Introduction

L'apprentissage du nombre et de la numération décimale est l'autre grand enjeu de la classe du CP avec celui du lire/ écrire.

Or, si on examine les évaluations internationales ou nationales, des difficultés, certes moindres que celles dans celui de la langue écrite, apparaissent dans le champ des mathématiques, difficultés persistantes et résistantes à la pédagogie différenciée, au Dispositif d'Aide et de Soutien aux Elèves en difficultés pour les élèves de l'école primaire.

Ces difficultés interrogent ma pratique.

Comment aider les élèves à surmonter ces difficultés ?

Plus précisément, la mise en place de situations didactiques appropriées peut-elle limiter l'apparition de telles difficultés ?

Quels outils élaborer pour les élèves les plus fragiles ?

Nous allons tenter de répondre à ce questionnement au travers du choix des situations didactiques et d'exemples de situations proposées dans la classe.

I/ Numération décimale : quelles situations d'apprentissage ?

A/ Quelques précisions utiles sur notre système de numération.

Notre système de numération est décimal : c'est un système de désignation des nombres qui utilise la base dix. Dans ce système de base dix, les groupements sont réguliers et toujours effectués par paquets de dix, puis par paquets de paquets de dix (les paquets de 100) et ainsi de suite. Ainsi dix unités d'un ordre donné constituent une unité d'ordre immédiatement supérieur. Ainsi chaque nombre entier peut être décomposé selon les puissances de 10.

Par exemple : $2348 = (2 \times 10^3) + (3 \times 10^2) + (4 \times 10^1) + (8 \times 10^0)$

Notre système de numération écrite de désignation des nombres utilise dix symboles (les chiffres de 0 à 9) et un ensemble de règles permettant de les agencer pour désigner les nombres entiers. Il faut alors respecter les conventions suivantes : les chiffres s'utilisent dans l'ordre pour écrire les nombres, chaque chiffre a une valeur différente selon la position qu'il occupe dans l'écriture du nombre. C'est pour cela qu'on qualifie notre système de numération écrite de positionnel.

Exemple dans le nombre 32, le chiffre 3 désigne 3 paquets de 10 objets, alors que dans l'écriture du nombre 23 il désigne une quantité de 3 objets

Notre système de numération orale comprend deux zones d'irrégularité de onze à seize et de soixante à quatre-vingt-dix-neuf. Ces particularités doivent aussi être l'objet d'un apprentissage requérant toute l'attention de l'enseignant car l'apprentissage des liens entre la numération écrite et orale est souvent décrit comme un point faible de l'enseignement actuel (cet apprentissage sera développé dans la partie II sur la langue numérale, langue numérique).

Enfin il nous faut préciser les objectifs d'apprentissage que nous indiquent les programmes 2008 dans le champ des mathématiques et dans le domaine Nombres et calcul : « Connaître (savoir écrire et nommer) les nombres entiers inférieurs à 100. Comparer, ranger, encadrer ces nombres. »[1]

B/ Relevé des erreurs des élèves constatées en cours ou en fin de cycle 2 et en début de cycle 3

[1] BO Hors-série n°3 du 19 juin 2008, Horaires et Programmes d'Enseignement de l'Ecole Primaire

Il m'a semblé cohérent de partir des erreurs constatées chez les élèves. Quand on conduit des bilans, des entretiens ou que l'on observe les élèves de cycle 2 ou de début de cycle 3 dits en difficulté en mathématiques on constate trois types d'erreurs.

Premier type d'erreur : une connaissance imparfaite de la numération décimale : l'élève n'a pas compris que dix unités d'un ordre donné constituent une unité d'ordre immédiatement supérieur. Exemples : 20 n'équivaut pas à 2 « paquets » de 10, 30 à 3 « paquets »,... et 100 à 10 « paquets » de 10. On peut penser alors que les erreurs « de retenues » dans les calculs d'additions ou de soustractions résultent du même ordre : le nombre 10 ne signifie pas une retenue de 1 au rang des dizaines. Ce premier type d'erreurs pourrait être analysé comme la conséquence de la non compréhension par l'élève d'une des caractéristiques de notre système de numération : dix unités d'un ordre donné constituent une unité d'ordre immédiatement supérieur. Ou bien de l'ignorance du fait que la valeur d'un chiffre résulte de sa position dans l'écriture du nombre. Exemple : un élève en difficulté pense que pour le nombre 42, la valeur du 4 est 4 (unités) et non pas 4 dizaines ou 4 « paquets » de 10. Ainsi si on demande à un élève de répondre à la question « Combien as-tu de cubes ? » lorsqu'on lui présente 4 barres de 10 cubes et deux cubes et il répond « 4+2 ».

Le deuxième type de difficultés concerne l'écriture chiffrée des nombres que l'on peut constater lors de dictées de nombres. Par exemple, quatre-vingts est écrit 4 20, ou soixante-douze : 60 12, ou 612. On peut penser alors que l'élève reproduit ce qui fonctionne dans l'étude du code grapho-phonologique, le « j'écris ce que j'entends ».

Le troisième type d'erreurs concerne des conduites «écologiques» d'adaptation au milieu scolaire. Les élèves ne cherchent pas à prendre du sens dans les tâches qui leur sont proposées, mais plutôt à produire ce qu'ils pensent être attendu par l'enseignant. Ces erreurs ont été plus particulièrement constatées dans les groupes d'Aide et de Soutien visant la résolution de problèmes. « Pour résoudre le problème du jour je vais faire une soustraction car c'est ce qu'on vient d'apprendre ». On peut dire ici que l'élève semble être hyper sensible aux effets contextuels, et c'est un des aspects non négligeable du « contrat didactique » tel que l'a défini Guy Brousseau. Cette notion sera plus particulièrement développée dans la partie ci-après.

C/ Quel type de situations didactiques ?

Nous faisons une première hypothèse : c'est le type de situation didactique proposée qui va minimiser, voire annuler une trop grande sensibilité de l'élève au contexte scolaire. Et aussi éviter « la pensée magique », celle qui conduit l'élève à penser qu'en écoutant bien la maîtresse, en étant bien sage, il apprend et qui n'a pas conscience que c'est en s'engageant lui-même qu'il construit son apprentissage.

