

# La notion de « concept mathématique »

## Didactique

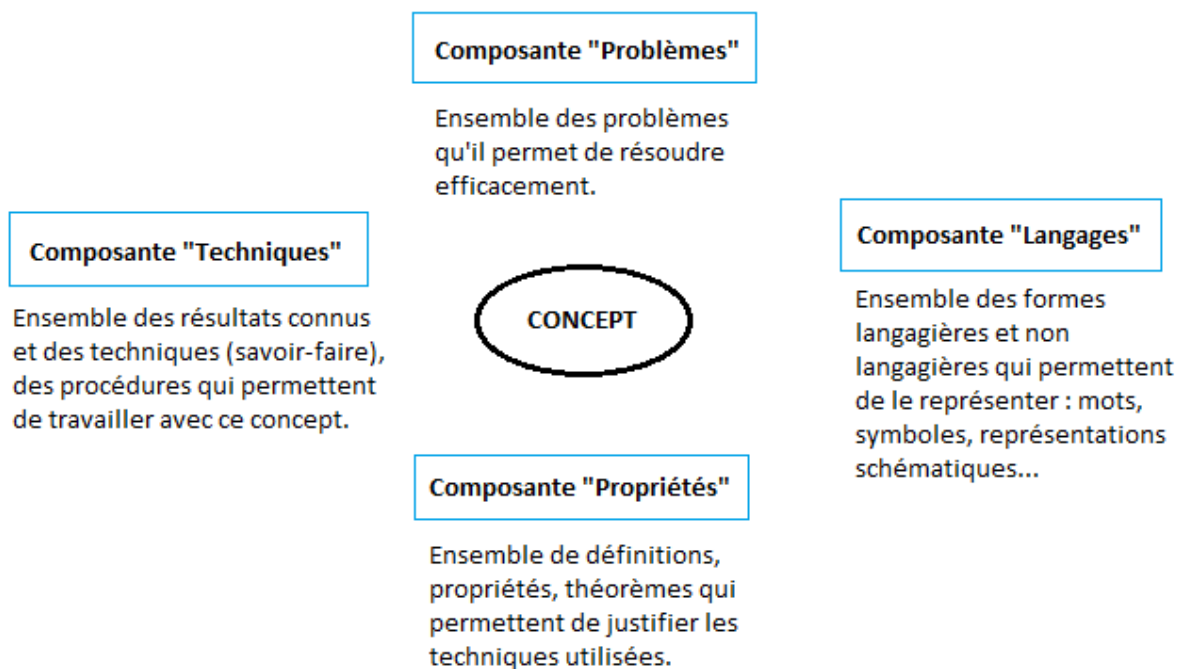
La compréhension est essentielle pour l'élève comme pour l'enseignant.

Une façon d'aborder la question de la compréhension consiste à considérer que les mathématiques sont constituées de concepts qu'elles visent à organiser et dont elles étudient les propriétés dans le but de mieux les connaître et de les rendre opératoires.

L'enseignement vise à assurer chez les élèves une certaine maîtrise d'un certain nombre de ces concepts.

### 1. Qu'est-ce qu'un concept mathématique ?

Pour les besoins de l'enseignement, **quatre composantes permettent de caractériser un concept.**



*Ce schéma est inspiré du cadre proposé par Gérard Vergnaud pour rendre compte des différents aspects qui caractérisent un concept, mais qui permettent également d'organiser les réponses à la question de la compréhension d'un concept.*

## 2. Composantes de ce schéma appliquées à un concept.

Les différentes composantes du schéma	Le concept de nombre entier naturel
<p><b>Composante « Problèmes »</b></p> <p>Les problèmes qui peuvent être résolus avec un même concept sont nombreux et variés. D'où la <b>nécessité de disposer d'une classification</b> qui tient compte de la structure mathématique sous-jacente et qui peut être organisée en tenant compte du développement psychologique des élèves.</p>	<p>Pour l'école primaire, on peut citer l'utilisation de ces nombres pour :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Exprimer des quantités et des mesures de grandeurs (<i>longueurs, aires...</i>) ;</li> <li>- Repérer un point sur une ligne régulièrement graduée ;</li> <li>- Anticiper le résultat d'une action sur ces grandeurs (<i>augmentation, diminution, partage...</i>) ou sur ces positions (<i>déplacement, écart...</i>).</li> </ul>
<p><b>Composante « Propriétés »</b></p> <p>Une définition permet de caractériser un concept, notamment par rapport à d'autres concepts. Les <b>propriétés</b> et les <b>théorèmes</b> permettent une meilleure connaissance du concept et fournissent des arguments pour mettre au point ou justifier des techniques liées à celui-ci.</p>	<p>Parmi les <b>propriétés</b>, on peut évoquer le fait que « <b>tout nombre entier naturel a un successeur</b> » ou que « <b>le plus petit nombre entier naturel est 0</b> »...</p> <p>Concernant les <b>théorèmes</b>, ils ne peuvent pas faire l'objet d'une explicitation à l'école primaire, mais les élèves seront amenés – par exemple – à utiliser en acte le fait que « <b>a &lt; b et b &lt; c entraîne forcément que a &lt; c</b> ».</p>
<p><b>Composante « Techniques »</b></p> <p>Les <b>techniques</b> permettent de rendre le <b>concept opératoire</b>. Elles <b>peuvent être soit routinisées</b> (car mémorisées), <b>soit produites en mobilisant un raisonnement</b>. Elles s'appuient sur des résultats connus et mémorisés.</p>	<p>L'une d'entre elles, importante, est la <b>pratique du dénombrement</b> (« <i>schème du dénombrement</i> » par <i>Gérard Vergnaud</i>) : elle est <b>fondée sur la stabilité de la suite des nombres mise en relation avec une série d'objets</b>, le dernier mot-nombre prononcé exprimant la quantité d'objets.</p>
<p><b>Composante « Langages »</b></p> <p>Le langage <b>verbal, schématique</b> ou <b>symbolique</b> a une <u>triple fonction</u> :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- De communication pour désigner un objet mathématique, une relation, une propriété ;</li> <li>- Calculatoire pour organiser un traitement (<i>effectuer des calculs, conserver des résultats...</i>) ;</li> <li>- D'accompagnement de la pensée (<i>figures à main levée en géométrie, schémas en arithmétique...</i>).</li> </ul>	<p>On peut citer :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- L'écriture des nombres dans un système de numération ;</li> <li>- Leur expression verbale du type <i>quatre-vingt-treize</i> ;</li> <li>- Leur représentation sur un boulier...</li> </ul> <p><u>Selon le système adopté, la comparaison des nombres, les calculs, n'utilisent pas les mêmes techniques.</u></p>