



## Chapitre M1

### Statistique et probabilités 5

#### STATISTIQUE A 2 VARIABLES

Capacités	Connaissances
Représenter à l'aide des TIC un nuage de points. Déterminer le point moyen.	Série statistique quantitative à deux variables : nuage de points, point moyen.
Déterminer, à l'aide des TIC, une équation de droite qui exprime de façon approchée une relation entre les ordonnées et abscisses des points du nuage.  Utiliser cette équation pour interpoler ou extrapoler.	Ajustement affine.

#### Contenu du dossier :

- Cours
- Exercices (livre pages 11-24)
- Corrigé des exos
- Evaluation **EM1**
- Corrigé de l'évaluation EM1



**Rappels:**Vocabulaire

- La moyenne de  $N$  nombres  $x_1, x_2, \dots, x_N$  est égale au quotient de la somme de ces nombres par  $N$ :

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N}$$

- L'équation réduite d'une droite (non parallèle à l'axe des ordonnées) est de la forme  $y = ax + b$ .  $a$  est le coefficient directeur de cette droite et  $b$  est son ordonnée à l'origine.

**Activité 1**

**1 Relier** chaque liste de nombres à la moyenne de ceux-ci.

1 ; 2 ; 9	•	• 33
0 ; 1 ; 3 ; 5 ; 6	•	• 3
1 ; 1,5 ; 2 ; 3,5	•	• 4
57 ; 19 ; 23	•	• 36
26 ; 58 ; 32 ; 28	•	• 2

**2 a) Placer** sur le graphique les points A(1 ; 2) et B(5 ; 4), puis **tracer** la droite (AB).

**b) Cocher** les cases correspondant aux réponses exactes.

Le coefficient directeur  $a$  et l'ordonnée à l'origine  $b$  de la droite (AB) sont:

- $a = 0,5$  et  $b = -0,5$   
  $a = 0,5$  et  $b = 0,5$   
  $a = 0,5$  et  $b = 1,5$

L'équation réduite de la droite (AB) est:

- $y = 0,5x - 0,5$   
  $y = 0,5x + 0,5$   
  $y = 0,5x + 1,5$

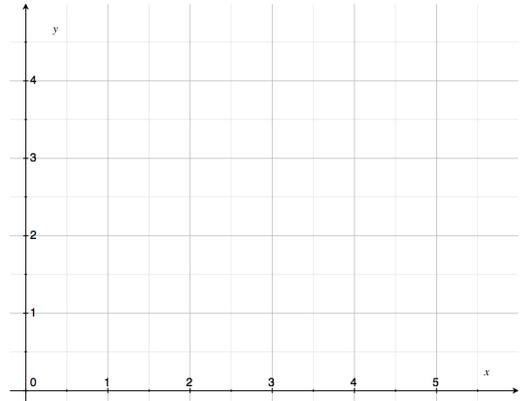
**c) Rayer** les encadrés inexacts.

$0,5 \times 4,5 + 1,5$  est égal / n'est pas égal à 3,75

Le point C (4,5 ; 3,75) appartient / n'appartient pas à la droite (AB)

**d) Compléter**, en faisant apparaître sur le graphique les traits permettant les lectures.

- Le point d'abscisse 2 appartenant à la droite (AB) a pour ordonnée:.....
- Le point d'ordonnées 3,5 appartenant à la droite (AB) a pour abscisse:.....



## I. Séries statistiques à deux variables quantitatives

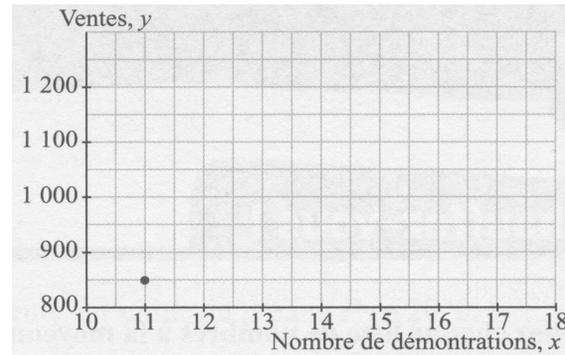
### I.1. Représenter un nuage de points

Un éditeur commercialise un logiciel.

Voici, pour chacun des quatre derniers trimestres, les statistiques sur le nombre  $x_i$  de démonstration faites auprès des acheteurs potentiels de ce logiciel et le nombre  $y_i$  de vente, présentées de deux manières (graphique à compléter dans l'activité):

Nombre de démonstrations, $x_i$	Nombre de ventes, $y_i$
11	850
14	1 000
16	1 100
17	1 250

Tableau de données



Nuage de points

L'ensemble des quatre couples  $(11 ; 850)$ ,  $(14 ; 10000)$ ,  $(16 ; 1100)$  et  $(17 ; 1250)$  issus du tableau est appelé **série statistique** à deux variables  $x$  et  $y$ , ou encore série statistique  $(x_i ; y_i)$ .