Il s'agit de faire comprendre à l'élève que la responsabilité de l'apprentissage est aussi de son côté, en lui proposant des situations dites problèmes élaborées par l'enseignant.

« La situation problème met simplement le sujet en route, l'engage dans une intéraction active entre la réalité et ses projets....Son intérêt y est mobilisé par une énigme, il y est explicitement placé en situation de construction de ses connaissances. » [2]

Au problème posé, l'élève ne peut répondre directement, il y a quelque chose de nouveau à apprendre et c'est en élaborant la réponse qu'il construit la connaissance visée par l'enseignant.

Dans la Théorie des Situations Didactiques, développée dans les années 80, Guy Brousseau introduit la notion de contrat didactique. G. Brousseau (1986) : « On appelle contrat didactique, l'ensemble des comportements de l'enseignant qui sont attendus de l'élève, et de l'ensemble des comportements de l'élève qui sont attendus de l'enseignant… Ce contrat est l'ensemble des règles qui déterminent explicitement pour une petite part, mais surtout implicitement, ce que chaque partenaire de la relation didactique va avoir à gérer et dont il sera, d'une manière ou d'une autre, comptable devant l'autre. »

Il est de la responsabilité de l'élève de chercher à résoudre le problème et il est de la responsabilité du maître que l'élève apprenne. Il y a une relation contractuelle entre le maître et l'élève. La partie de cette relation contractuelle qui concerne le savoir est le contrat didactique.

Deuxième hypothèse : l'élaboration des réponses aux situations problèmes se fait en groupes car les échanges verbaux entre les élèves, au sein de ces derniers, facilitent l'émergence des connaissances visées.

« Le langage a d'abord une fonction de communication, et l'apprentissage des mathématiques est un apprentissage fortement socialisé. Mais cette fonction de communication ne peut s'exercer utilement qu'en s'appuyant sur *cette autre fonction du langage qu'est sa fonction de représentation*. En relation avec ces deux fonctions, on observe une autre fonction du langage : *l'aide à la pensée et à l'organisation de l'action*.»[3]

[2] Apprendre...Oui, mais comment Philippe Meirieu, ESF éditeur, 1987

[3] L'appropriation du concept de nombre : un processus de longue haleine, les chemins du nombre, G. Vergnaud, PU Lille, 1991

Dans tous les types de situations ou modalités d'apprentissage qui sont à notre disposition en tant qu'enseignant, il en est qui correspondent davantage à mes hypothèses pédagogiques.

Lisons la page Avertissements d' « Apprentissages numériques et résolution de problèmes » CP Cycle 2, INRP, ERMEL.

« Les ouvrages de la collection ERMEL sur les apprentissages numériques mettent à la disposition des enseignants [...] les résultats de recherches menées par l'équipe de didactique des mathématiques de l'INRP [...] les dispositifs d'enseignement proposés ont ainsi été établis à partir d'un certain nombre d'hypothèses :

- *l'importance de la résolution de problèmes par les élèves pour favoriser l'appropriation des connaissances,*

- *le rôle joué par les interactions entre élèves et la nécessité d'argumenter, aussi bien dans les moments de travail en groupes que dans les phases de mise en commun*. »

Plus loin dans cet ouvrage on peut lire en complément de cette page d' « Avertissement », « l'hypothèse 1 : *de nombreuses connaissances* (savoirs, savoirs-faire, conceptions, représentations) *se construisent et prennent du sens à travers des actions finalisées*, c'est à dire permettant de *résoudre un problème*, de répondre à une question, dans une situation que le sujet a pu s'approprier [...] hypothèse 2 : apprendre se fait aussi dans un contexte d'interactions sociales. Nous insisterons sur la nécessité d'une confrontation à d'autres pensées : *l'enfant ne peut construire sa propre pensée qu'en la confrontant à celle d'autrui*. »

On comprend, ici, que les deux hypothèses émises dans cet ouvrage correspondent à celles que j'ai formulées et c'est pour cela que les situations qui vont suivre et qui visent la construction du nombre sont toutes tirées de celui-ci.

D/ Exemples de situations d'apprentissage pour construire la numération décimale

Pour comprendre, connaître et utiliser le nombre il faut avoir construit ses trois aspects en lien avec les caractéristiques de notre système de numération : l'aspect algorithmique, l'aspect groupement et l'aspect échange.

Construire l'aspect algorithmique c'est mettre en évidence la manière dont fonctionne l'écriture chiffrée des nombres : en observant les régularités de la suite

---

Référence extraite de Donner du sens aux mathématiques, tome2 Nombres, opérations et grandeurs, Muriel Fénichel, Nathalie Pfaff, Formation des enseignants, professeur des écoles, Bordas pédagogie, sept. 2005 écrite, sans forcément donner du sens, dans un premier temps, à la signification de chacun des chiffres.

Puis, dans un deuxième temps, il faut installer le lien entre l'aspect algorithmique de l'écriture chiffrée et le fait que cette même écriture désigne une quantité. Pour ce faire il est nécessaire, alors, de donner du sens aux chiffres en fonction de leur position dans l'écriture du nombre en termes de groupements par dix. Cet aspect groupement permet d'accéder plus facilement aux décompositions des nombres entiers en puissances de 10 ou de donner diverses décompositions d'un nombre en utilisant 10, 100, 1000 et de retrouver l'écriture chiffrée d'un nombre à partir de sa décomposition.

Quant au troisième aspect du nombre, à savoir l'aspect échanges il permet de donner du sens au rôle de chaque chiffre dans le nombre en prenant conscience qu'une unité de rang n vaut dix unités du rang n-1. Cet aspect permet aussi de distinguer la notion de valeur de celle de quantité.

Ces trois étapes essentielles à la construction du nombre et à l'entrée dans la numération décimale vont être décrites de façon plus précise, à présent.

1/ L'aspect algorithmique du nombre

Voyons, à présent, quelles situations mises en œuvre dans la classe permettent de construire l'aspect algorithmique du nombre. Celles-ci ont pour objectifs :

- mettre en évidence la manière dont fonctionne l'écriture des nombres en observant les régularités de la suite écrite,
- prendre conscience du fait qu'avec dix symboles on peut écrire les nombres aussi loin que l'on veut.

