

FRACTIONS ET DÉCIMAUX

OBJECTIFS DU MODULE

Les situations de ce module visent à introduire les fractions simples dans un contexte de mesure puis les fractions décimales et les écritures décimales.

- Construire un premier ensemble de fractions élémentaires et des écritures additives pour exprimer des mesures de longueurs obtenues en reportant une bande unité.
- Utiliser les notations et le vocabulaire associé.
- Concevoir qu'une mesure peut s'exprimer de différentes façons et établir ainsi des équivalences entre fractions et des décompositions faisant apparaître la partie entière.
- Rechercher les résultats d'additions simples portant sur des écritures fractionnaires.
- Utiliser des fractions et des écritures additives fractionnaires pour situer des points sur une demi-droite graduée et pour exprimer des distances. Donner du sens aux mots dixième, centième, millième et aux écritures $1/10$; $1/100$; $1/1000$; 0.1 ; 0.01 ; 0.001 .
- Donner du sens aux fractions décimales et aux écritures à virgule.
- Connaître différentes désignations orales, différentes écritures fractionnaires, différentes écritures à virgule des décimaux et savoir passer d'une désignation à l'autre.
- Comparer des nombres décimaux.
- Calculer des sommes et des différences de nombres décimaux, des produits d'un nombre décimal par un entier inférieur à dix en s'appuyant sur la signification fractionnaire des décimales.

1. Bande unité (période 2)

Dans les deux premières phases, les enfants vont devoir trouver et exprimer la longueur de segments à l'aide de fractions d'une unité de longueur u matérialisée par une bande de papier. Les fractions et la notation fractionnaire seront introduites pour formuler les démarches et les résultats des mesurages de la façon suivante :

- si l'on peut reporter exactement deux fois la bande unité et une moitié de la bande unité sur un segment [AB] , nous traduirons le résultat du mesurage en écrivant l'égalité $AB = 2u + \frac{1}{2}u$ et en disant que la longueur du segment [AB] est égale à deux unités plus une demi-unité.

Dans la troisième phase les enfants devront comparer des longueurs exprimées sous la forme précédente.

Dans la quatrième phase, ils devront reconnaître et produire plusieurs écritures pour une même longueur.

Objectifs spécifiques

• Utiliser des fractions élémentaires et des écritures additives telles que : $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{3}{8}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{4}{4}$; $2 + \frac{3}{4}$; $3 + \frac{1}{8}$ etc. pour exprimer des mesures de longueurs obtenues en reportant une bande unité.

- Utiliser les notations et le vocabulaire associé.

- Concevoir qu'une mesure peut s'exprimer de différentes façons et établir ainsi :

des équivalences entre fractions : $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$;

des décompositions faisant apparaître la partie entière: $\frac{7}{4} = 1 + \frac{3}{4}$

des résultats d'additions simples: $1 + \frac{5}{2} = \frac{7}{2}$; $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

Procédures souhaitées

- Pliages successifs et reports d'une bande unité pour mesurer des segments, pour construire des segments de longueurs données.

- Utilisation des fractions et des écritures fractionnaires pour communiquer les démarches et les résultats.

- Mobilisation de représentations mentales pour comparer et transformer des désignations et des écritures fractionnaires en leur donnant du sens.

Variables didactiques

- Les fractions travaillées : les dénominateurs seront toujours égaux à 2,4 ou 8 les numérateurs seront inférieurs ou supérieurs aux dénominateurs. '

- Les longueurs à mesurer: elles peuvent toujours s'exprimer à l'aide des fractions précédentes.

! - Les écritures fractionnaires données aux élèves dans les activités de compg. i raison et de construction : certaines favorisent des décompositions additives faj. ¹ sant apparaître les parties entières, d'autres des transformations de fractions en fractions équivalentes.

• **Matériel**

Pour les trois phases, on utilisera des bandes unité de longueur 10cm que l'on découpera dans du papier courant (80 g/m²) pour que le pliage en 8 soit aisé.

PREMIÈRE PHASE: Utilisation de fractions de l'unité pour exprimer la longueur d'un segment

1 : Mesurage d'un segment à l'aide d'une bande et écriture d'un message

Il s'agit d'une activité de communication.

Les élèves peuvent travailler seuls ou à deux. Le travail à deux favorise les échanges et facilite la mise en commun en réduisant le nombre de messages à examiner.

• **Matériel**

- Pour chaque élève ou chaque groupe de deux élèves

Une bande unité de 10 cm sur 1 cm, une feuille n° 1, une feuille n°2, une feuille n°3 (fiche 32 ;33 ;34).

Segment	Mesure avec l'unité u	Mesure en cm
[AB] et (2)	$2 + \frac{1}{2}$	25
[CD] et (5)	$1 + \frac{3}{4}$	17,5
[EF] et (6)	$2 + \frac{1}{8}$	21,25
(1)	$1 + \frac{1}{4}$	12,5
(3)	$1 + \frac{5}{8}$	16,25
(4)	$2 + \frac{3}{8}$	23,75

Pour le maître : une bande unité de 40 cm + les segments des feuilles.

Les élèves disposent de la bande unité et des feuilles n° 1 et n° 2, les règles graduées sont rangées. Tous les élèves ne reçoivent pas la même feuille n°1. Certaines contiennent [AB], d'autres [CD], d'autres [EF].

Le maître montre la feuille n° 3, il explique que sur cette feuille se trouve un segment de la même longueur que celui qui figure sur la feuille n° 1 de chacun et il donne la consigne.

• **Consigne** : *Sur la feuille n° 2 vous devez écrire un message qui permettra à ceux qui le recevront de trouver sur la feuille n° 3 le segment qui a même longueur que le vôtre. Vous ne pouvez pas mesurer votre segment avec le double décimètre mais vous pouvez utiliser la bande comme unité de longueur et l'appeler bande unité.*

On souhaite que les élèves mesurent leur segment en reportant la bande unité et que, pour obtenir suffisamment de précision, ils pensent à la plier en deux puis éventuellement à la replier en deux et encore en deux. On s'attend à ce que les mots moitié, demi, quart soient utilisés dans certains messages pour exprimer la démarche ou le résultat et à ce que les difficultés, les échecs, les erreurs, les ambiguïtés mettent en évidence l'intérêt des pliages, des fractions et des notations correspondantes.

2: Réception des messages

Les élèves deviennent récepteurs. Les feuilles n° 2 sont échangées, puis les feuilles n° 3 sont distribuées. Si cela est possible, les élèves identifient le segment de la feuille n° 3 correspondant au message reçu. Si cela est impossible ou lorsqu'ils ont terminé, ils écrivent leurs remarques concernant le message.

3: Vérification

Les élèves récupèrent leur feuille n° 2 et complètent leur feuille n° 1 en vérifiant si leur message a permis aux récepteurs de trouver le bon segment.

4 : Mise en commun

Le maître recense les messages obtenus pour le segment [AB] et il écrit, à côté des mesures, les segments trouvés par les récepteurs. Les auteurs des messages viennent expliciter leur démarche avec le matériel agrandi. Le mot demi est utilisé pour désigner les fractions de bande obtenues par pliage en deux et les écritures fractionnaires sont introduites pour reformuler les résultats.

On vérifie avec le matériel collectif et le matériel individuel que le segment (2) a même longueur que le segment [AB] en le mesurant avec la bande et en procédant par superposition.

Les erreurs et les causes d'échec sont analysées.

On procède de la même façon pour les segments [CD] et [EF].

À l'issue de cette activité on pourra conserver une trace écrite sous forme d'un affichage collectif et en faisant coller dans les cahiers des bandes avec des remarques comme ci-dessous.

