Chapitre 3 : Diviseurs et multiples

Division euclidienne

1. Relation générale :

Si on divise le nombre naturel a par le nombre naturel b non nul, alors il existe deux nombres naturels q et r tels que

$$a = b \,.\, q + r \quad \text{avec } r < b$$

Exemple :

Si on divise 72 par 5, alors il existe 14 et 2 tels que $72 = 5\,.14 + 2$ avec $5 < 2$

2. Cas particulier

Si le reste de la division euclidienne est nul, alors la relation $a = b \,.\, q + r$ devient $a = b \,.\, q$ ce qui signifie que a est un multiple de b **ou** b est un diviseur de a.

Exemple :

$70 = 5 \,.\, 14 + 0 \rightarrow 70 = 5 \,.\, 14$
Ce qui signifie que 70 est un multiple de 5 ou que 5 est un diviseur de 70.

Expressions littérales

Si n est un nombre naturel, alors l'expression littérale la plus simple :

- d'un nombre pair est → 2n
- d'un nombre impair est → 2n + 1
- d'un multiple de 3 est → 3n

- de deux nombres consécutifs est → n et n + 1
- de trois nombres consécutifs est → n, n +1 et n + 2 **<u>ou</u>** n – 1, n et n + 1

- de deux nombres pairs consécutifs est → 2n et 2n + 2
- de deux nombres impairs consécutifs est → 2n + 1 et 2n + 3
- de trois multiples de 4 consécutifs est 4n, 4n + 4 et 4n + 8

  <u>ou</u>

  4n – 4, 4n et 4n + 4

Nombres premiers entre eux

Définition :

Deux nombres premiers entre eux sont deux nombres qui n'admettent que le nombre 1 comme diviseur commun.

Exemple : 8 et 9 sont premiers entre eux car ils n'ont que 1 comme diviseur commun.

Propriété :

Si un nombre est divisible par deux nombres premiers entre eux, alors il est divisible par leur produit.

Exemple : 740 est divisible par 4 et 5, or 4 et 5 sont premiers entre eux, donc 740 est divisible par 4 . 5, c'est-à-dire par 20.