Un des élèves de la classe a exprimé le fait que les dix « chiffres c'est comme les lettres mais pour écrire les nombres. » et ce très tôt dans l'année, dans le courant du mois de septembre. Nous faisons référence, souvent, à cette phrase.

Nous proposons deux situations pour construire l'aspect algorithmique de la suite des nombres : le jeu du château et le jeu du portrait.[4]

a/ Le jeu du château

[4] Apprentissages numériques et résolutions de problèmes, INRP, Equipe de recherche en didactique des mathématiques, Hatier ERMEL, avril 2009

Les objectifs du **jeu du château** sont d'observer les régularités de la suite écrite des nombres.

J'ai fait le choix (cf. annexes 1, 1 bis et 2) de commencer le tableau par 0 et de faire des lignes qui s'arrêtent à 9, 19, 29…L'avantage du fonctionnement de ce tableau est d'être organisé de façon à ce que chaque ligne correspond à un chiffre des dizaines et chaque colonne à un chiffre des unités. L'inconvénient est que certains élèves pourraient être tentés de « compter » le 0. Cet inconvénient a été annulé par le fait que, très tôt dans l'année, les élèves ont pris appui sur le tableau lors de l'énonciation de la comptine orale en commençant celle-ci par 0.

Au début du mois d'octobre, les élèves avaient construit les trois premières lignes du tableau des nombres qui sert de support à ce jeu en coupant après 9, 19 et 29 la suite des nombres, écrits sous forme d'une bande et dans l'ordre de 0 à 29.

Ces bandes avaient, ensuite, étaient collées de la façon suivante de 0 à 9 en premier, puis immédiatement dessous, celle de 10 à 19, puis enfin celle de 20 à 29, en prenant garde de coller les uns sous les autres le zéro, le dix et le vingt. (Voir annexe 1)

J'ai modifié, ensuite, ce tableau pour qu'il devienne un outil (et collé dans le cahier du même nom : cahier-outils) de façon à ce que l'élève puisse l'utiliser sans cacher le nombre écrit dans chaque case, avec son doigt. L'observation des élèves permet de les voir en train de se référer, d'utiliser le tableau : pour retrouver un nombre en pointant les cases et en accompagnant ce pointage de la vocalisation des mots nombres. Les élèves les plus fragiles s'y réfèrent le plus souvent.

Puis la construction de ce tableau s'est poursuivie jusqu'à 69, lors de la première phase d'étude de la langue numérale. (Voir annexe 1 bis)

Ce tableau, construit par les élèves, est utilisé comme support du jeu du château. Il diffère du précédent par l'ajout des trois dernières lignes : de 70 à 99. Il se présente sous la forme d'un quadrillage de 10 cases sur 10. Dans chaque case est écrit, dans l'ordre, un des nombres de 0 à 99. (Voir annexe 2)

Le référentiel est suffisamment important pour pouvoir observer les régularités de la suite des nombres.

Le premier jeu proposé consiste à deviner le nombre caché par un papier repositionnable. La validation se fait par les autres élèves : a-t-il trouvé « le nombre caché » ?

Rapidement les élèves font des remarques sur l'écriture des nombres.

« La première ligne c'est la ligne des « uns » ». On entend, ici en gestation le terme d'unité. « Sur une ligne tous les nombres s'écrivent avec le même chiffre devant », ici, il s'agit de l'observation de la dizaine ; bien que nous n'ayons pas donné, ni dans ce jeu, ni dans celui du portrait, les mots de dizaine et d'unité préférant les introduire dans le jeu du banquier (cf. page 10).

« Dans la colonne, on compte de dix en dix et à chaque fois on retrouve le même chiffre en deuxième (à droite) » Cette remarque est maintes fois reprise, elle sert d'appui et permet aux élèves de retrouver facilement un nombre en comptant de dix en dix sur la première colonne. Nous constaterons toutefois lors des jeux de portrait que la colonne n'est que peu utilisée en tant que repère pour dresser le portrait du nombre, les élèves préfèrent en effet indiquer sur quelle ligne se situe le nombre qu'ils veulent faire deviner.

Ensuite on leur demande de placer un ou plusieurs nombres dans des cases vides du tableau identique à celui ayant servi de support au jeu du château. (Voir annexe 2 bis)

Les nombres à placer peuvent être présentés sous la forme de morceaux de puzzles qui permettent de reconstituer ou de compléter le tableau. (Voir annexe 2ter)

Pour découvrir l'aspect algorithmique de l'écriture chiffrée, on propose aussi d'écrire tous les nombres qui commencent par le chiffre 2, qui se terminent par le chiffre 9, qui s'écrivent avec le chiffre 0, etc...

Ces premiers exercices me permettront de constituer des groupes de besoin, à la fois pour les enfants les plus fragiles, mais aussi, pour ceux dont les connaissances numériques vont au-delà de 99 et auxquels ont peu donc donner un référentiel plus grand (au-delà de 100) pour le jeu du portrait.

b/ Le jeu du portrait

Dans cette deuxième situation, les objectifs sont au nombre de trois :

- prendre conscience de la façon dont sont écrits les nombres : le nombre de chiffres et leur place,
- prendre conscience de l'incidence de cette écriture sur la position des nombres les uns par rapport aux autres,
- commencer à donner un sens à la position des différents chiffres.

Les groupes sont composés de façon homogène. Les élèves travaillent soit en atelier dirigé avec la maîtresse, soit en autonomie.

Un élève pense à un nombre, indique sur quelle ligne il se trouve et les autres élèves du groupe posent des questions pour trouver le nombre choisi.

Les questions qui apparaissent le plus souvent concernent l'écriture de ce nombre : des chiffres avec lesquels il est écrit (épellation du nombre), sa position dans le tableau (entre, juste avant, juste après), mais aussi des questions concernant les propriétés de ce nombre, est-il plus petit que, plus grand que ? Toutes les réponses à ces questions dressent le portrait du nombre, d'où le nom donné à ce jeu. Ce jeu de questions – réponses permet également le traitement d'informations positives ou négatives.

2/ L'aspect groupements du nombre

Afin de faire le lien entre l'aspect algorithmique de l'écriture chiffrée et le fait que cette écriture désigne une quantité, il est nécessaire de faire apparaître la signification de la position du chiffre au sein du nombre en termes de groupements par 10. Je propose alors à ce stade Les Fourmillons.