1 unité								
$\frac{1}{2}$				$\frac{1}{2}$				Dans une unité, il y a 2 demis, il y a 4 quarts, il y a 8 huitièmes
$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{4}$		Dans un demi, il y a 2 quarts, il y a 4 huitièmes
$\frac{1}{8}$	Dans un quart, il y a 2 huitièmes							

DEUXIÈME PHASE: Utilisation des fractions pour mesurer et construire des segments

1 : Entraînement à la mesure

Le travail est individuel. Le but est de réinvestir et de consolider les notions, le vocabulaire et les notations introduits lors de la phase précédente. Les enfants doivent mesurer tous les segments de la feuille n° 3 en utilisant la bande unité et écrire leurs résultats à côté ou au-dessus des segments en respectant les notations précédemment introduites.

Dans une classe nous avons obtenu pour le segment (1):
 $1u + \frac{1}{4}u$ (16 fois); $1u + \frac{2}{8}u$ (2 fois); $1u + \frac{1}{2}u$ (1 fois); $1u + \frac{2}{4}u$ (1 fois);
 $1u + \frac{3}{4}u$ (2 fois); $1u + \frac{1}{8}u$ (2 fois); $1u$ (1 fois)

Le maître écrit au tableau les résultats obtenus pour un segment.

Ces résultats sont vérifiés individuellement par chacun, puis collectivement Cette vérification permet d'expliquer les erreurs, de mettre en évidence et de justifier plusieurs écritures pour une même longueur.

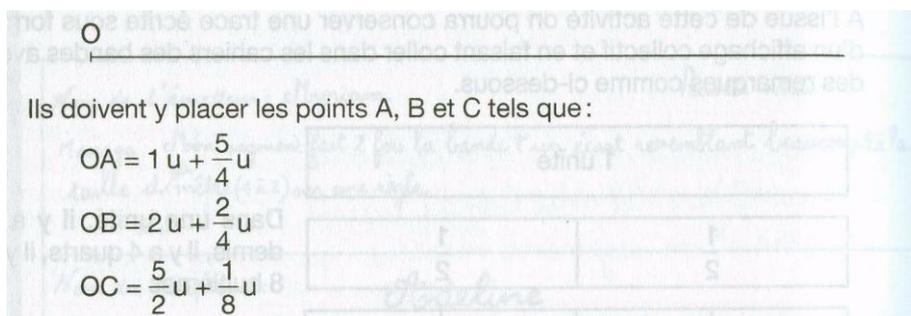
Exemple : $1u + \frac{1}{4}u = 1u + \frac{2}{8}u$ car dans un quart il y a deux huitièmes.

2 : Construction de segments de longueur donnée

Le travail est individuel, chacun a sa bande unité.

Les longueurs données sont choisies de manière à favoriser des décompositions ($5/2 = 2 + 1/2$) et des transformations ($2/4 = 1/2$)

Les élèves reçoivent une feuille avec une demi-droite d'origine O.



Pour placer A, certains reportent une fois la bande et cinq fois un quart de bande, d'autres reportent deux fois la bande et une fois un quart. Pour placer B et C, quelques élèves ne repartent pas de l'origine, ils placent B un quart après A et C un huitième après B.

Les différentes procédures sont explicitées et des égalités sont formulées et justifiées en plaçant les points avec la bande de 40cm sur une demi-droite tracée au tableau.

Exemple : $1u + 5/4u = 2u + 1/4u$ car dans une unité il y a quatre quarts donc cinq quarts c'est une unité et un quart.

Dans un second temps, le maître remet à chacun une feuille avec la même demi-droite sur laquelle les points A, B et C sont correctement placés. Les élèves vérifient si leurs points étaient bien placés, puis ils cherchent les longueurs AB, BC, AC.

Ils peuvent opérer sur les mesures données ou utiliser les points correctement placés pour mesurer les longueurs avec leur bande.

TROISIÈME PHASE : Comparaison de longueurs

Dans cette phase les élèves travaillent par deux. Ils ne disposent pas de bande unité car on souhaite qu'ils opèrent sur les écritures en se représentant mentalement les fractions données.

• **Consigne** : Avec la bande unité j'ai mesuré 6 segments, j'ai trouvé:

$$OA = 1u + \frac{5}{2}u \quad OB = \frac{7}{2}u \quad OC = 2u + \frac{1}{2}u + \frac{1}{4}u$$
$$OD = \frac{10}{4}u \quad OE = 2u + \frac{7}{8}u \quad OF = 1u + \frac{15}{8}u$$

Vous devez chercher le segment le plus court, le segment le plus long, dire s'il y a des segments de même longueur.

En cas de difficulté importante on pourra fournir à certains élèves une bande unité de 10 cm et les inviter à placer les points A, B, C, D, E et F sur une demi-droite d'origine O.

Ces élèves peuvent procéder de cette façon ou bien construire les différentes longueurs les unes en dessous des autres à l'aide de leur bande, mais les autres doivent opérer sur les mesures données. (Voir les travaux d'élèves pages suivantes.)

Lors de la mise en commun après avoir recensé, explicité et discuté les différentes réponses, la validation se fera en plaçant les points sur une demi-droite tracée au tableau. Les égalités utilisées par les enfants seront notées ainsi que les arguments utilisés.

QUATRIÈME PHASE: Production de plusieurs écritures pour une même longueur

Comme dans la phase précédente, les recherches se font sans matériel afin de favoriser les représentations mentales.

Activité 1

Voici des écritures :

Voici des écritures :

$$\frac{4}{8}; \frac{5}{2}; \frac{1}{2}; \frac{14}{8}; \frac{10}{4}; \frac{7}{4}; 2 + \frac{1}{2}; 1 + \frac{6}{8}$$

Lesquelles désignent la même longueur?

La recherche se fait à deux sans matériel. Les élèves sont informés que la validation sera faite par construction effective de segments.

Le maître recense les égalités. Pour chacune d'entre elles, il relève le nombre d'accords et de désaccords et il fait expliciter les arguments.

La validation se fait ensuite en construisant des segments au tableau à l'aide d'une bande unité.

Production des élèves p 416

Activité 2

Pour chacune des mesures données, trouvez d'autres écritures et justifie les égalités trouvées :

La recherche et la mise en commun se déroulent On peut obtenir:

$\frac{18}{8}$
 $3 + \frac{1}{4}$

La recherche et la mise en commun se déroulent comme ci-dessus.
On peut obtenir :

$\frac{18}{8} = 2 + \frac{2}{8}$ car dans une unité il y a huit huitièmes
ou $\frac{18}{8} = 2 + \frac{1}{4}$
ou encore $\frac{18}{8} = 1 + \frac{10}{8}$ etc. ;

$3 + \frac{1}{4} = \frac{13}{4}$ car dans trois unités il y a 12 quarts
ou $3 + \frac{1}{4} = 2 + \frac{5}{4}$ etc.

Activités 3

Pour chacune des mesures données, trouvez au moins deux autres écritures et justifiez les égalités trouvées :

$10/4 =$

$8/3 =$

$24/5 :$

Le déroulement est le même. En proposant les tiers et des cinquièmes, on souhaite voir si les enfants sont capables de transférer ce qui a été fait avec les demis, les quarts et les huitièmes.

On peut par exemple obtenir : $8/3 = 2 + 2/3$ et $8/3 = 3 - 1/3$

Activités d'accompagnement

Des recherches d'écriture comme les précédentes des questions du type « Combien de quarts dans cinq demis ? » « Combien d'unités dans quinze quarts ? » peuvent être proposées oralement lors de courtes séquences. Afin de favoriser les représentations mentales, on fait travailler les enfants sans matériel mais les réponses et les arguments sont ensuite validés avec la bande unité.

