02 octobre 2016

I – Panier à 3 pts

La fin de ce match de basket féminin est tendue car le score est très serré. Jeanne, capitaine de l'équipe, prend ses responsabilités et tente un panier à 3 points. Le ballon, de masse m = 600 g, est lancé et quitte les mains de Jeanne à la date t = 0 s selon les conditions initiales suivantes :

- Position initiale au point A (voir repère proposé sur le schéma qui suit).
- Vitesse initiale de valeur $\mathbf{v_0 = 8\ m.s^{-1}}$ et faisant un angle $\boldsymbol{\alpha}$ **= 50 degrés** avec l'horizontale.

Une fois le ballon lancé, les actions de l'air sont négligées.

1) ***Etude de la trajectoire***

   a. Après avoir défini le système matériel étudié et choisi un référentiel, présenter la force qui s'exerce sur le système.

Système : le ballon (on étudie le mouvement de son centre d'inertie). Référentiel terrestre considéré comme galilèen. Force exercée : le poids $\vec{P}$ = mvertical vers le bas et de valeur P = mg.
Dans le repère proposé (schéma), les coordonnées du vecteur $\vec{g}$ sont $g_x = 0$ et $g_y = -g$

   b. Présenter clairement les expressions des coordonnées de position et de vitesse initiales du système.

Vecteur vitesse initiale $\vec{v_0}$: $v_{0x} = v_0\cos\alpha$, $v_{0y} = v_0\sin\alpha$.
Vecteur position initiale $\overrightarrow{OG_0}$: $x_0 = 0$, $y_0 = 2{,}5$

   c. C'est à l'aide d'une loi que l'on peut établir les coordonnées de l'accélération du système :

      i. Nommer et énoncer cette loi

Il s'agit de la deuxième loi de Newton : Dans un référentiel galiléen, la somme des forces extérieures s'exerçant sur un système matériel est égale au produit de la masse de ce système par l'accélération de son centre d'inertie.

      ii. Déterminer les coordonnées du vecteur accélération du centre d'inertie du système étudié dans le repère choisi (voir schéma).

L'expression de la deuxième loi de Newton est ici (une seule force exercée- le poids) : $\vec{P} = m\overrightarrow{a_G}$
Soit $m\vec{g} = m\overrightarrow{a_G}$ puis $\vec{g} = \overrightarrow{a_G}$
Les coordonnées du vecteur accélération sont donc égales aux coordonnées du vecteur champ de pesanteur $\vec{g}$: $a_x = g_x = 0$ et $a_y = g_y = -g$

   d. Etablir les équations horaies des coordonnées de vitesse et de position du système décrivant son mouvement.

A partir des expressions de a_x et a_y, nous réalisons des primitives par rapport à la variable temps (t) pour obtenir les coordonnées de la vitesse, v_x et v_y puis celles de la position, x et y.
Chaque opération de primitive oblige à proposer la présence d'une valeur constante à la fin de l'expression. La détermination de chaque constante se fait à l'aide des conditions initiales (en se plaçant à la date t = 0 et en utilisant les coordonnées initiales de vitesse et de position, qui sont connues (question b).
Les résultats :

- Pour la vitesse : v_x = **$v_0\cos\alpha$ et $v_y = -gt + v_0\sin\alpha$.**
- **Pour la position : $x = v_0\cos\alpha \times t$ et $y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0\sin\alpha \times t + 2{,}5$**

   e. En déduire l'expression de la trajectoire :

$$y = -\frac{gx^2}{2v_0^2\cos^2\alpha} + \tan\alpha \times x + 2{,}5$$

De l'expression de x on tire une expression de t : $t = \frac{x}{v_0\cos\alpha}$ et on la remplace dans l'expression de y…

Je vous laisse terminer c'est dans le cours !

   f. La panier peut-il être marqué, autrement dit, la trajectoire du ballon passe-t-elle par le point B (voir schéma) ? (*valeur du champ de pesanteur, supposé uniforme : $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$*)

Il suffit de prendre l'équation de la trajectoire (qui est donnée) et d'y remplacer x par 6 (puisque le panier se trouve à l'abscisse x = 6 m). On calcule la valeur de y correspondante et on trouve y = 3,0 m. La trajectoire du ballon passe donc par le panier. $v_0\sin\alpha$.