Les objectifs visés dans « les fourmillons » sont :

- ✓ Donner du sens aux notions de « chiffres de » dizaines et d'unités et « nombre de » dizaines et d'unités.
- ✓ Faciliter l'accès aux décompositions variées par rapport aux puissances de 10
- ✓ Donner diverses décompositions d'un nombre en utilisant 10, 100 et 1000.

Les fourmillons : afin d'atteindre les objectifs ci-dessus, on propose aux élèves de dénombrer une collection de plus de 1000 objets (ici 1412 pailles).

J'apporte dans une grande caisse bleue en plastique une collection de pailles et j'explique aux élèves que lors du rangement de l'école, les maîtresses ont trouvé ces pailles mais que nous aimerions savoir combien il y en a, pour la prochaine kermesse, afin de savoir si il faut en acheter d'autres ou pas. J'explique que la tâche va être partagée entre 4 groupes (4 groupes hétérogènes de 6 ou 7 élèves.)

La première question est « Comment allez-vous faire, dans chaque groupe, pour compter toutes ces pailles ? » Pour dénombrer une telle collection, les élèves perçoivent rapidement la nécessité de développer une stratégie autre que le dénombrement un à un, ils proposent de compter de deux en deux, mais cette proposition n’est pas retenue, « Ça va être trop long ». D’autres élèves proposent : « On peut compter de 10 en 10. » Celle-ci est acceptée par l’ensemble du groupe classe. Les élèves font alors des tas de 10 pailles devant eux, quand j’arrête le comptage et que je demande de ranger plusieurs font remarquer qu’il faut attacher les pailles ensemble (par dix) sinon elles vont se mélanger à nouveau. C’est donc ce que l’on fait.

Une fois que toutes les pailles ont été regroupées par 10, je demande « Et maintenant, que fait-on ? » Les élèves répondent « Eh beh, on compte les paquets de 10. » Chaque groupe compte. Très rapidement, des remarques sont faites, « On se trompe, on n’y arrive pas. » Les élèves ont du mal à trouver comment regrouper les paquets de 10. Devant cette difficulté je leur propose de faire des paquets de 100 que l’on va mettre dans une pochette plastique, mais je leur demande comment on fait un paquet de 100. Certains montrent, ils prennent alors des paquets de 10 qu’ils mettent dans la pochette, en s’accompagnant de la comptine numérique de 10 en 10 : « 10, 20,30, [...],100. » Chaque groupe s’empare de cette façon de procéder. Pendant ce nouveau comptage, je peux observer que les élèves les plus fragiles s’appuient sur le tableau des nombres (c’est un affichage permanent de la classe), et sur la première colonne de celui-ci, pour compter de 10 en 10.

Une fois, le regroupement par 100 effectué, je demande aux élèves d’écrire un message sur les pochettes « de 100 » autre que l’écriture chiffrée du nombre pour se souvenir de ce qu’il contient. Toutes les écritures proposées sont confrontées les unes aux autres.

Par ce type de confrontation, je cherche à faire découvrir aux élèves le type d’écriture suivant : 10+10+10+10+10+10+10+10+10+10 = 100

Que disent alors les élèves lors de cette confrontation ? «On met ensemble les 10, mettre ensemble c’est faire « plus », et donc, on écrit 10+10+10+10+10+10+10+10+10+10=100 ».

Enfin, je dis aux élèves « Et maintenant on compte les pochettes de 100 » : les élèves commencent par énoncer « 100 » (quand je montre la première pochette), puis, continuent jusqu’à 900, certains ne savent plus que dire, d’autres enchaînent sur « 1000 », et là trois élèves seulement sont capables d’énoncer « 1100, 1200, 1300, 1400 ». Je propose donc de faire un nouveau groupement et nous recommençons à partir de « 100 » et j’arrête le comptage à « 1000 » ; je propose alors de mettre les dix pochettes de 100, que nous comptons à nouveau mais sous la forme du nombre de pochettes : « 1 pochette, 2 pochettes, 3 pochettes [...] 10 pochettes de 100. »... dans une grande boîte en carton, ce sera la boîte des 1000.

Nouvelle étape nous procédons à l'inventaire de ce que nous avons, en prenant bien soin et le temps d'énoncer sous les différentes « manières découvertes » ce que nous possédons : 1 boîte de 1000 pailles ou 10 pochettes de 100 pailles (nous les comptons à nouveau) ou 10 pochettes de 10 paquets de 10 pailles et 4 pochettes de 100 pailles ou 4 pochettes de 10 paquets de 10 pailles, 1 paquet de 10 pailles et 2 pailles.

Il nous faut trouver, définitivement, quel est le nombre d'éléments de cette collection de pailles. Je demande aux élèves comment faire. Ils répondent qu'il faut tout mettre ensemble, la boîte en carton *et* les 4 pochettes *et* le paquet de 10 *et* les 2 pailles. « *Et*, on va faire une addition. »

Nous avons ensemble rédigé une trace écrite (cf annexe 6) sous forme de dictée à l'adulte qui reprend l'écriture du nombre 1412 sous forme de décompositions :

- pour le nombre 1000 = 100+100+100+100+100+100+100+100+100+100
- pour le nombre 100 = 10+10+10+10+10+10+10+10+10+10

Puis l'écriture usuelle du nombre.

3/L'aspect échanges du nombre

Dans les situations d'échanges, on cherche à faire construire par l'élève le sens du rôle de chaque chiffre dans le nombre, et aussi la notion de valeur. Cette notion de valeur est essentielle dans notre système de numération écrite. La valeur d'un chiffre est en fonction de sa position dans l'écriture du nombre.

Cette notion de valeur sera introduite par l'observation et la constatation par les élèves que la valeur d'une collection ne dépend pas nécessairement du nombre d'éléments de cette collection.

Deux situations sont proposées aux élèves pour atteindre ces objectifs : les échanges de billets et pièces dans le jeu de la marchande et le jeu du banquier.[5]

a/ La marchande

Cette première situation doit permettre aux enfants de comprendre ce qu'est un échange mais aussi d'élaborer la notion de « valeur de » par rapport à celle de

[5] Apprentissages numériques et résolutions de problèmes, INRP, Equipe de recherche en didactique des mathématiques, Hatier ERMEL, avril 2009

« nombre de ». Ils découvrent que la valeur des pièces ou des billets n'est pas équivalente au nombre de pièces et de billets, c'est à dire que le nombre d'euros est différent du nombre de pièces et de billets.