2. Droite graduée 1 (période 3)

Les enfants vont travailler sur des demi-droites graduées, ils devront :

- associer un nombre à certains points de la graduation. Le nombre associé à un point est son abscisse, c'est-à-dire la distance de ce point à l'origine;
- placer les points correspondant à des nombres donnés ;
- trouver la distance séparant certains points de la graduation.

- Objectifs spécifiques

- Utiliser des fractions et des écritures additives pour situer des points sur une demi-droite graduée et pour exprimer des distances.
- Concevoir qu'une position ou une distance peut s'exprimer de différentes façons et établir ainsi des égalités et des décompositions :

$\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$; $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$; $\frac{12}{10} = 1 + \frac{2}{10}$; $\frac{25}{10} = 2 + \frac{5}{10}$;
 $\frac{10}{5} = 2$; $3 = \frac{30}{10}$; $\frac{29}{10} = 2 + \frac{9}{10} = 3 - \frac{1}{10}$; etc.

- Prendre conscience du fait que la moitié de $\frac{1}{5}$ est $\frac{1}{10}$, que $\frac{1}{6}$ est la moitié de $\frac{1}{3}$, que le double de $\frac{1}{3}$ n'est pas $\frac{1}{6}$ et que la moitié de $\frac{1}{10}$ n'est pas $\frac{1}{5}$.

• Matériel

- Pour chaque élève, Fiche 62 : une feuille 21 x 29,7 prise dans le sens de la longueur avec trois demi-droites graduées, l'une en tiers, l'autre en cinquièmes, la dernière en dixièmes. Pour l'unité on peut prendre 7,5cm.
- Pour les phases de travail collectif : une reproduction de cette feuille à l'échelle 4 et des bandes de papier de longueurs différentes, l'une d'entre elles étant la bande unité de 30cm correspondant à l'unité sur les demi-droites agrandies.

- Procédures attendues

Pour trouver l'abscisse d'un point d'une graduation :

- exprimer la distance séparant les traits consécutifs de la graduation ;
- exprimer la distance du point à l'origine à l'aide d'une seule fraction à l'aide d'une écriture additive, pour B par exemple, on souhaite obtenir :

$$5/3 ; 1+2/3 ; 2-1/3$$

Pour trouver un point d'abscisse donnée:

- avancer à partir de l'origine d'un nombre d'intervalles égal au numérateur de la fraction ;
- trouver la partie entière de la fraction et avancer à partir de cet entier.

Pour trouver la distance de deux nombres ou de deux points dont on connaît les abscisses :

- se ramener à un problème de mesurage de longueur en cherchant la distance sur la graduation sans utiliser les deux nombres donnés ;
- calculer la distance en opérant sur les deux nombres.

1 : Présentation

Le maître affiche le matériel collectif, il distribue les feuilles et les fait comparer à ce qui est au tableau.

Il explique que l'on a gradué les demi-droites en reportant une bande unité. Il fait chercher parmi les bandes affichées la bande unité utilisée pour graduer les demi-droites du tableau. La vérification se fait en reportant cette bande sur les demi-droites.

On précise que le trait 1 est situé à une unité du trait 0, le trait 0 s'appelle l'origine de la graduation, le trait 2 est situé à deux unités de l'origine.

2: Associer un nombre à un point

Les enfants travaillent individuellement sur leur feuille.

Recherche 1 Quelles fractions correspondent aux points A, B et C ?

Recherche 2 Quelles fractions correspondent aux points D, E et F ?

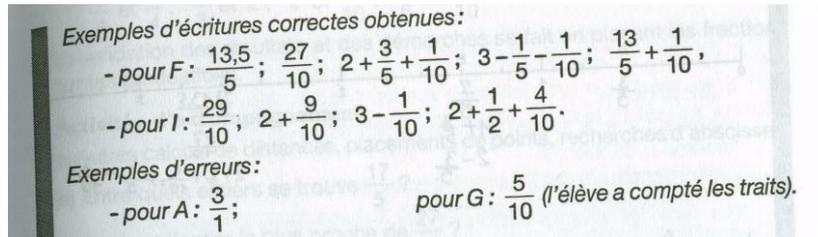
Recherche 3 Quelles fractions correspondent aux points G, H et I ?

Chaque recherche est suivie d'une mise en commun. Les élèves les plus rapides sont invités à trouver plusieurs fractions ou plusieurs écritures des fractions trouvées. Les différentes réponses sont recensées, explicitées et discutées. La validation se fait par pliages et reports de la bande unité.

Lorsque plusieurs écritures de l'abscisse ont été validées, on les fait placer sous le point correspondant et on fait écrire les égalités.

Sous B, on écrira par exemple $5/3$; $1+2/3$; $2-1/3$

La discussion sur le point F fera ressortir que $1/5=2/10$ c'est-à-dire que la moitié d'un cinquième est un dixième, que $2+3/5+1/10 = 2+7/10=27/10$



3 : Associer un point à un nombre

Les enfants travaillent individuellement sur leur feuille, la mise en commun conduite comme dans l'étape 2 se fait lorsque les trois points sont placés.

• **Consigne** : Placez chacun des points sur la graduation où cela vous paraît le plus facile :

J correspond à $3/2$

K correspond à $1 + 4/6$

L correspond à $13/5$

J se place facilement sur la troisième bande et cela conduit aux égalités

$3/2=15/10$ et $\frac{1}{2}=5/10$

K se place facilement sur la première bande si l'on réalise qu'un sixième est la moitié d'un tiers. Si aucun élève ne place L sur la troisième bande, on l'y fera placer afin d'établir les relations entre cinquième et dixième.

Production des élèves p 422

4: Trouver la distance entre deux points

Les enfants travaillent individuellement. Ils disposent de leur feuille mais pas de bande unité, ils doivent trouver les distances AB, DE, DF, HI, GI. La mise en commun est l'occasion de noter de nouvelles égalités:

$4/3=1+1/3$; $10/5=2$; $12/10=1+2/10$

Ensuite, sans graduation ni bande unité, les enfants doivent prévoir les distances entre :

$\frac{3}{4}$, et $7/4$; $4/3$ et 2 ; 2 et $34/10$; $3/5$ et $18/10$

La validation des résultats et des démarches se fait en plaçant les fractions sur les graduations.

Activités d'accompagnement

- Autres calculs de distances, placements de points, recherches d'abscisses.
- Entre quels entiers se trouve $17/5$?
- Quel est l'entier le plus proche de $27/10$?
- La moitié d'un demi, d'un tiers, d'un quart, d'un cinquième, d'un dixième.
- Le double d'un demi, d'un tiers, d'un quart, d'un cinquième, d'un dixième.

Droite graduée 2 (période 3)

Les enfants vont être amenés à construire une graduation décimale, à étendre le tableau de numération, à placer des fractions décimales sur la graduation et dans le tableau, à utiliser ces outils pour donner du sens aux écritures à virgule.

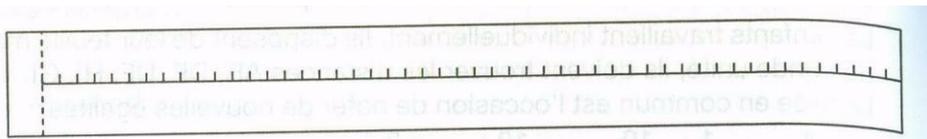
• Objectifs spécifiques

- Donner du sens aux mots dixième, centième, millième et aux écritures
- Donner du sens aux fractions décimales et aux écritures à virgule.
- Connaître, pour un nombre décimal, différentes désignations orales, différentes écritures fractionnaires, son écriture à virgule et savoir passer d'une désignation à l'autre.