2) ***Défense efficace ?***

Une joueuse de l'équipe adverse tente d'intercepter le tir. Elle se trouve à l'abscisse x = 5 m (point C) et va sauter verticalement vers le haut, le bras tendu lui aussi verticalement. Elle peut ainsi constituer un obstacle allant jusqu'à la

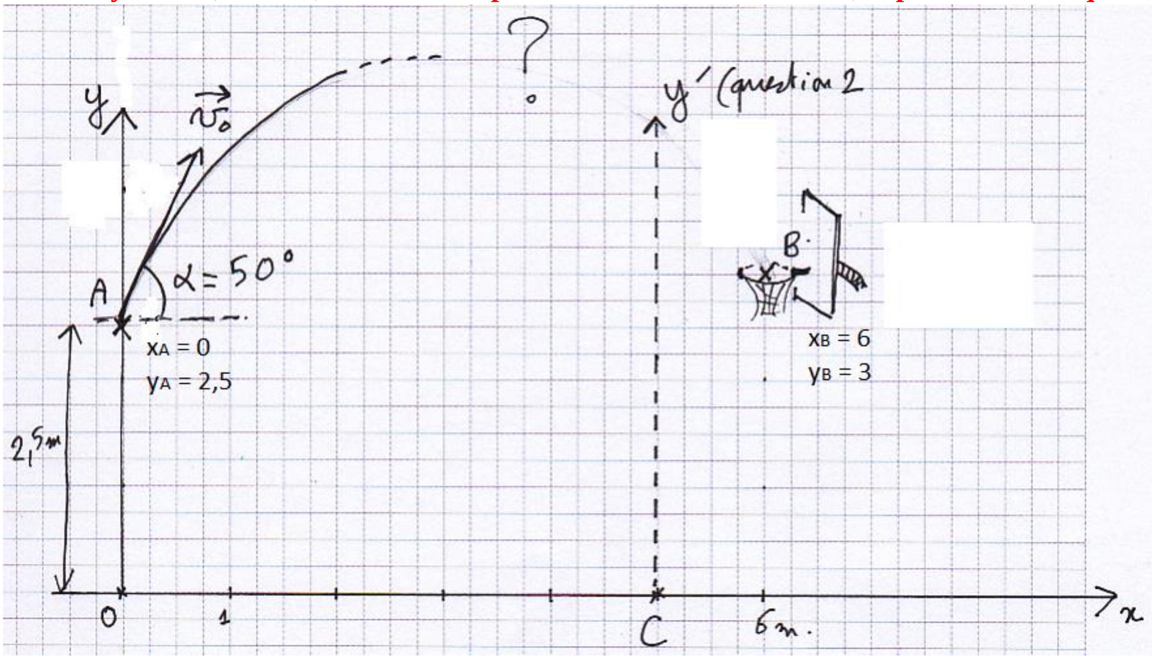
hauteur L + y'_{max}, avec L = 2,5 m sa taille des pieds à l'extrémité de son bras tendu et y'_{max} hauteur maximum atteinte par ses pieds au cours de son saut.
Il n'est pas ici question de temps, on suppose que le timing de la défenseure est correct, la question est de savoir si elle saute assez haut pour couper la trajectoire du ballon. Vous devez donc considérer le mouvement des pieds qui se soulève du sol jusqu'à la hauteur y'_{max}. Après avoir déterminé y'_{max}, vous comparerez L + y'_{max} à l'ordonnée y du ballon lorsqu'il passe en x = 5 m et qui est donnée : y = 3,8 m.

Conditions initiales du saut :

- *Position des pieds : x = 5 m, y' = 0 m*
- *Vitesse initiale verticale et vers le haut de valeur v'_0 = 4,0 m.s^{-1}.*

Le ballon est-il arrêté par la joueuse qui défend ?