Quelques exemples : j'ai *deux* pièces de 2 € et j'ai *4* €, ou j'ai *un* billet de 5 € et j'ai *5* €.

Dans ces situations, les élèves sont amenés à faire des échanges, ou ce qu'on appelle dans la langue courante de la monnaie afin de donner à la marchande la somme exacte. Seule cette contrainte et le choix des pièces données (pièces de 2€ ou billet de 5€) conduisent l'élève à faire des échanges pour payer un objet. Exemple : J'achète un objet qui coûte 7 €, je ne possède que des pièces de 2 €, j'échange une pièce de 2 € contre deux pièces de 1 €. J'achète un objet qui coûte 3 €, j'ai un billet de 5 €, je l'échange contre 2 pièces de 2 € et une de 1€. Pour chaque situation il est demandé aux élèves de dénombrer le nombre de pièces et la somme qu'ils possèdent afin qu'ils comprennent que le nombre d'euros est différent du nombre de pièces et de billets.

On peut penser que le travail sur les euros factices présente un avantage certain avec les élèves en difficulté : il s'agit d'un contexte très familier qui permet en général une appropriation rapide des situations proposées.

b/ Le jeu du banquier

Ici, il s'agit d'échanger de façon régulière des cubes gagnés, puis de comparer les collections ainsi obtenues.

La règle d'échange entre les cubes de couleur est de 10 cubes jaunes contre 1 bleu. Cette règle a été choisie car elle va permettre d'introduire les notions de dizaines et d'unités. En effet, au cours de cette activité, les échanges ont pour objectif la prise en considération de l'équivalence : une unité d'un certain ordre équivaut à 10 unités de l'ordre inférieur, cette équivalence fonctionne dans les deux sens. Nous l'avons utilisée pour construire les notions de dizaines et d'unités. On voit bien ici que les objectifs visés par ces situations d'échanges ont un enjeu important pour la construction de la numération décimale, c'est pourquoi nous avons choisi de faire des échanges basés sur la valeur 10.

Le jeu se joue avec un dé, et on gagne autant de cubes jaunes que de points sur le dé. Dès qu'un joueur possède 10 cubes jaunes il peut les échanger contre 1 bleu.

A la fin de la partie, je demande « Qui a gagné ? ». Les enfants procèdent alors par comparaison de collections. Ils sont amenés aussi à faire et défaire les échanges pour assurer la comparaison.

Examinons maintenant de façon précise le déroulement de cette phase d'apprentissage.

Dans un premier temps, nous avons pu remarquer que tous les élèves n'avaient pas construit la notion d'échange comme nous l'espérions après la situation de « la marchande ». En effet, il apparaissait que les plus fragiles d'entre eux ne voulaient pas échanger leurs cubes jaunes contre des bleus, certains ont dit : « Oui, mais j'en ai moins (de cubes) si j'échange, alors je perds. »

Le fait que les élèves soient convaincus que s'ils échangent 10 cubes jaunes contre un bleu, ils ont perdu quelque chose est un obstacle majeur. À cet effet, on aurait pu proposer d'échanger 10 cubes jaunes contre un autre objet de forme ou de taille différente. Cet objet doit ne pas être constitué de 10 cubes (sinon, ce ne serait plus une activité d'échange mais de groupement), mais ne doit pas avoir le même aspect physique qu'un cube.

Les élèves ont, plus tard, compris que ce n'était pas le nombre de cubes qui permettait de gagner, mais la valeur de chaque cube, néanmoins, la proposition que nous faisons plus haut (échanger 10 cubes jaunes contre un autre objet de forme ou de taille différente) aurait dû être mise en place, elle nous aurait permis de gagner du temps et aurait permis aux élèves les plus fragiles de s'approprier plus rapidement la situation en contournant l'obstacle. Néanmoins, il semble que cette certitude se soit installée lors des phases de mise en commun. Ces temps de mise en commun ont permis d'introduire les notions de dizaine et unités.

Voici comment : lors de ces mises en commun, mes questions étaient toujours les mêmes : « Qui a gagné, dans le groupe ? Comment en êtes-vous sûrs ? »

La trace écrite (cf. annexe 3) que les élèves utilisent lors des phases de jeu, leur permet de noter le nombre de points marqués à chaque lancé de dés (certains ont dessiné les points sous la forme de constellations, celles des dés, d'autres ont utilisé l'écriture chiffrée), puis le nombre total de points marqués, à la fin de la partie, puis, enfin, le nombre de cubes bleus et le nombre de cubes jaunes que l'on possède après avoir effectué les échanges. Dans le temps collectif où les groupes viennent exposer leur résultat, où ils désignent l'enfant du groupe qui a gagné et pourquoi, ils formulent les règles de comparaison. Ils remarquent que celui qui a gagné n'est pas obligatoirement celui qui a le plus grand nombre de cubes mais celui qui a le plus grand nombre de cubes de valeur la plus élevée.

Ceci permet aux élèves qui ne l'avaient pas comprise, de parfaire la construction de la notion d'échange.

La trace collective (cf annexe 4) a permis, aux élèves, de faire des observations du type :

« Maîtresse, le nombre de points que l'on a gagné c'est le même que quand tu lis le nombre de cubes bleus et après le nombre de cubes jaunes. Moi, j'ai gagné 27 points, et j'ai 2 cubes bleus et 7 cubes jaunes.» A ce moment là, on peut introduire la notion de dizaines et d'unités de cette façon. « 1 cube bleu vaut 10 cubes jaunes, on dit que c'est une dizaine, dans 27, tu as deux cubes bleus donc deux dizaines. 1 cube jaune vaut 1, on dit que c'est l'unité, tu as 7 cubes jaunes, dans le nombre 27, j'ai 7 unités. » Plusieurs enfants ajoutent : « Ah, oui, c'est comme le tableau [des nombres] c'est la ligne que Maë avait appelée la ligne des uns. Et après le 7, on le retrouve dans tous les nombres de la colonne : 17, 27, 37, [...] 97. » Par cette remarque, comme bien souvent dans ma classe, les élèves cherchent à faire des liens, entre les outils, entre les différentes séances d'apprentissage, entre les notions. Je pense pouvoir dire, aussi que les liens qui se mettent, alors, en place participent à la construction des notions apprises et que l'enseignant se doit d'être un tisseur de liens.