- Matériel

Pour chaque équipe de deux enfants.

- 8 bandes identiques de 26 cm sur 2,5 cm comportant une languette d'assemblage de 1 cm sur 2,5 cm et un segment de 25 cm gradué de 5 mm en 5 mm (ces dimensions ne sont pas connues des enfants) ;



- de la colle pour assembler ces huit bandes et des ciseaux;
- une bande d'environ 70cm sur 2,5cm découpée dans du papier uni.

PREMIÈRE PHASE : Construction de l'unité à partir du centième de l'unité

• Objectifs

- Donner du sens au mot centième et établir les relations mutuelles entre unité, dixième et centième.
- Faire construire par les enfants le matériel utilisé dans les phases suivantes.

Par deux, les enfants fabriquent une grande bande en collant bout à bout les huit bandes identiques grâce aux languettes. Puis, le maître fournit à chaque équipe de deux enfants une bande de 70cm sur 2,5cm découpée dans du papier uni.

- **Consigne** : Sur la grande bande que vous avez fabriquée les traits de la graduation sont espacés d'un centième de l'unité (le maître écrit au tableau $1/100$).

Dans la bande de papier uni vous allez découper une bande de longueur égale à l'unité et une bande de longueur égale à un dixième de l'unité.

Le centième de l'unité étant égal à 5 mm, on doit obtenir des bandes de 50cm et 5cm. Les différentes procédures utilisées par les enfants sont recensées. Les relations entre le centième et l'unité, entre le centième et le dixième sont formulées et les égalités $1=100/100$ et $1/10=10/100$ sont notées, ainsi que $1 = 10/10$

En affichant les bandes les unes en dessous des autres, on s'assure que toutes les bandes unité et que toutes les bandes $1/10$ ont même longueur. On vérifie aussi que dix bandes $1/10$ bout à bout ont une longueur égale à celle de la bande unité. Ceux dont les bandes n'ont pas la longueur voulue en refont d'autres. ,,

On écrit 1 sur la bande unité et $1/10$ sur la bande $1/10$.

DEUXIÈME PHASE : Placer des fractions décimales sur une graduation

Les millièmes sont introduits et les fractions décimales sont décomposées, afin de rendre compte des procédures utilisées pour les placer sur la graduation construite lors de la première phase et, au seul vu de leur écriture, de favoriser les représentations mentales.

Les enfants utilisent les trois bandes fabriquées durant la première phase, ils écrivent au crayon afin de pouvoir corriger les erreurs éventuelles. En vue des mises en commun, le maître affiche au tableau des bandes identiques à celles des enfants.

ÉTAPE 1

Le maître fait écrire la lettre O et le nombre 0 à l'origine de la graduation, puis il demande de placer au crayon les nombres 1,2,3.

Des élèves viennent au tableau montrer comment ils ont procédé, les nombres sont placés en reportant la bande unité à partir de l'origine. Puis le maître demande à combien de dixièmes et de centièmes de l'origine se trouvent les nombres déjà placés et où se trouveraient 4,10,23, si on pouvait les placer.

ÉTAPE 2

Le maître demande aux enfants de placer (toujours au crayon) sur leur graduation les fractions $\frac{32}{100}$; $\frac{15}{10}$; $\frac{27}{10}$; $\frac{147}{100}$; $\frac{2000}{1000}$.

Chaque placement est suivi d'une mise en commun des réponses et des procédures avec explicitation de celles-ci et discussion sur leur validité.

Des enfants viennent au tableau expliciter comment ils ont procédé. On note au tableau les égalités correspondantes, chaque écriture étant référée à une manière de placer les nombres donnés.

$$\begin{aligned}\frac{32}{100} &= \frac{3}{10} + \frac{2}{100} \\ \frac{15}{10} &= 1 + \frac{5}{10}; \quad \frac{15}{10} = \frac{150}{100} \\ \frac{27}{10} &= 2 + \frac{7}{10}; \quad \frac{27}{10} = 3 - \frac{3}{10} \\ \frac{147}{100} &= 1 + \frac{4}{10} + \frac{7}{100}; \quad \frac{147}{100} = 1 + \frac{47}{100}; \quad \frac{147}{100} = \frac{15}{10} - \frac{3}{100} \\ \frac{2000}{1000} &= 2\end{aligned}$$

Pour rendre possible l'emploi des dixièmes sur la graduation, en évitant reports de bande ou comptages d'intervalles, on demande aux enfants d'allonger légèrement ou de marquer d'une autre couleur les traits correspondant aux dixièmes.

ÉTAPES 3

Pour ce travail centré sur les écritures, les demi-droites graduées ne sont donc pas disponibles durant la phase de recherche.

On demande aux enfants de trouver d'autres écritures, dont au moins deux avec le signe +, pour $\frac{32}{100}$; $\frac{223}{100}$; $\frac{3037}{1000}$.

Lors de la mise en commun, on explicite les écritures faisant apparaître la partie entière et la signification des autres chiffres du numérateur:

$$\begin{aligned}3 + \frac{2}{10} \\ 2 + \frac{23}{100}; \quad 2 + \frac{2}{10} + \frac{3}{100} \\ 3 + \frac{37}{1000}; \quad 3 + \frac{3}{100} + \frac{7}{1000}\end{aligned}$$

La validation se fait toujours par placement sur la demi-droite graduée.

3037/1000 est situé entre deux traits de la graduation, il est intéressant de faire rechercher le trait qui en est le plus proche.

• TROISIÈME PHASE : Introduction des nombres décimaux

Les nombres décimaux sont les nombres qui peuvent s'écrire avec une fraction décimale. Leur écriture à virgule s'obtient en décomposant cette fraction. Inversement pour donner du sens à une écriture à virgule, pour la lire, on peut la retranscrire à l'aide de fractions décimales. Ces remarques sont le fil conducteur des étapes suivantes.

1 : Introduction de l'écriture à virgule

Les enfants reçoivent un tableau de numération incomplet.

1000 (milliers)	100 (centaines)	10 (dizaines)	1 (unités)

Ils doivent y inscrire les nombres 2560 ; 108 ; 324 ; 10345 en plaçant un seul chiffre par colonne. La donnée de 10345 suggère que le tableau doit être complété par une case supplémentaire à gauche.

Puis on leur demande s'ils peuvent y placer $120/10$ et $35/10$.

La mise en commun doit conduire à la nécessité de placer le 2 de 120 et le 3 de 35 dans la colonne des unités et à l'impossibilité de placer le 5 de 35 dans les autres colonnes puisque le 5 représente des dixièmes.

On introduit ainsi une colonne pour les dixièmes, on place les deux fractions 273 dans le tableau complété et on leur demande s'ils peuvent y placer $273/100$.

La mise en commun doit conduire à l'impossibilité de placer le 3.

On leur demande comment compléter le tableau de façon à pouvoir y placer des fractions comme $273/100$ en mettant un chiffre par colonne et ce qu'il faut écrire en haut de chaque colonne.

On aboutit par confrontation et discussion des différentes propositions au tableau classique (outil provisoire que l'on n'utilisera pas systématiquement par la suite) dans lequel on place $273/100$.

	1000 milliers	100 centaines	10 dizaines	1 unités	1/10 dixièmes	1/100 centièmes	1/1000 millièmes
120/10			1	2	0		
35/10				3	5		
273/100				2	7	3	

Le maître y fait ensuite placer $147/10$ puis il indique aux élèves l'écriture à virgule des nombres placés en l'associant à leur décomposition en fractions décimales:

$$\frac{35}{10} = 3 + \frac{5}{10} = 3,5$$

$$\frac{273}{100} = 2 + \frac{7}{10} + \frac{3}{100} = 2,73$$

$$\frac{147}{10} = 14 + \frac{7}{10} = 14,7$$

Il faut chercher comment ces écritures à virgule peuvent se lire, d'abord en utilisant le mot virgule, ensuite en utilisant les mots unité, dixième, centième, millième : deux unités et soixante-treize centièmes ; deux unités, sept dixièmes et trois centièmes ; deux cent soixante-treize centièmes.