Il s'agit d'établir les équations horaires du mouvement de la défenseure, et de s'intéresser au passage de celle-ci à une hauteur maximum à laquelle nous pourrons faire correspondre une vitesse verticale $v'_y = 0$. Nous déterminerons la date correspondante, puis la valeur y'_{max} atteinte. Enfin nous pourrons conclure après avoir ajouté L à la valeur y'_{max} afin de procéder à la comparaison avec y = 3,8 m.
Les équations horaires (à retrouver) sont :
$v'_x = 0$ et $v'_y = -gt + 4$ d'une part $x' = 5$ et $y' = -\frac{1}{2}gt^2 + 4t$
$v'_y = 0$ mène à t_{sommet} = 0,4 s, ce qui permet de calculer y'_{max} = 0,8 m.
Soit L + y'_{max} = 3,3 m < 3,8 m le ballon passe au-dessus de la défense, le panier est marqué.



3) On fête la victoire

Apparemment le panier a été marqué et le match est terminé. Une autre joueuse de l'équipe, Eliza (m_1 = 65 kg), se précipite sur Jeanne en ligne droite à une vitesse de valeur constante v_1 = 4 m.s^{-1}. Jeanne, initialement immobile (m_2 = 80 kg, v_2 = 0 m.s^{-1}) est emportée par sa coéquipière qui ne la lâche plus. L'ensemble des deux joueuses se déplace alors à une vitesse v' (le parquet, horizontal, est devenu glissant et on néglige tous les frottements si l'on considère les mouvements juste avant et juste après l'impact).

a. Expliquer pourquoi la situation va pouvoir être décrite à l'aide de la première loi de Newton.

C'est la première loi de Newton qui va permettre la résolution : dans un référentiel galiléen, la quantité de mouvement d'un système isolé ou pseudo-isolé est constante.
Le système est l'ensemble des deux joueuses. Chacune est caractérisée avant l'impact par une quantité de mouvement constante (immobilité pour Jeanne, mouvement rectiligne uniforme pour Eliza). Les deux joueuses constituent donc un système pseudo-isolé.
Le choc entre Eliza et Jeanne constitue une interaction au sein du système. Le choc n'est donc pas lié à des forces extérieures supplémentaires, le système va rester pseudo-isolé et sa quantité de mouvement totale sera la même avant et après le choc.

b. Déterminer la valeur de v'.

Quantité de mouvement avant le choc : $\vec{p} = \vec{p_1} + \vec{p_2} = m_1\vec{v_1} + \vec{0}$

Quantité de mouvement après le choc : $\vec{p'} = (m_1 + m_2)\vec{v'}$

Première loi de Newton / système pseudo-isolé :

$$\vec{p} = \vec{p'}$$

$$m_1\vec{v_1} = (m_1 + m_2)\vec{v'}$$

$$\vec{v'} = \frac{m_1\vec{v_1}}{m_1 + m_2}$$

Avec les valeurs : $v' = \frac{m_1 v_1}{m_1+m_2} = 1,8\ m.s^{-1}$

II - Une réaction chimique un peu lente

La réaction notée (1) entre les ions permanganate $MnO_4^-{}_{(aq)}$ et l'acide oxalique $H_2C_2O_{4(aq)}$ est une réaction d'oxydoréduction que l'on envisage d'utiliser pour décolorer rapidement une solution d'ions permanganate initialement rose. Dans cette réaction la seule espèce colorée est l'ion permanganate, toutes les autres étant incolores.

Les couples oxydant/réducteur à considérer sont : MnO_4^-/Mn^{2+} et $CO_2/H_2C_2O_4$.

1) Ecrire les **demi-équations** suivantes :
- oxydation de l'acide oxalique en dioxyde de carbone

$H_2C_2O_4 \rightarrow 2\ CO_2 + 2\ H^+ + 2é$ (1)

- réduction de l'ion permanganate en ion manganèse Mn^{2+}

$MnO_4^- + 8\ H^+ + 5\ é \rightarrow Mn^{2+} + 4\ H_2O$ (2)

2) Ecrire l'équation de la réaction (1) en justifiant que la stoechiométrie de la réaction montre que l'on fait réagir 2 mol de $MnO_4^-{}_{(aq)}$ avec 5 mol de $H_2C_2O_{4(aq)}$.
(Dans l'équation, on devra donc avoir coté réactifs : « 2 $MnO_4^-{}_{(aq)}$ + 5 $H_2C_2O_{4(aq)}$ + … » que vous pourrez utiliser par la suite, même si vous ne trouvez pas l'équation complète)

L'équation doit être réalisée de sorte qu'aucun électron n'y apparaisse. Cela traduit le fait qu'il ya autant d'électrons gagnés dans la réduction du permanganate qu'il y en a de perdus dans l'oxydation de l'acide oxalique. On peut aussi rappeler que l'existence des électrons libres en solution aqueuse n'est pas du tout avérée et qu'ils ne doivent donc pas apparaître en tant qu'espèce chimique, réactif ou produit, dans un équation de réaction.