Les élèves ont, donc, énoncé à propos de tous les nombres écrits (résultats collectés sur l'affiche (cf. Annexe 4)), le nombre de dizaines et le nombre d'unités. Le même type d'exercices a été fait à partir de la trace écrite (cf. Annexe 5). Ainsi le nombre de points est le nombre que l'on lit dans la dernière ligne du tableau. Le nombre de cubes bleus est le nombre de dizaines de ce nombre et le nombre de cubes jaunes est le nombre d'unités du nombre de points.

II/ la langue numérale, la langue numérique.

Michel Fayol et Valérie Camos dans l'article « Langage et Mathématiques »[6] attirent notre attention sur les caractéristiques de notre langue de numération verbale.

[6] La cognition mathématique chez l'enfant, Pierre Barouillet et Valérie Camos, collection Psychologie, Théories, Méthodes, Pratiques, Solal, 02/2006

« La supériorité des performances des jeunes Asiatiques paraît tenir au moins en partie au fait que le chinois comme le coréen et les autres langues de cette partie du monde présentent *un système régulier (et décimal) de dénomination des nombres entre dix et cent*. Ceux-ci sont élaborés (exemple pour trente-sept) en énonçant successivement *le nombre de dizaines (trois dix) et le nombre d'unités (*sept). Cette organisation de la numération verbale facilite l'acquisition et l'utilisation de la suite verbale des noms de nombres [...] *le mode de dénomination* permet facilement de produire ou de percevoir *la composition des nombres en dizaines et unités* (exemple : dix-trois qui correspond à treize) [...] Il ressort clairement que l'acquisition de la suite des noms de nombres (de un à dix) aussi lente et difficile pour les enfants asiatiques que pour les enfants occidentaux, devient ensuite plus ardue pour ces derniers. La structure même de cette suite contraint les enfants occidentaux en général et Français en particulier à un apprentissage par cœur qui entraîne un retard croissant par rapport aux jeunes asiatiques. De plus, pour ce qui concerne les irrégularités de construction de soixante-dix, quatre-vingt et quatre-vingt-dix ajoutent de nouvelles difficultés qui se traduisent par des erreurs et des retards supplémentaires dans l'apprentissage (Fayol, 1990 ; Fayol, Camos et Roussel, 2000). Toutefois ce *retard* pourrait n'être que *verbal* et n'avoir aucune incidence sur la représentation et le traitement des quantités. »

Les mots nombres, dans notre langue ne sont pas « transparents », dans le sens où ils ne constituent pas un *système régulier de dénomination* et cette dénomination française ne permet pas de percevoir *la composition des nombres en dizaines et unités.* Il va falloir, donc, apprendre à faire avec elle, avec ces spécificités afin que nos élèves ne soient pas mis en situation de difficultés.

Et c'est pour ces raisons, et au vu des difficultés que nous avons constatées (cf **I/B**) et que nous constatons encore, que nous allons, au cours de cette deuxième partie aborder les situations d'apprentissage qui visent la façon de dire et d'écrire les nombres en mots et en chiffres.

Je m'appuie sur les propositions de Stella Baruk, dans son ouvrage « Comptes pour petits et grands »[7], pour l'apprentissage du sens des mots-nombres.

L'objectif du travail de Stella Baruk, depuis plus de vingt ans, est de « rendre cohérent, c'est-à-dire de faire tenir ensemble, le su, le vu, l'entendu, le lu... de lui (l'enfant) apporter les garanties de sens... du savoir mathématique... (Il faut comprendre) l'importance que l'apprentissage de la lecture/ écriture de la langue numérique peut avoir dans celui de la langue tout court. »[8]

---

[7] Comptes pour Petits et Grands, Tome 1,Stella Baruk, Questions d'Education, Magnard, mars 2003
[8] Comptes pour Petits et Grands, Tome 1,Stella Baruk, Questions d'Education, Magnard, mars 2003

Il faut apporter, ici, des précisions lexicales. Stella Baruk insiste sur un point essentiel : les nombres sont les seuls mots de la langue à avoir deux écritures. « Je désignerai par *langue numérale tous les mots*, expressions mettant en jeu des nombres sous quelque forme que ce soit. Par « abus de langage », « j'appellerai *langue numérique » la traduction chiffrée de ces expressions numérales*. »[9]. Nous utiliserons, donc, de la même manière, avec le même sens que Stella Baruk les termes de langue numérale et langue numérique.

L'originalité des propositions de Stella Baruk réside dans le fait que l'apprentissage de la lecture et de l'écriture des nombres se fait à partir de la langue commune et des doigts comme elle l'écrit dans le chapitre 11 de « L'âge du capitaine »[10] «Pour que l'école ait quelque chance d'apprendre aux enfants à lire et écrire les nombres, il serait temps que l'enseignement à partir de la langue et des doigts soit instauré sur une base scientifique. »

Dans un article récent[11], elle explique que « l'essentiel de son travail porte *sur le langage et le sens*... On ne peut pas chasser la langue ordinaire de la langue mathématique qui s'est d'ailleurs constituée sur et à partir de la langue commune. *Mais l'apprentissage permet de faire coexister ces deux mondes, celui de l'expression commune et celui des formulations mathématiques*. »

Dans la classe, les élèves sont souvent sollicités pour faire des remarques concernant le va et vient entre la langue des mathématiques et notre langue commune. Voici deux exemples donnés par des élèves : « Dans la langue des mathématiques tu dis (le signe +) plus, et dans la langue tu dis une croix. » et « Quand je lis soixante-trois avec les mots, le -, ça s'appelle un tiret et ça veut dire et, mais je le lis pas. Par contre, dans la langue des mathématiques, si je lis 60 – 3, le – se lit « moins », et ça veut dire que j'enlève le 3 à 60.» Ces deux remarques montrent que l'attention des élèves doit être amenée à constater qu'il n'y a pas mal-entendu, mais « autre-entendu ».