On termine en faisant chercher l'écriture à virgule et différentes lectures de $3 + \frac{21}{100}$; $27 + \frac{6}{100}$; $\frac{2315}{1000}$; $\frac{4}{100}$; $\frac{1}{1000}$; $\frac{407}{100}$.

La validation se fait en décomposant les fractions comme ci-dessus et en les plaçant dans le tableau. Les lectures avec les mots unité, dixième, centième, millième seront exigées car elles donnent du sens aux nouvelles écritures.

2: Donner du sens aux écritures à virgule, lire les décimaux

On demande de placer 2,05 ; 1,803 ; 0,27 ; 3,40 ; 0,1 ; 0,0-1 dans le tableau et sur la graduation, de les écrire en lettres en utilisant les mots unité, dixième, centième, millième.

Lors de la mise en commun le problème du zéro terminal sera abordé: $3,40 = 3,4$ mais, $2,05 \neq 2,5$; $0,1 \neq 0,01$

3 : Écriture à virgule et fractions usuelles

113 On demande d'écrire avec une virgule $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{3}{4}$ et de justifier.

L'objectif n'est pas ici d'assurer une maîtrise de ces écritures, mais de donner l'occasion aux élèves de repérer des erreurs comme $\frac{1}{2} = 1,2$.

La validation se fait en plaçant les fractions sur la graduation et en explicitant ainsi les égalités :

$$\frac{1}{2} = \frac{5}{10} ; \frac{1}{4} = \frac{25}{100} = \frac{2}{10} + \frac{5}{100} ; \frac{3}{4} = \frac{75}{100} = \frac{7}{10} + \frac{5}{100}$$

Activités d'accompagnement (+ fiche 73

a) Combien de dixièmes dans 5 unités, d'unités dans 300 centièmes, de centièmes dans 25 dixièmes ?

b) Lire de différentes façons 12,05 ; 0,103 ; 6,25 ; 2,3 ; 1,003.

c) Écrire avec une virgule 5 millièmes ; 25 unités et 3 centièmes ; 50 centièmes.

d) Écrire avec une fraction 0,2 ; 0,5 ; 0,25 ; 0,75 ; 1,5 ; 0,60 ; 3,750.

e) Quel est le nombre entier le plus proche de 3,06 ; de 1,7 ; de 2,059 ?

4. Comparaison de décimaux (période 4)

Il s'agit du premier travail systématique sur la comparaison des décimaux. Les enfants vont devoir successivement:

- comparer des nombres décimaux;
- justifier chaque comparaison en explicitant leurs arguments;
- évaluer et comparer les arguments produits.

- Objectif spécifique

Élaborer des procédures de comparaison des nombres décimaux en s'appuyant sur la signification des différents chiffres de leur écriture à virgule.

Il ne s'agit pas de faire utiliser d'emblée les règles de comparaison des décimaux, mais de permettre aux élèves d'effectuer des comparaisons en s'appuyant à la fois sur le sens et sur les images mentales qu'ils ont construits pour les écritures à virgule.

- Procédures attendues

Pour comparer des nombres de parties entières différentes

- Situer les deux nombres sur la droite numérique: $3,12 < 5,2$ car $3,12$ est situé avant $5,2$.
- Comparer avec un ou plusieurs entiers intermédiaires: $3,12 < 5,2$ car $3,12 < 4$ et $5,2 > 5$.
- Utiliser l'ordre de grandeur: $3,12 < 5,2$ car $3,12$ est voisin de 3 et $5,2$ est voisin de 5, pour comparer des nombres de même partie entière
- Situer les deux nombres sur la droite numérique: $2,4 < 2,8$ car $2,4$ est situé avant $2,8$.
- Comparer avec un nombre intermédiaire: $2,417 < 2,52$ car $2,417 < 2,5$ et $2,52 > 2,5$.
- Utiliser l'ordre de grandeur: $2,11 < 2,9$ car $2,11$ est voisin de 2 et $2,9$ est voisin de 3.
- Mettre les parties décimales sous forme fractionnaire: $12,3 < 12,26$ car $12,26 = 12 + \frac{26}{100}$ et $12,3 = 12 + \frac{3}{10}$ et $\frac{3}{10} = \frac{30}{100}$, $12,4 = 12,40$ car 4 dixièmes est égal à 40 centièmes.

PREMIÈRE PHASE

Les enfants remplissent individuellement la fiche 84.

DEUXIÈME PHASE

Le maître prépare la fiche 85 à partir de réponses obtenues pour la comparaison de $3,12$ et de $5,2$. Il peut éventuellement injecter des arguments non fournis par les élèves et qu'il souhaite faire discuter. Le maître a injecté l'argument n° 7: « Sur la droite, $3,12$ est avant 4 et $5,2$ est après 4 ». Il s'agit bien sûr de la droite numérique, le mot graduation serait préférable.

Feuille n°2

Date: 5.04.96

Noms: Jeanne Adeline Isabelle ME Claire B Fabien

Examinez chaque réponse. Dites ce que vous en pensez en plaçant une croix dans la case prévue.

			D'accord	Pas d'accord	On ne sait pas	On ne comprend pas	Remarques
1	3,12	(5,2)					parce que le 1er argument est vrai et le 2ème est faux donc on ne sait pas.
2	3,12	(5,2)					parce que on ne fait pas de comparaison.
3	3,12	(5,2)					mais ce n'est pas complet.
4	3,12	(5,2)					ce n'est pas clair
5	3,12	(5,2)					C'est clair.
6	3,12	(5,2)					C'est clair.
7	3,12	(5,2)					C'est clair mais pas complet.
8	3,12	(5,2)					C'est clair mais pas très complet.
9							

Quelle explication donnerais-tu à un camarade qui se trompe? Je donnerais l'explication 6.

Pourquoi? Parce qu'elle est claire.

Les colonnes comportant des croix, la colonne de remarques et le bas de la feuille ont été remplis par les enfants durant l'étape 3.

ÉTAPE 1

Par deux, les enfants remplissent la fiche 85. Lorsqu'il y a désaccord, ils doivent expliciter leurs arguments.

Le jugement porte sur la vérité de propositions du type : x est plus grand que y car...

Le désaccord peut porter sur la comparaison, sur la justification, sur la formulation de la justification. Ceci est précisé aux élèves.

ÉTAPE 2

Les équipes de deux se regroupent par deux. Elles comparent leurs feuilles et doivent se mettre d'accord pour remplir une feuille définitive pour quatre. En examinant les deux feuilles remplies à deux et la feuille définitive de chaque groupe de quatre enfants, le maître peut observer l'impact éventuel de la discussion au sein des groupes.

ÉTAPES 3

Pour chaque ligne de la fiche 85, le maître organise un débat après avoir recensé les réponses et les arguments produits lors de l'étape 2.

Le débat ne vise pas l'institutionnalisation d'une procédure de comparaison particulière, mais il doit conduire à l'élimination des propositions fausses, à la validation des propositions justes, et éventuellement à la non-décision pour des arguments sur lesquels le groupe classe ne peut pas trancher.

Cette mise en commun se termine par la formulation de plusieurs procédures de comparaison correctes dans le cas étudié.

TROISIÈME PHASE

Les trois étapes de la deuxième phase sont reprises avec une feuille du même type préparée à partir des réponses obtenues pour la comparaison de 12,3 et 12,26.

