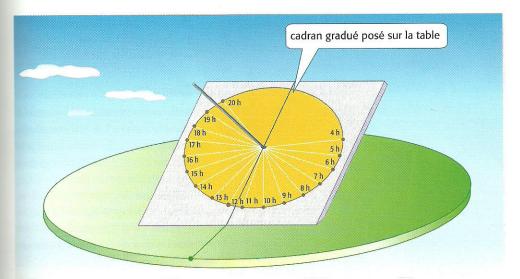


Fig. 47 © Principe du cadran équatorial indiquant l'heure légale. Un cercle gradué mobile se superpose au cadran équatorial. On tourne ce cercle jusqu'à ce qu'il donne l'heure légale, indiquée par sa montre.

#### L'heure légale

Pour pouvoir lire l'heure légale sur un cadran équatorial, il suffit d'enfiler sur le style un cercle de bois ou de carton gradué (Fig. 47). Pour une table de 30 cm × 30 cm, on découpe un cercle de bois ou de carton plein de 15 cm de rayon, percé au centre. On le gradue en secteurs de 15°, comme pour le cadran classique, mais uniquement sur la face nord. Enfin on l'enfile sur la tige filetée. Il se superpose alors à la table du cadran et il est mobile; si l'on aligne sa ligne midi avec le méridien, on retrouve le cadran classique. Mais on peut faire tourner ce cadran mobile autour du style, de sorte qu'il indique directement l'heure de la montre. Par exemple s'il est 10 h à la montre, on tourne le cercle jusqu'à ce que l'ombre du style coïncide avec la ligne 10 h du cadran mobile. Ainsi réglé, le cadran indiquera l'heure légale toute la journée. Si on laisse le cercle gradué dans cette position, on constatera en quelques jours que le cadran est déréglé car l'équation du temps change chaque jour.

#### 4. Détermination du méridien

#### Principe

La méthode décrite ici peut également être utilisée avec un cadran horizontal (voir chapitre 5). On considère un cadran équatorial correctement calculé et tracé, son style bien orienté. Mais le cadran n'est pas orienté selon le méridien. Appelons TS le temps solaire vrai indiqué par le cadran, E l'équation du temps,  $\lambda$  la longitude du lieu et TL le temps légal de la montre. Il s'agit tout simplement de calculer l'heure TS que doit indiquer le cadran lorsque la montre indique l'heure TL. On aura au préalable réglé cette dernière sur l'horloge parlante.

La relation utilisée pour passer du temps solaire au temps légal est:

$$TL = TS + E + \lambda + (1 \text{ h ou } 2 \text{ h})$$

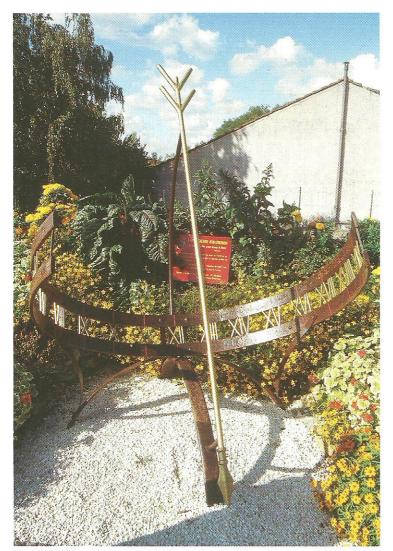


Fig. 48 Cadran solaire armillaire (Cognac, Charentes).

Une fois *TS* calculé, on pivote le cadran jusqu'à ce que l'ombre du style indique la bonne heure.

#### Exemple

Imaginons un cadran équatorial installé en un lieu de longitude – 10 min. Quelle heure est-il à la montre lorsqu'il est 10 h au cadran solaire le 23 avril? Dans la table d'équation du temps (annexe p. 106), on lit qu'à cette date, E = -1 min 40 s. Comme à cette date nous sommes en période «heure d'été», on ajoutera donc 2 h. La montre indique donc:

10 h - 1 min 40 s - 10 min + 2 hsoit 11 h 48 min 20 s. À l'heure prévue, on oriente le cadran pour que l'ombre du style tombe sur la ligne 10 h. On peut répéter l'opération plusieurs fois afin de bien s'assurer que le méridien est correctement déterminé. Cette méthode présente l'avantage de ne pas avoir à tracer au préalable le méridien du lieu en utilisant un gnomon ou un fil à plomb. Ainsi, dès que le cadran équatorial est terminé, et à condition qu'il y ait du Soleil, on peut le faire fonctionner quelle que soit l'heure de la iournée!

#### 5. Cadran équatorial armillaire

#### Principe

Dans l'Antiquité, la sphère armillaire était un instrument astronomique utilisé pour mesurer la position des astres dans le ciel. En modifiant cette sphère, on peut la transformer en cadran solaire équatorial: au lieu de lire l'heure solaire sur un plan incliné comportant deux faces, on utilise une portion de cercle tronquée sur laquelle se projette l'ombre d'un style (Fig. 48). On peut ainsi lire l'heure solaire toute l'année sans se préoccuper de savoir quelle face est éclairée. Le seul inconvénient de ce type de cadran est que son système de fixation et de réglage demande des talents de «bricoleur».

### LES CADRANS SOLAIRES

Les cadrans solaires, qui décorent les murs des églises, des maisons ou des mairies, sont avant tout des instruments astronomiques. Comprendre le principe d'un cadran, c'est d'abord comprendre le mouvement du Soleil dans le ciel.

À partir des quelques connaissances astronomiques indispensables, le livre présente le fonctionnement des cadrans classiques. Comment fabriquer un cadran polaire? Quelles heures peut indiquer un cadran vertical plein nord? Comment repérer son anniversaire sur un cadran horizontal? Autant de questions qui trouvent ici une réponse simple et illustrée.

Denis Savoie dirige le planétarium et le département astronomie-astrophysique du Palais de la Découverte à Paris. Il est chercheur associé au département systèmes de référence temps espace de l'Observatoire de Paris et préside la commission des cadrans solaires de la société astronomique de France.