A/ Les situations du protocole de Stella Baruk ont été proposées aux élèves. Elles leur permettent de compter *avec* leurs doigts (et non *sur* leurs doigts). Compter

[9], Comptes pour Petits et Grands, Tome 1,Stella Baruk, Questions d'Education, Magnard, mars 2003
[10] L'âge du capitaine, de l'erreur en mathématiques, Stella Baruk, Editions du Seuil, 1985 *citation dans* Comptes pour Petits et Grands, Tome 1,Stella Baruk, Questions d'Education, Magnard, mars 2003
[11] Les capacités des enfants sont sous-estimées, dans La Magie des Nombres Hors-série, Sciences et Avenir oct/nov 2009

avec ses doigts c'est utiliser un outil toujours à disposition, mais c'est aussi entrer dans la numération décimale puisque nous possédons dix doigts.

Les situations leur permettent de représenter les nombres, à la fois, de façon physique en montrant les doigts de leurs mains, plusieurs fois selon les nombres choisis ou en « prenant » ceux des mains de trois enfants pour représenter 30, par exemple. Mais, également, d'utiliser les représentations des nombres « en doigts » avec les dessins de barres organisées de cette manière.

Ces représentations et la monstration des doigts de façon successive participent, aussi, à la construction de la numération décimale et à celle de la numération de position. Ainsi très vite les élèves lors des monstrations des 10 doigts, une fois, deux fois, trois fois etc., parlent le lien suivant : « Tu montres trois fois les dix doigts et t'écris 3 d'abord, et puis, tu montres deux doigts et après le trois t'écris 2 » . Ces remarques ont été formulées, à nouveau, par les élèves lors de l'utilisation des écritures avec les barres de doigts (Voir annexe 7) et leur transcription en écriture « numérique » ou chiffrée.

Le travail sur la langue orale et sa transcription à l'écrit ont été présentés selon le même protocole que celui utilisé en « lecture », puisqu'il s'agit, ici d'un travail sur ce que j'entends et ce que je vois. Le « J'entends, je vois. » est exploré à l'aide de « Je démonte ce que j'entends et je regarde avec quelles lettres je transcris ce que j'entends. » Exemples avec les « trente » : j'entends [**tr**] au début de trente que « Je démonte en [t] [r] et j'écris les lettres t et r, de la même manière que dans **tr**ois pour lequel j'entends les mêmes sons et j'écris les mêmes lettres. »

Pour les enfants les plus fragiles, nous avons construit un dictionnaire des nombres ainsi étudiés avec l'écriture en « numérique et numérale » et les représentations en « barres de doigts ». (Voir annexe 8).

Les étapes de ce protocole se déroulent en deux temps : dans un premier temps les nombres de 30 à 69 avec la « redescente sur 20 », puis 10 et dans un deuxième temps les nombres de 70 à 99.

C'est dans ce deuxième temps que nous avons réutilisé le tableau des nombres avec un codage couleur : les deux lignes des soixante (les nombres de 60 à 79) coloriées en bleu : celles où je dis et j'entends soixante et les deux suivantes (les nombres de 80 à 99) en jaune : celles où je dis et j'entends quatre-vingts. (Voir annexe 9)

Pour les quatre-vingts j'ai aussi raconté aux enfants comment le peuple Iqwaye de Papouasie-Nouvelle-Guinée compte[12]. « Pour ce peuple, et selon l'étude de J. Mimica, en 1988, le système repose sur la base vingt, avec 5 comme base intermédiaire. Le nombre 20 se dit « un homme » et chaque doigt des mains et des pieds est à son tour identifié à un individu humain : chaque doigt peut à son tour figurer 20 et l'ensemble d'un corps humain équivaloir à 400. »

Ainsi si je donne à chacun des doigts de mes mains et de mes pieds la valeur 20 et que je reprends le comptage sur les doigts de la main je dis vingt, quarante, soixante et quatre-vingts en levant successivement les doigts de ma main, et lorsque je lève le quatrième doigt, je vois alors à ce moment du comptage 4 doigts levés et j'entends bien le quatre (4 doigts levés) et le vingt (valeur donnée à chaque doigt) pour dire quatre-vingts. Les enfants se sont mis ensemble pour compter avec leurs doigts de mains et de pieds : quatre d'entre eux sont venus et nous avons compté de dix en dix et de vingt en vingt en utilisant tous les doigts ainsi réunis.

Le protocole arrivé à son terme, nous avons mis en place la construction d'un jeu de cartes que Carine Reydy a élaboré en 2009 dans un document intitulé « Jeux à règles et apprentissages mathématiques ».

B/ La construction de ce jeu de familles des nombres de la zone d'irrégularité a plusieurs objectif : celui de constituer une tâche évaluative par rapport aux protocoles décrits précédemment (construction de la numération décimale et langue numérique et numérale) en répondant à trois questions :

- l'élève a-t-il construit les différentes écritures et représentations du nombre : l'écriture numérale et numérique, les représentations en barres organisées en doigts, et « les paquets de 10 » en rapport avec l'activité des « fourmillons » ?
- les plus fragiles prennent-ils appui sur les outils mis à leur disposition ?
- quelles difficultés subsistent encore ? Comment y remédier ?

Le deuxième objectif vise la création d'un outil ludique pour les nombres de la zone d'irrégularité (les deux représentations et les deux écritures). Enfin le troisième objectif est celui de consolider les acquis des élèves les plus fragiles par la manipulation nécessaire à la fabrication du jeu, dans un premier temps, puis dans un deuxième temps, lors des phases de jeu. Les élèves sont amenés à utiliser dans ces

[12] Les prémices du nombre Dominique Blanc et Valérie Camos dans La cognition mathématique chez l'enfant, Pierre Barouillet et Valérie Camos, collection Psychologie, Théories, Méthodes, Pratiques, Solal, 02/2006

deux temps les nombres en langue « numérale et numérique » et les deux représentations dont ils se seront servis, auparavant : les nombres organisés en « barres de doigts » et « en paquet de 10 ».

Chaque nombre de la zone d'irrégularités (de 60 à 99) est présenté de quatre façons différentes : l'écriture chiffrée, l'écriture en mots, la représentation en barres organisées en doigts et celle en « bâtons ou paquets» de 10. Cette représentation en « bâtons » de 10 éléments a été adoptée après que les élèves de l'autre classe de CP aient, eux, aussi, pratiqué l'activité des fourmillons. Dans cette classe les enfants ont compté une collection de cubes et ont fait des groupements de 10 unités qu'ils ont appelés « bâtons » de 10.