Sur la fiche 86 reproduite en dessous le maître a injecté l'argument n° 6 avec l'intention de suggérer le recours à la représentation des positions des deux nombres sur la droite numérique. Le mot graduation aurait été préférable au mot droite.

QUATRIÈME PHASE

Les enfants remplissent à nouveau une fiche 84. La comparaison des fiche 84 à l'issue des phases 1 et 4 permet d'observer l'impact sur chaque enfant des phases 2 et 3.

ACTIVITÉS D'ACCOMPAGNEMENT

Des activités telles que celles ci-dessous seront proposées après les activités précédentes. Les validations se feront en plaçant les nombres sur une graduation affichée au tableau.

1) Ranger des nombres

Le maître affiche 5 ou 6 étiquettes portant chacune un nombre.

1,609 2,98 1,55 2,898 1,5

Les enfants doivent individuellement ranger ces nombres dans l'ordre croissant.

Les rangements trouvés sont discutés. Puis la validation se fait en plaçant les nombres sur la graduation affichée sur le tableau. On demande ensuite de trouver des nombres allant entre deux nombres déjà placés.

Feuille n°3

Examinez chaque réponse. Dites ce que vous en pensez en plaçant une croix dans la case prévue.

Date : _____

Noms : Johanna, Lucie, Raphaël et Romain

			D'accord	Pas d'accord	On ne sait pas	On ne comprends pas	Remarques
1	12,3 12,26	12 et 12 c'est la même chose, 3 et 26 ce n'est pas la même chose.		X			12,26 n'est pas le plus grand car 12,3 et en vrai 12,30.
2	12,3 12,26	Parce que il y a 12 unités et 3 dixièmes et l'autre il y a 12 unités mais 26 centièmes.	X				C'est bon mais s'est mal explique.
3	12,3 12,26	le 3 de 12,3 est en fait $\frac{30}{100}$ et le 26 de 12,26 = $\frac{26}{100} < \frac{30}{100}$	X				C'est bien dit car ils ont tout transformé en centième donc ils ont trouvé le bon nombre.
4	12,3 12,26	26 est plus grands que 3 j'ai entourée 12,26.		X			C'est faux car 12,3 est en vérité 12,30 donc il est le plus grand.
5	12,3 12,26	Je convertit tout en centième ce qui donne 12,30 et 12,26 dont 12,30 est plus grand.	X				C'est bien expliqué!
6	12,3 12,26	Sur la droite, 12,26 est entre 12,2 et 12,3.	X				It finir!
7	12,3 12,26	Comme 3 dixièmes est plus grand que 2 dixièmes 12,3 est le plus grand.	X				Bien!
8	12,3 12,26	Dans 12,3 il y 4 centièmes de plus que dans 12,26 donc 12,3 est le plus grand.	X				C'est bien fait!
9	12,3 12,26	Les chiffres des unités sont les mêmes 0,3 < 0,26		X			0,3 < 0,26 ce n'est pas bon mais 0,3 > 0,26 est bon.

Quelle explication donnerais-tu à un camarade qui se trompe? *Qui ils ont mal compris le système de la virgule et ils devraient prendre exemple sur le 3.*

Pourquoi? *Parce qu'il est bien formulé.*

2) Jeux de portrait + fiche 94

- J'ai deux chiffres, je suis entre 1,5 et 1,9. Qui suis-je?
 - J'ai trois chiffres, je suis entre 2,8 et 2,9 et deux de mes chiffres sont identiques. Qui suis-je?
 - Nous sommes les nombres de deux chiffres les plus proches de 2,53. Qui sommes-nous?
- Idem avec 3 chiffres, 4 chiffres.
- etc.

3) Chiffres effacés

Dans cette liste de nombres des chiffres ont été effacés. Complète de façon à obtenir des nombres rangés dans l'ordre croissant :

0,7 0,1_8 0,1_ 3,8_ _,9 3,_7

4) Intercaler un nombre fiche 89

L'exercice peut se faire collectivement ou individuellement par écrit.

5. Somme et différence de nombres décimaux (période 5)

Les élèves vont devoir calculer des sommes et des différences de nombres décimaux. Les calculs se feront hors de tout contexte afin d'éviter que les élèves ne se ramènent à des calculs sur des écritures complexes comme cela se produit fréquemment avec les longueurs et les prix.

- Calculer des sommes et des différences de nombres décimaux en s'appuyant sur la signification fractionnaire des décimales.

- Procédures attendues

Pour calculer une somme ou une différence de deux nombres décimaux les élèves peuvent :

- Utiliser correctement la disposition en colonne en étant capables ou non de justifier ce qu'ils font.

- Mettre en œuvre des procédures de calcul réfléchi en s'appuyant sur la signification fractionnaire des décimales. Ceux qui procèdent ainsi peuvent opérer sur les mots dixième, centième, millième ou sur des écritures en passant de l'écriture à virgule à l'écriture fractionnaire. Ils peuvent le faire en mettant ou non les parties décimales au même format, c'est-à-dire en se ramenant ou non au cas où les deux nombres ont le même nombre de décimales. Certains élèves se trompent car ils opèrent séparément sur les parties entières et sur les parties décimales en les traitant comme des nombres entiers.

PREMIÈRE PHASE: Calculer la somme de deux nombres décimaux

ETAPE 1

Les enfants travaillent seuls ou à deux. Ils doivent calculer $3,12+5,7$ et expliquer comment ils procèdent.

Les différents résultats obtenus sont relevés, ils sont comparés au résultat donné par une calculatrice. Les différentes procédures sont explicitées, les erreurs sont repérées et analysées.

Si la disposition en colonne n'est pas proposée, on ne l'aborde pas à cette étape, sinon on la justifie en la comparant aux autres méthodes utilisées.

ÉTAPE 2

Même déroulement avec $13,28+3,125$.

À l'issue de la mise en commun, si la disposition en colonne n'est toujours pas apparue, le maître peut faire chercher comment il serait possible de procéder avec une telle disposition.

ÉTAPE 3

Même déroulement avec $27,30+5,90$

Le résultat donné par les élèves est plus souvent $33,20$ que $33,2$. La comparaison des résultats trouvés avec le résultat donné par la calculatrice provoque une réflexion intéressante sur les zéros terminaux.

ETAPE 4

Le même déroulement pourra encore être adopté pour $5,72+281,3$

La maîtrise de la technique opératoire usuelle sera ensuite recherchée en proposant d'autres calculs. Les élèves travailleront seuls, la durée des mises en commun variera en fonction des résultats obtenus.

Exemples de calculs:

$$7,37 + 8,63$$

$$6,03 + 8,8$$

$$23,458 + 15,342$$

$$4,37 + 12,659$$

Procédures des élèves p 438

DEUXIEME PHASE: Calculer la différence de deux nombres décimaux

Déroulement le même. Calculs proposés :

$$6.76-4.32$$

$$7-5.8$$

$$12.54-9.76$$

$$14.674-5.837$$

$$8.09-5.563$$

Dans les cas comme $7-5.8$ où l'un des nombres est un entier, on pourra se ramener à la forme usuelle $7.0-5.8$ en mettant les deux nombres au même format.

6. Les fournitures (période 5) .

À partir d'un tarif présentant des articles vendus à l'unité et des articles vendus par lot de dix ou par lot de cent, les enfants vont devoir calculer le montant de certaines commandes et le solde du compte après un achat.

• *Objectifs spécifiques*

- Donner du sens aux écritures à virgule dans un contexte différent de leur introduction.
- Calculer des sommes et des différences de nombres décimaux, des produits d'un nombre décimal par un entier inférieur à dix dans le contexte de la monnaie.
- Étendre l'emploi de la technique opératoire usuelle de multiplication par un entier inférieur à dix à l'ensemble des décimaux.