L'ensemble des quatre points de coordonnées  $(11 ; 850)$ ,  $(14 ; 10000)$ ,  $(16 ; 1100)$  et  $(17 ; 1250)$  forme le **nuage de points** de cette série statistique.

### Activité 2

**Cocher** la case correspondant à la réponse exacte.

1. a) Pour 16 démonstrations effectuées, combien de logiciels ont-ils été vendus?

- 850                       1 000                       1 100                       1 250

b) Pour 1000 logiciels vendus, combien de démonstrations ont été faites?

- 11                       14                       16                       17

2. **Compléter** sur le graphique le nuage de points de la série statistique  $(x ; y)$ .

### I.2. Comment représenter, sur la calculatrice, le nuage de points d'une série statistique à deux variables ?

#### Méthode 1

**Étape 1** Ouvrir le MENU STAT de la calculatrice, entrer les titres et les données statistiques dans les 2, premières colonnes

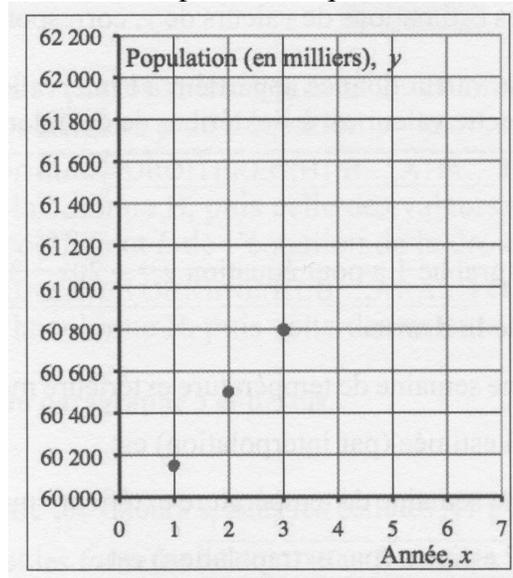
**Étape 2** Sélectionner GRAPH puis SET. Sur la ligne Graph Type sélectionner Scat, sur la ligne XList choisir List1 et sur la ligne YList List2. EXIT

**Étape 3** Gph1

Le tableau suivant donne la population d'un pays pour les six dernières années.

◇	A	B	C	D	E	F	G
1	Année, $x_i$	1	2	3	4	5	6
2	Population (en milliers), $y_i$	60 150	60 500	60 800	61 200	61 600	62 000

**Représenter** sur la calculatrice, le nuage de points de la série statistique  $(x ; y)$ , puis **compléter** le graphique suivant en reportant les trois points manquants.



Exercices :  1 p 11     3 p 12     4 p 12     5 p 12     8 p 13

### I.3. Calculer les coordonnées du point moyen d'un nuage

Le **point moyen** du nuage de points d'une série statistique  $(x_i ; y_i)$  est le point de coordonnées  $(\bar{x} ; \bar{y})$  où  $\bar{x}$  est la moyenne des nombres  $x_i$  et  $\bar{y}$  est la moyenne des nombres  $y_i$ .

#### Activité 3

1. Pour la série statistique du paragraphe **I.1.**, **calculer**  $\bar{x}$  et  $\bar{y}$

$$\bar{x} = \quad \bar{y} =$$

2. **Cocher** la case correspondant à la réponse exacte.

Le point moyen a pour coordonnées :

- (14,5 ; 0)     (14,5 ; 1050)     (1050 ; 14,5)     (1050 ; 0)

3. **Placer** le point moyen sur le graphique.

Les coordonnées du point moyen peuvent être calculées à l'aide de la calculatrice.

Après avoir entré les données dans le tableau statistique de la calculatrice, taper CALC puis 2VAR, on lit les coordonnées du point moyen:  $\bar{x}$  et  $\bar{y}$ .

**Vérifier** les résultats de l'activité 3.

## Nuage de points et point moyen

Une série statistique à deux variables est donnée sous forme d'un tableau :

Variable 1 : $x_i$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	...	$x_n$
Variable 2 : $y_i$	$y_1$	$y_2$	$y_3$	...	$y_n$

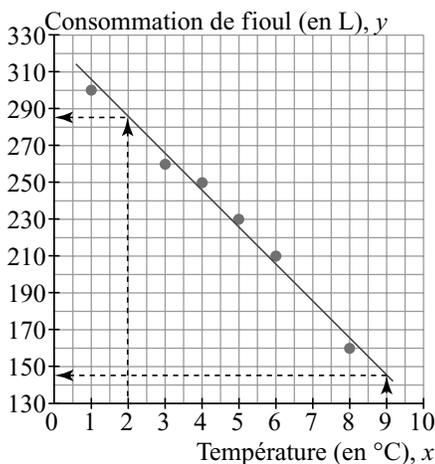
Dans un repère, les points de coordonnées  $(x_i ; y_i)$  constituent le nuage de points représentant la série statistique.

