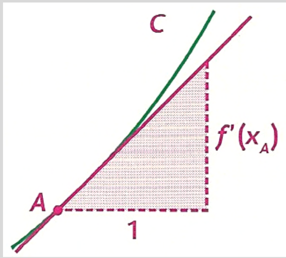
III. Nombre dérivé

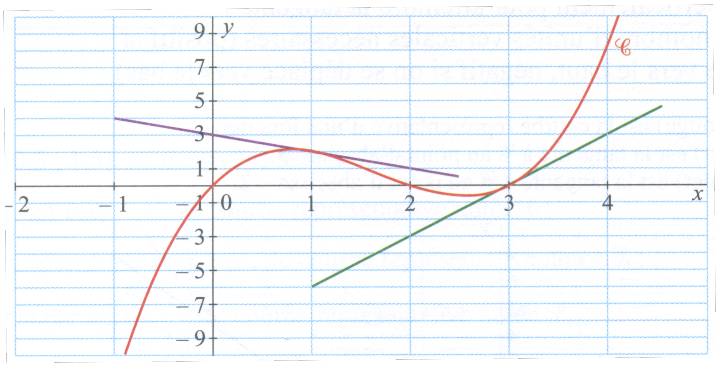
III.1. Déterminer un nombre dérivé

Soit f une fonction définie sur un intervalle I et $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère. x_A est l'abscisse d'un point A de $\mathscr{C}$.
Le nombre dérivé de f en x_A , noté $f\,'(x_A)$, est le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}$ au point A. On dit f « prime » de x_A



Exemple

$\mathscr{C}$ est la courbe représentative d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$. On a tracé deux tangentes à la courbe.



Activité 5

1. Cochez la case correspondant à la réponse exacte.

a) Quelle est la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 1?

☐ droite violette ☐ droite verte

b) Quel est le coefficient directeur de cette droite?

☐ 1 ☐ 3 ☐ 0 ☐ 2 ☐ -1

c) Le nombre dérivé de f en 1 est donc :

☐ 1 ☐ 3 ☐ 0 ☐ 2 ☐ -1

2. Cochez la case correspondant à la réponse exacte.

a) Quelle est la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 3 ?

☐ droite violette ☐ droite verte

b) Quel est le coefficient directeur de cette droite ?

☐ 1 ☐ 3 ☐ 0 ☐ 2 ☐ -1

c) Le nombre dérivé de f en 3 est donc :

☐ 1 ☐ 3 ☐ 0 ☐ 2 ☐ -1

3. a) Tracez sur la figure la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.

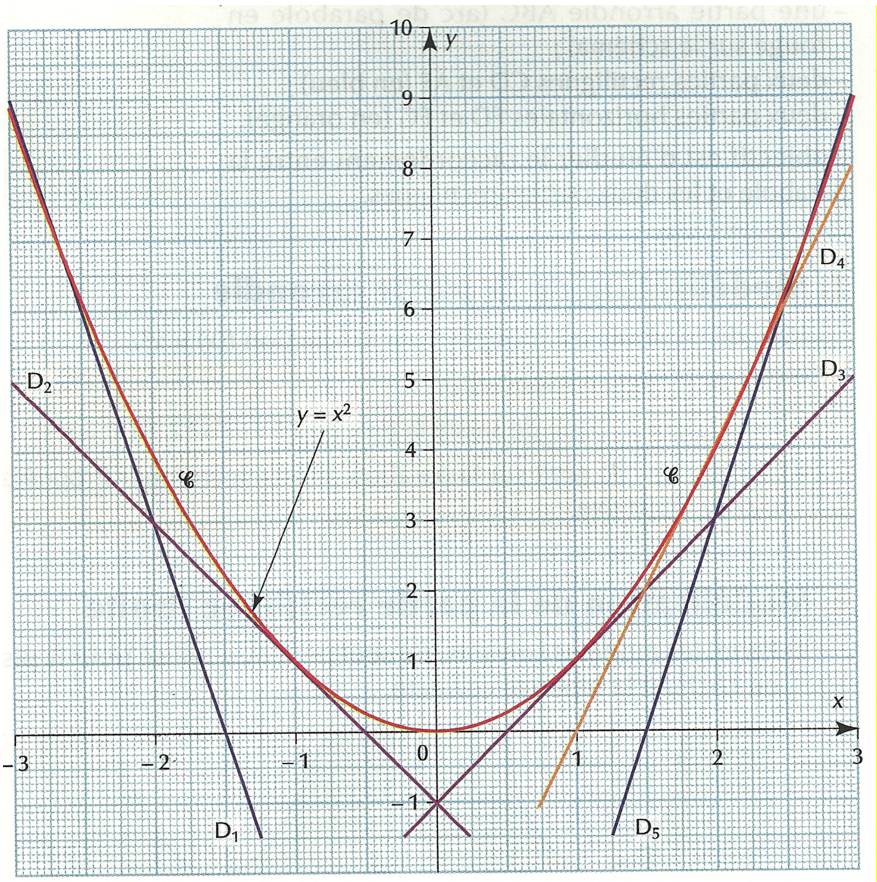
b) Rayez les encadrés inexacts.