Tout cela pour dire que l'on va multiplier tous les coefficients stoechiométriques de (1) par cinq et ceux de (2) par deux. Cela va donner en particulier 16 H^+ à gauche et 10 H^+ à droite qu'il faut simplifier en 6 H^+ à gauche.

Verdict :

$$5\ H_2C_2O_{4(aq)} + 2\ MnO_4^-{}_{(aq)} + 6\ H^+{}_{(aq)} \rightarrow 10\ CO_{2(g)} + 2\ Mn^{2+}{}_{(aq)} + 8\ H_2O_{(l)}$$

Notez bien pour la question qui suit : Si d'autres réactifs sont écrits à gauche de l'équation, on les considèrera comme présents ou apportés en excès par rapport à MnO_4^- et $H_2C_2O_4$.

3) ***Expérience n° 1*** : à, 25 °C, dans un volume V_1 = 20 mL d'une solution de permanganate de concentration $c_1 = 1,0\times10^{-3}$ mol.L^{-1}, on verse V_2 = 10 mL d'une solution d'acide oxalique de concentration $c_2 = 1,0\times10^{-2}$ mol.L^{-1}.
La réaction démarre et va à son terme (on atteint $x_{final} = x_{max}$).
Le milieu est-il totalement décoloré ?
(*on pourra répondre en travaillant à l'aide d'un tableau d'avancement, en cherchant le réactif limitant, etc.)*

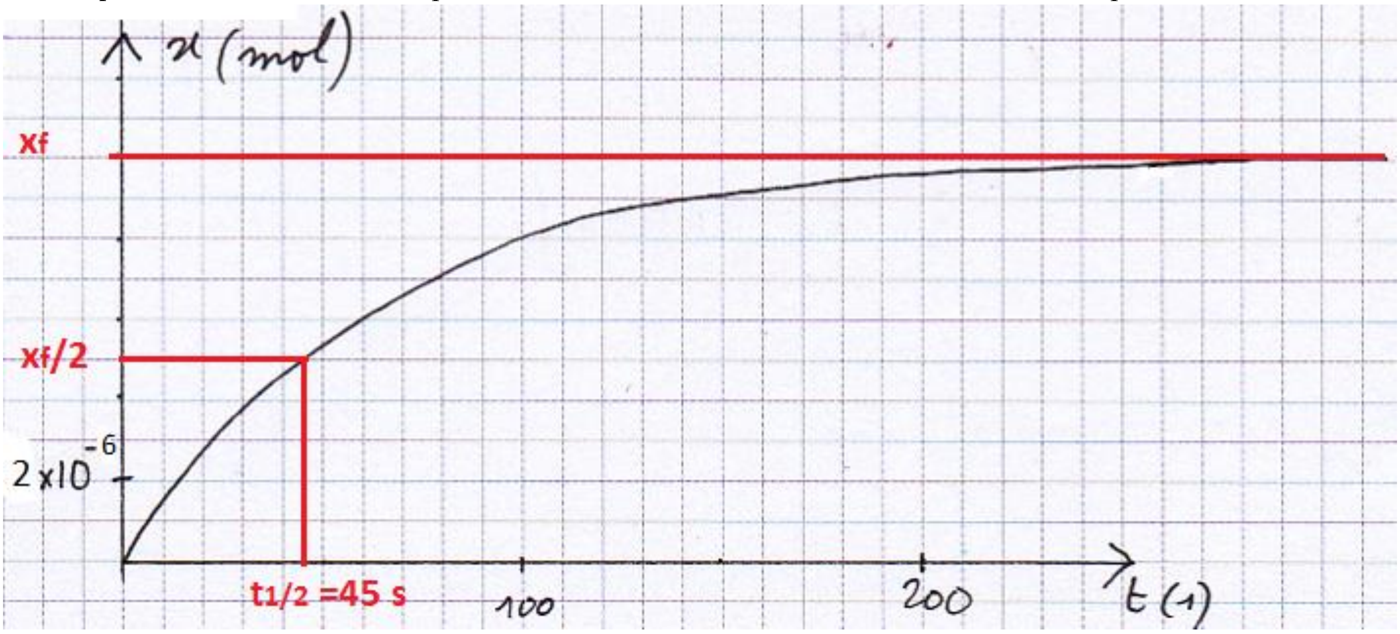
	$5\ H_2C_2O_{4(aq)}$	$+\ 2\ MnO_4^-{}_{(aq)}$	$+\ 6\ H^+{}_{(aq)}$	$\rightarrow 10\ CO_{2(g)}$	$+\ 2\ Mn^{2+}{}_{(aq)}$	$+\ 8\ H_2O_{(l)}$
Etat initial	n_2	n_1	excès	0	0	excès
Etat en cours	$n_2 - 5x$	$n_1 - 2x$	excès	10x	2x	excès