• *Matériel*

Un tarif de fournitures de bureau.

Le tarif proposé page suivante a été construit à partir d'un véritable catalogue, mais nous suggérons de situer l'action dans un pays dont la monnaie n'est pas familière, la roupie par exemple.

Nous souhaitons ainsi obliger les enfants à opérer réellement sur des nombres décimaux en les empêchant de procéder à des transformations du type $6,16F = 6F\ 16\text{ centimes}$.

Ils devront donner du sens à 6,16 roupies : 6 roupies, 1 dixième de roupie et 6 centièmes de roupie ou 6 roupies et 16 centièmes de roupie.

Pour effectuer les calculs, ils devront opérer sur des dixièmes et des centièmes car le dixième de roupie et le centième de roupie n'ont pas de désignation propre.

PREMIÈRE PHASE: Calculer le montant d'une commande

Les enfants sont par équipes de deux, chaque équipe dispose d'un tarif.

ÉTAPE 1 : Le maître situe l'action dans un pays dont la monnaie s'appelle la roupie, il s'assure de la compréhension du document en demandant le prix de quelques articles, il fait expliciter la signification des différents chiffres, puis il pose le problème suivant:

• **Énoncé** : Une personne achète une boîte de 10 feutres et une boîte de 1000 trombones. Combien dépense-t-elle?

Les résultats obtenus sont relevés et comparés au résultat donné par une calculette. Les procédures de calcul et les erreurs sont explicitées et analysées.

Le même déroulement est ensuite suivi avec le problème suivant :

Une personne achète un marqueur, une règle plate et un cahier de 100 pages. Combien dépense-t-elle?

ÉTAPE 2

Les enfants travaillent toujours à deux, ils doivent expliciter leurs calculs et formuler leurs résultats.

• **Énoncé** : Une personne achète 6 gommes, 4 effaceurs et 8 000 enveloppes.

A combien lui reviennent les gommes, les effaceurs, les enveloppes, combien dépense t-elle ?

Les résultats obtenus sont relevés et comparés aux résultats donnés par la calculatrice. Les erreurs sont explicitées.

La multiplication en colonne est introduite.

DEUXIEME PHASE: Passer une commande ne dépassant pas une somme donnée, chercher ce qui reste.

Individuellement ou à 2.

• **Consigne** : Vous disposez de 150 roupies. Passez une commande puis cherchez le montant à payer et ce qui vous reste.

Différents résultats obtenus sont relevés puis contrôlés en explicitant les procédures de calcul utilisées. Dans certains cas, le calcul du reste peut se faire mentalement, dans les autres cas on utilise l'addition à trou et la soustraction.

On peut recommencer avec d'autres sommes, on peut aussi demander de réaliser une commande d'un montant le plus proche possible d'une somme donnée.

Tarif de fournitures de bureau

Article	Code	Prix
Marqueur pour tableau blanc	129400	le marqueur : 6,16
Stylo effaceur	114710	le stylo : 2,935
Stick de colle 24 g	114301	le stick : 4,05
Gomme plastique	117630	la gomme : 1,327
Règle plate 200 mm	121500	la règle : 18,3
Ruban scotch 19 mm × 33 m	122005	le ruban : 13,49
Boîte de dix feutres	129239	la boîte : 46,70
Carte de 10 aimants Ø 9 mm force 100 g	113406	la carte : 14,29
Boîte de 10 disquettes	166481	la boîte : 58
Boîte de 100 badges à épingle	113601	la boîte : 121,7
Boîte de 100 feuilles A4 de 10 étiquettes	116105	la boîte : 68,87
Bloc de 100 feuilles Post-it 102 × 152	134493	le bloc : 10,66
Boîte de 1 000 enveloppes	141360	la boîte : 102,5
Cahier de 96 pages	135821	le cahier : 1,39
Cahier de 100 pages	135841	le cahier : 2,483
Boîte de 1 000 trombones 32 mm	113446	la boîte : 7,90
Boîte de 100 attaches géantes	113481	la boîte : 8,86

Tarif de fournitures de bureau

Article	Code	Prix
Marqueur pour tableau blanc	129400	le marqueur : 6,16
Stylo effaceur	114710	le stylo : 2,935
Stick de colle 24 g	114301	le stick : 4,05
Gomme plastique	117630	la gomme : 1,327
Règle plate 200 mm	121500	la règle : 18,3
Ruban scotch 19 mm × 33 m	122005	le ruban : 13,49
Boîte de dix feutres	129239	la boîte : 46,70
Carte de 10 aimants Ø 9 mm force 100 g	113406	la carte : 14,29
Boîte de 10 disquettes	166481	la boîte : 58
Boîte de 100 badges à épingle	113601	la boîte : 121,7
Boîte de 100 feuilles A4 de 10 étiquettes	116105	la boîte : 68,87
Bloc de 100 feuilles Post-it 102 × 152	134493	le bloc : 10,66
Boîte de 1 000 enveloppes	141360	la boîte : 102,5
Cahier de 96 pages	135821	le cahier : 1,39
Cahier de 100 pages	135841	le cahier : 2,483
Boîte de 1 000 trombones 32 mm	113446	la boîte : 7,90
Boîte de 100 attaches géantes	113481	la boîte : 8,86

7. Place: point (période 5)

La première [phase est une situation de communication. L'enfant est d'abord émetteur, il doit placer un point sur une demi-droite graduée et décrire sa position par rapport à un point de référence. L'enfant devient ensuite récepteur, il doit trouver le point de l'émetteur à l'aide de la description de sa position. Dans la deuxième phase, l'enfant doit utiliser le calcul pour rechercher des nombres et des distances.

- Objectifs spécifiques

Savoir utiliser la demi-droite graduée et le calcul :

- pour trouver la distance entre deux points ou deux nombres et pour l'exprimer à l'aide d'un nombre décimal ;
- pour trouver le ou les nombres situés à une certaine distance d'un nombre donné.

- Procédures attendues

Pour trouver la distance entre deux points ou de deux nombres, l'enfant peut selon les cas>:

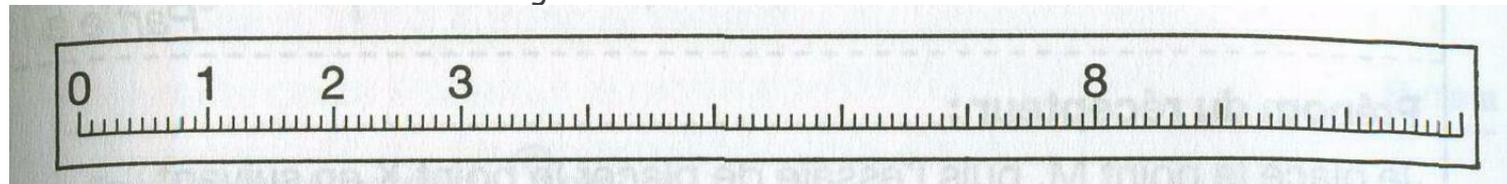
- utiliser la graduation;
- opérer sur les abscisses des points ou sur les nombres en posant une addition à trou ou une soustraction ou en calculant mentalement. Pour trouver le ou les nombres situés à une certaine distance d'un nombre donné, l'enfant peut selon les cas:
- se déplacer sur la demi-droite de la distance voulue, à partir du point correspondant au nombre donné;
- opérer sur le nombre en lui additionnant la distance et éventuellement en la lui retranchant.