On lit que le coefficient directeur de cette droite est $\boxed{0}$ / $\boxed{1}$ / $\boxed{2}$ / $\boxed{3}$ / $\boxed{6}$ le nombre dérivé de *f* en 0 est $f'(0) =$ $\boxed{0}$ / $\boxed{1}$ / $\boxed{2}$ / $\boxed{3}$ / $\boxed{6}$

Activité 2

Un skate-boarder suit une courbe ($\mathscr{C}$) définie par la parabole d'équation $y = x^2$. Il veut connaître sa trajectoire en différents points repérés par la tangente à la courbe (C).
Soit *f* la fonction définie sur [-3 ; 3] par $f(x) = x^2$.

Sa courbe représentative $\mathscr{C}$ est donnée ci-dessous.



Les droites D_1 ; D_2 ; l'axe des abscisses; D_3 ; D_4 et D_5 sont tangentes à C respectivement aux points d'abscisses $x = -3$, $x = -1$,
$x = 0$, $x = 1$, $x = 2$ et $x = 3$.

1. a) Proposer une méthode afin de déterminer le coefficient directeur de chaque droite.

....
....
....

b) Déterminer une équation des droites (D_2), axe des abscisses et (D_3) à l'aide de considérations géométriques.

....

....

2. **a)** Déterminer alors le coefficient directeur de chaque droite, puis compéter le tableau ci-après.

....

....

Abscisse x_A	**- 3**	**- 1**	**0**	**1**	**2**	**3**
Coefficient directeur de la droite						

b) Le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point de coordonnées (1 ;1) est appelé nombre dérivé de f au point d'abscisse $x = 1$; il est noté $f'(1) = 2$

Déterminer $f'(-1)$ =........ ; $f'(0)$=........ ; $f'(2)$ =........ ; $f'(3)$ =........ .

c) Soit x_A un nombre réel. Quelle relation peut-on conjecturer entre x_A et $f'(x_A)$?

....

3. **a)** Calculer $f'(-2,5)$ et $f'(-2)$.

....

....

b) En déduire le coefficient directeur de la tangente à la courbe (C) aux points d'abscisse $x_A = -2,5$ et $x_C = -2$.

....

....

III.2. Comment déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe représentative d'une fonction f au point A(x_A ; $f(x_A)$) ?

Méthode 3

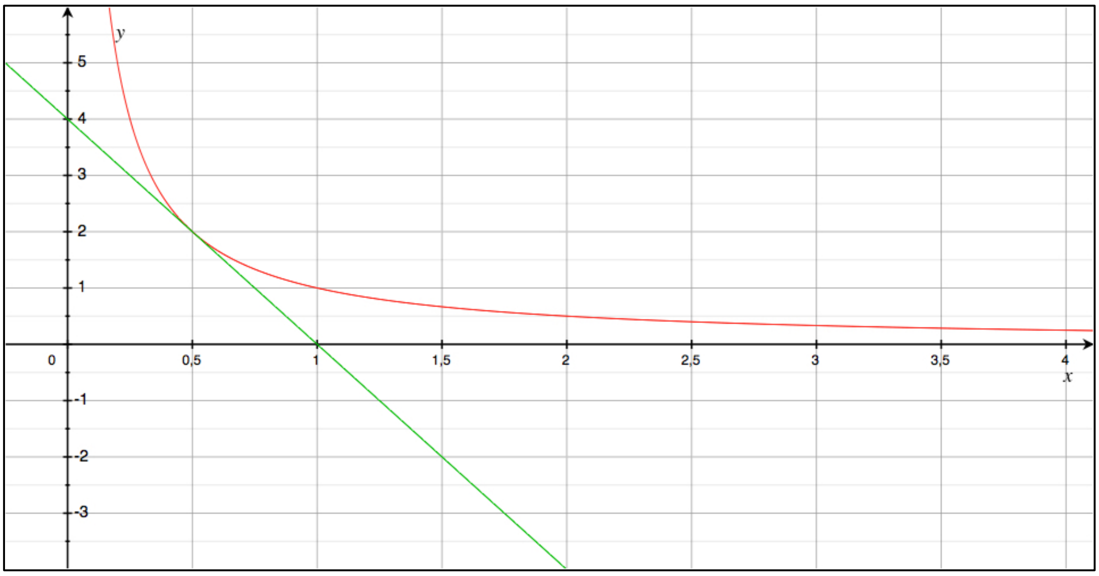
Étape 1 Déterminer $f'(x_A)$, graphiquement (voir méthodes 1 et 2) ou avec les données de l'énoncé.