La réaction est totale et atteint $x = x_{max}$

Si l'acide oxalique est le réactif limitant, on a : $n_2 - 5x_{max} = 0$, soit $x_{max} = n_2 /5 = c_2V_2 /5 = 1,0\times10^{-4}$ mol.

Si MnO_4^- est le réactif limitant, on a : $n_1 - 2x_{max} = 0$, soit $x_{max} = n_1 / = c_1V_1 /2 = 1{,}0\times10^{-5}$ mol, une valeur plus petite. C'est donc MnO_4^-, de couleur rose, qui est le réactif limitant et qui sera entièrement consommé : le milieu sera totalement décoloré.

4) La décoloration de la solution (qu'elle soit complète ou non) a été suivie par spectrophotométrie et cela a permis de tracer une courbe présentant l'avancement de la réaction en fonction du temps :



a. Indiquer sur cette courbe x_f, l'avancement final de la réaction. La valeur numérique trouvée est-elle en accord avec les calculs réalisés précédemment (question 3) ?

On prolonge horizontalement au niveau de la valeur finale (atteinte à partir de t valant environ 300 s et on tombe sur $x_f = 10\times10^{-6} = 1\times10^{-5}$ mol, la valeur précédemment obtenue par le calcul : accord.

b. Indiquer sur cette courbe le temps de demi-réaction. Donner la valeur de $t_{1/2}$.

On se place à $x_f/2$ et au niveau de la courbe pour trouver $t_{1/2}$ valant environ 45 s (schéma).

5) Par souci de commodité, on souhaite accélérer la décoloration. On décide de mettre en œuvre des expériences légèrement différentes afin de vérifier l'influence de certains paramètres.

- ***Expérience n°2*** : mêmes solutions mélangées, mêmes volumes apportés, Température du milieu réactionnel 50 °C.
- ***Expérience n°3*** : toujours V_1 = 20 mL d'une solution de permanganate de concentration $c_1 = 1{,}0\times10^{-3}$ mol.L^{-1}, mais on verse maintenant V'_2 = 10 mL d'une solution d'acide oxalique de concentration $c_2 = 1{,}0\times10^{-1}$ mol.L^{-1}. La température est maintenue à 50 °C.

a. Qu'appelle-t-on un facteur cinétique ?

Un paramètre qui peut influencer la durée d'une réaction chimique.

b. Quels sont les facteurs cinétiques que l'on cherche à mettre en évidence dans les expériences n°2 et n°3 ?

Expérience n°2 : température.
Expérience n°3 : température + concentration en réactif

c. Compléter le graphe x = f(t) précédent avec l'allure des courbes x = f(t) que l'on doit obtenir suite aux expériences n° 2 et n°3. Justifier précisément chaque courbe.
(*vous pouvez aussi répondre en reproduisant le graphe à la main sur votre copie si vous préférez*)

Dans l'expérience n°2, on atteint x_f plus tôt que dans l'expérience n°1 (T a été augmentée).
Dans l'expérience n° 3, on atteint x_f encore plus tôt, vu qu'au premier facteur cinétique, on en ajoute un deuxième, la concentration en réactifs. A ce propos, il faut noter que nous avons augmenté la concentration en acide oxalique, qui était déjà le réactif en excès lors de la première expérience. Nous n'avons donc pas changé la valeur de x_f, les trois courbes doivent se réunir à la même valeur de x_f.