Le point moyen du nuage a pour coordonnées  $(\bar{x} ; \bar{y})$  où  $\bar{x}$  est la moyenne des  $x_i$  et  $\bar{y}$  est la moyenne des  $y_i$ . Il est situé au « centre » du nuage.

Exercices : □ 11 p 13

## II. Ajustement affine

### II.1. Déterminer une droite d'ajustement d'un nuage de points



Le gestionnaire d'un lycée a tracé le nuage de points de la série statistique  $(x_i ; y_i)$ , où les valeurs  $x_i$  sont les températures extérieures moyennes (en °C) lors de 6 semaines, et les valeurs  $y_i$  sont les consommations (en L) correspondantes de la chaudière.

Les points de ce nuage étant approximativement alignés, il a aussi tracé, à la main sur le graphique, une droite "ajustant au plus près" les points du nuage.

Cette droite est une droite d'ajustement du nuage : les coordonnées  $(x_i ; y_i)$  des points vérifient, de façon approchée, l'équation  $y = ax + b$  de cette droite

### Activité 4

Pour la série précédente, **cocher** la case correspondant à la réponse exacte.

Une droite d'ajustement a été envisagée parce que les points du nuage sont approximativement alignés.  Vrai  Faux

2. a) Les coordonnées du point moyen du nuage sont  (235 ; 4,5)  (4,5 ; 235)

b) La droite d'ajustement tracée passe par ce point.  Vrai  Faux

### II.2. Réaliser une estimation en utilisant une droite d'ajustement

A l'aide d'un tracé ou d'une équation d'une droite d'ajustement d'une série statistique  $(x_i ; y_i)$ , on peut réaliser des estimations de valeurs de  $y$ , correspondantes à des valeurs de  $x$  données :

- par **interpolation** lorsque la valeur donnée appartient à l'intervalle des valeurs  $x_i$ ;
- par **extrapolation** lorsque cette valeur est à l'extérieur de cet intervalle.

**Activité 5**

La droite d'ajustement tracée au paragraphe II.1 a pour équation  $y = -20x + 325$ .

**1. Compléter**, en utilisant le trace de la droite.

Pour  $x = 2$ , on lit  $y \approx$  ..... Pour une semaine de température extérieure moyenne ..... $^{\circ}\text{C}$ , la consommation de fioul estimée (par interpolation) est .....L.

Pour  $x = 9$ , on lit  $y \approx$  ..... Pour une semaine de température extérieure moyenne ..... $^{\circ}\text{C}$ , la consommation de fioul estimée (par extrapolation) est .....L.

**2. Compléter**, en utilisant l'équation de la droite.

Pour  $x = 2$ ,  $y =$  .....  $\times$  .....  $+$  .....  $=$  .....

Pour  $x = 9$ ,  $y =$  .....

**3.** Les résultats obtenus aux questions 1. et 2. sont-ils cohérents? .....

### II.3. Comment déterminer, à la calculatrice, l'équation réduite d'une droite d'ajustement d'un nuage de points ?

**Méthode 2**

**Étape 1: Entrer** les données statistiques comme expliqué dans la **méthode 1**.

**Étape 2:** CALC puis X et enfin  $ax+b$ .

**Étape 3: Lire** les valeurs de  $a$  et  $b$  respectivement coefficient directeur et ordonnée à l'origine de la droite d'ajustement affine.

**Étape 4: Ecrire** l'équation réduite de la forme  $y = ax+b$ .

**Étape 5: Taper** DRAW si vous voulez tracer la droite sur le nuage de points.

On donne l'évolution du nombre d'internautes en France (en millions) de 2004 à 2009.

Année, $x_i$	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Nombre d'internautes, $y_i$	23,7	26,2	28,6	30,4	35	38

En admettant que les points du nuage de la série statistique  $(x_i ; y_i)$ , sont approximativement alignés, **déterminer** à la calculatrice une équation  $y = ax + b$  d'une droite d'ajustement (arrondir  $a$  et  $b$  à l'unité).

**Étapes 1, 2, 3 et 4:** on obtient:  $a =$  .....  $b =$  .....

$y =$  .....

**Étape 5: Tracer** la droite d'ajustement affine dans le même repère que le nuage de points

Lorsque le nuage a une forme « allongée », on peut rechercher une droite passant par le point moyen et au plus près des autres points : c'est un **ajustement affine** du nuage. L'équation  $y = ax + b$  de la **droite d'ajustement** donne la « tendance » de l'évolution de  $y$  en fonction de  $x$ .

Exercices :  15p 14     16 p 15     17 p 15     18 p 15     23 p 17

24 p 17

Problèmes :  26 p18     29p19     35 p 21     36 p 21     39 p 22

40 p 22     42 p 23

Evaluation EM1 le .....