Étape 2 Écrire la forme de l'équation cherchée : $y = f'(x_A)\,x + b$.

Étape 3 Résoudre l'équation $f'(x_A)x_A + b = f(x_A)$, d'inconnue b, puis donner l'équation réduite de la tangente.

On donne un tracé de la courbe $\mathcal{C}$ (en rouge) représentative d'une fonction *f* définie sur

[0,3 ; 4] et de sa tangente $\mathcal{T}$ (en vert) au point d'abscisse 0,5.



Déterminez l'équation réduite de $\mathcal{T}$

Étape 1 On lit $f'(0,5) =$ ………………….

Étape 2 L'équation de $\mathcal{T}$ est donc de la forme : $y =$ ………………… $x + b$.

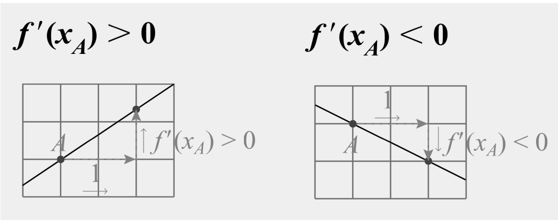
Étape 3 On lit $f(0,5) = 2$. On résout l'équation …………… $\times 0,5 + b =$ …………….,

d'où $b =$ …………………………………………………………….

L'équation réduite de $\mathcal{T}$ est $y =$ …………………………….

III.3. Comment tracer la tangente à la courbe représentative d'une fonction *f* au point A(x_A ; $f(x_A)$), connaissant $f'(x_A)$

Méthode 4



Étape 1 Se positionner sur la courbe au point *A* de coordonnées (x_A ; $f(x_A)$).

Étape 2 Tracer la droite passant par ce point et de coefficient directeur $f'(x_A)$: se décaler de 1 unité vers la droite, puis monter (si $f'(x_A) > 0$) ou descendre (si $f'(x_A) < 0$) de $f'(x_A)$ unités.

Tracez sur le graphique de la méthode 3 la tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 1, sachant

que $f\,'(1) = -1$.

Étape 1 On se positionne au point de coordonnées (................... ; ....).

Étape 2 On trace la droite passant par ce point et de coefficient directeur ....

(On se décale de 1 unité vers la droite, puis on descend de .... unité(s) ; ce deuxième point permet de tracer la tangente.)

Exercices	☐ 1 p 89	☐ 2 p 89	☐ 3 p 90	☐ 4 p 90
	☐ 5 p 90	☐ 6 p 90	☐ 7 p 90	☐ 8 p 90
	☐10 p 90	☐14 p 91	☐15 p 91	☐16 p 91
	☐17 p 91	☐18 p 91	☐19 p 91	☐ 20 p 91
	☐ 21 p 91	☐ 22 p 91	☐ 23 p 92	☐ 24 p 92
	☐ 25 p 92	☐ 26 p 92	☐ 27 p 92	☐ 28 p 93
	☐ 29 p 93	☐ 30 p 93	☐ 32 p 93	☐ 33 p 93
	☐ 34 p 93	☐ 35 p93	☐ 36 p 93	☐ 37 p 94
Problèmes	☐ 49 p 96	☐ 52 p97		