- Matériel

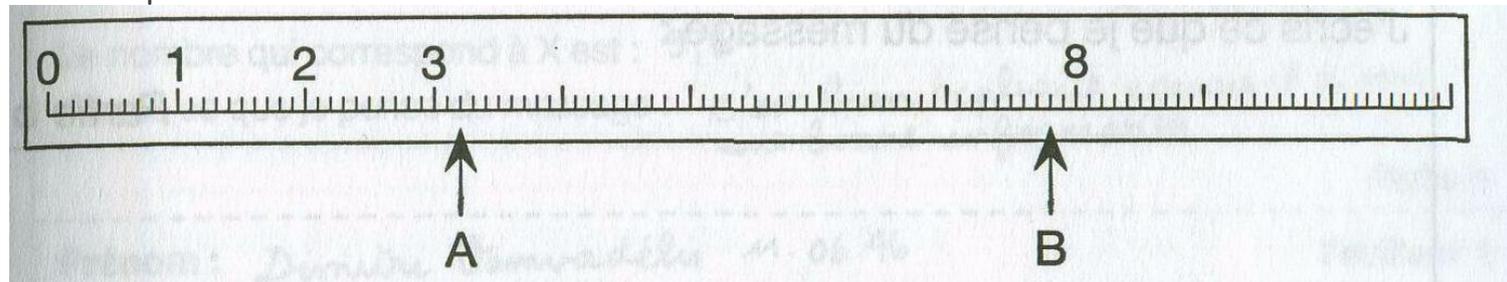
- Une demi-droite graduée pour afficher au tableau.
- Des feuilles photocopiées portant les droites graduées ou les énoncés. (fiche 118-119-120-121)

PREMIÈRE PHASE: Activités de communication

Le maître affiche une demi-droite graduée.



Il demande à un élève de venir placer quelques nombres entiers. Puis il fait placer les points A et B correspondant aux nombres 3,2 et 7,8. Afin que la graduation soit réutilisable les points et les nombres pourront être inscrits sur le tableau comme ci-dessous:



Ce rappel étant fait, l'activité peut commencer.

1 : Point de référence d'abscisse entière

Le maître distribue à chaque enfant la feuille n° 1 (Fiche 115)

Il demande de placer un point X sur un trait de la graduation de son choix. Une fois le point X placé par tous, il demande de placer le point M correspondant à 11.

Le maître distribue alors la feuille n° 2 (fiche 119) et présente les différents temps de l'activité:

- 1^{er} temps : Dans la partie a de cette feuille, vous écrirez votre prénom puis vous devrez écrire un message donnant la position de votre point X. Il ne faudra pas donner le nombre correspondant à votre point, mais dire où il se trouve par rapport au point M dont la position est donnée.
- 2^e temps : Vous échangerez votre feuille n° 2 avec celle d'un camarade, vous écrirez votre prénom dans la partie b de la feuille de votre camarade et vous complétez cette partie b.
- 3^e temps: Vous travaillerez avec votre correspondant. Chacun récupérera sa feuille n° 2 et collera sa feuille n° 1 dans la partie c de sa feuille n° 2, puis vous vérifierez si les points sont bien placés et vous mettrez en commun vos remarques.

L'activité se déroule en 3 temps.

Durant la mise en commun le maître recense les points X bien placés et les points non placés ou mal placés. Il fait expliciter les messages qui ont permis de réussir, la nature des échecs et leur cause.

Procédures des élèves p 451

2: Point de référence d'abscisse

On procède exactement comme à l'étape 1.

M est le point correspondant à 5,8.

Avec cette position centrale la connaissance de la distance séparant les deux points n'est plus suffisante; pour trouver le point X il faut aussi préciser de quel côté du point M il se trouve.

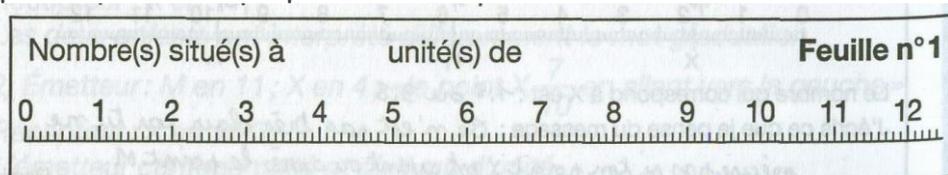
Cette nécessité est formulée par le récepteur sur la feuille reproduite page précédente (2^e exemple).

DEUXIEME PHASE

1 : Recherche du ou des nombres situés à une certaine distance d'un nombre donné

Les enfants travaillent individuellement sur une feuille comportant plusieurs zones identiques. Dans chaque zone il y a:

- un emplacement pour noter la question ;
- une demi-droite graduée;
- un emplacement pour formuler la réponse et la démarche.



Chaque recherche est suivie d'une mise en commun qui permet d'explicitier des procédures de calcul réfléchi. La validation peut se faire sur la graduation ou avec une calculette.

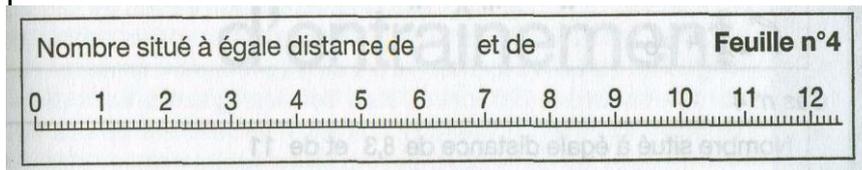
- 1) Trouver les nombres situés à 4 unités de 7,2 (les deux nombres sont sur la feuille).
 - 2) Trouver les nombres situés à 6,9 unités de 11,2 (l'un des nombres est hors de la feuille, cela favorise le passage au calcul).
 - 3) Trouver les nombres situés à 10,4 unités de 7,4 (l'un des nombres est négatif).
- La majorité des enfants trouve 17,8 et un nombre négatif différent de -3. I Par la suite on se limitera à la recherche des nombres positifs. 14) Trouver les nombres situés à 73,4 unités de 100 (la demi-droite n'est plus | une aide, les deux nombres se calculent).

2 : Recherche du nombre situé à égale distance de deux nombres donnés

L'organisation et le déroulement sont identiques à ceux de l'étape 1.

La validation peut se faire en cherchant les deux distances sur la graduation ou avec une calculatrice.

La zone de travail se présente ainsi.



- 1) Nombre à égale distance de 6 et de 12
- 2) Nombre à égale distance de 4 et de 11
- 3) Nombre à égale distance de 3,4 et de 5,8
- 4) Nombre à égale distance de 8,3 et de 11

En examinant la feuille reproduite page suivante, on constate que lorsque les deux nombres sont sur la demi-droite les enfants peuvent:

- travailler sur la graduation : cas n°3 ;
- se ramener au problème précédent en calculant l'écart entre les deux nombres et sa moitié : cas n° 2 ;
- s'aider de la graduation pour réduire l'intervalle et résoudre le problème avec des nombres plus proches: cas n°4.

Procédures des élèves p 453

Activités d'accompagnement

1) Reprise des activités précédentes

Les activités de la deuxième phase peuvent faire l'objet de courtes séquences orientées vers le calcul réfléchi. Avec certains nombres la recherche pourra se faire mentalement sans aucun support. Exemples:

- Nombre à égale distance de 35 et de 40, de 1,5 et de 2
- Nombres situés à $\frac{8}{10}$ de 5,2

2) Additionner, soustraire un nombre décimal. Calculer l'écart entre deux nombres.

Selon les cas, les calculs se font mentalement ou par écrit mais sans poser les opérations en colonne. Les procédures des enfants sont explicitées. La validation peut se faire en se déplaçant sur une graduation ou avec une calculatrice.

Exemples : $3,8+1,5$; $11,5-4,6$; écart entre 2,8 et 11,1