Le but du jeu est de constituer le plus de familles de nombres possibles, une famille complète étant constituée des deux écritures et des deux représentations du nombre.

Pour la fabrication de ce jeu, les enfants les plus fragiles ont à leur disposition l'ensemble des outils mathématiques : dictionnaire des nombres de 0 à 99 (cf. Annexe 10) avec l'écriture des nombres en « numérique et numérale », la représentation en bâtons ou paquets de 10 et en « unités » ainsi que l'écriture sous forme d'addition, comme nous l'avions découverte avec l'activité des fourmillons. Ils peuvent se référer aussi aux représentations en « barres de doigts » ainsi que le tableau des nombres avec la mise en couleur des quatre dernières lignes (le tableau des nombres avec le codage couleur : les deux lignes des soixante (les nombres de 60 à 79) coloriées en bleu : celles où je dis et j'entends soixante et les deux suivantes (les nombres de 80 à 99) en jaune : celles où je dis et j'entends quatre-vingts).

La fabrication du jeu se déroule ainsi : chaque enfant doit pour un nombre que je leur indique, fabriquer une carte avec l'écriture chiffrée, une avec l'écriture « en mots », une avec la représentation en « bâtons » de 10 et en unités, et une avec la représentation en doigts. D'emblée, les élèves cherchent dans le dictionnaire des nombres celui qu'ils ont à écrire et à représenter, donc aucune erreur n'est commise, ce qui annule le caractère évaluatif de la tâche, dans un premier temps.

Pour que cette tâche garde tout de même son caractère évaluatif, je demande de façon individuelle à chaque enfant, de me montrer en doigts, le nombre qui lui a été donné. Les élèves les plus fragiles sont guidés par un questionnement du type : « Comment s'écrit le nombre que tu dois me montrer avec tes doigts ? » ou

« Comment l'as-tu représenté en paquets ou bâtons de dix » ? Je cherche, ici, à ce que l'élève établisse le lien entre le nombre de dizaines et le nombre de fois que l'on montre les dix doigts ou le nombre de bâtons de 10. Pour les nombres ayant un nombre d'unités qui n'est pas zéro, aucun enfant des deux classes n'a éprouvé de difficultés y compris pour les nombres de 71 à 79 et ceux de 91 à 99.

C/ Dans quelle proportion les élèves ont-ils construit les différentes écritures (« en numérique et numérale ») **et représentations** (« en barres organisées en doigts » et « en paquets de 10 ») **des nombres de la zone d'irrégularités ?** (cf. Annexe 11)

Où se situent les difficultés ? Les plus fragiles prennent-ils appui sur les outils à leur disposition ?

Les observations, menées au cours de la fabrication du jeu et lors des phases de jeu de cartes ont été conduites dans les deux classes de CP de l'école, soit un total de 52 élèves. En effet, depuis le début de l'année scolaire, les apprentissages mathématiques sont conduits de la même façon dans les deux classes, comme on l'a compris dans les quelques lignes plus haut traitant la représentation en « bâtons » de 10.

Que ma collègue Sandrine Massonié soit, ici, remerciée de sa collaboration.

Lors des phases de jeu, nous avons pu observer que sur les 52 enfants, 5 avaient des difficultés à faire le lien entre nombre de barres de doigts organisées en 10 ou de « bâtons » de 10 et nombre de dizaines qui permet ensuite de savoir quel est le premier chiffre que j'écris pour ce nombre. Pour les 47 élèves, aucune difficulté particulière n'a été observée.

Nous avons alors proposé un jeu de loto aux élèves éprouvant des difficultés. Les autres élèves, répartis en groupes autonomes, jouent au jeu des familles.

Chaque enfant reçoit une carte sur laquelle le nombre est représenté en « barres de doigts » ou en « bâtons » de dix. Nous choisissons de donner à ce groupe, uniquement des nombres compris, par exemple entre 80 et 89. Chaque enfant dispose des outils mathématiques (tableau des nombres et dictionnaire des nombres). Nous observons alors que tous s'appuient sur ces outils. J'ai conduit avec les élèves une mise en lien du type :

Maître : « Vous comptez le nombre de « bâtons » de 10 et le nombre de cubes tous seuls »

Elèves : « Il y en a 8 et 2. »

M : « Quel chiffre allez-vous écrire en premier, lequel en second ? »

Ensuite, nous avons joué des parties où un élève du groupe épelle (dit avec quels chiffres il est écrit) le nombre ou bien lit le nombre écrit en langue numérique. Ces élèves plus fragiles avaient encore des difficultés. Un a proposé de s'aider du tableau des nombres mis en couleur pour savoir quel mot on dit au début, soixante ou quatre vingt ?

Dans les phases de jeu de constitution de la famille du nombre, j'ai pu observer que les cinq élèves les plus fragiles s'appuyaient sur les outils. A mon questionnement : « Comment fais-tu ? » Ils répondent qu'ils comptent le nombre de bâtons ou de barres de doigts organisées en 10 : « Y en a 7, j'écris 7 et je cherche dans le dictionnaire des nombres la page des soixante dix. » Ils ont encore fortement besoin de s'appuyer sur les outils, mais ils reprennent les liens que nous avons établis ensemble.

Nous avons proposé aux élèves des exercices d'évaluation (cf. Annexe 12).

Six élèves (dont 5 bénéficient des Aides Spécialisées à Dominante Pédagogique) ont un score inférieur à 33 %, un élève a un score entre 33 et 50 %, 3 ont un score entre 50 et 66 % et 42 ont un score supérieur à 66 %.

III/ Prolongements

A/ Construction des savoirs numériques et des techniques opératoires en cycle 2 et cycle 3

Notre espoir est que ces activités ayant aidé à la construction de la numération décimale, la connaissance arithmétique des nombres c'est-à-dire, par exemple, la capacité à concevoir que 44 c'est 40+4, mais aussi 50- 6 ou encore le double de 22 puisse se faire plus facilement et avec moins de difficultés pour nos élèves.

D'autre part nous avons aussi espoir que les élèves ayant construit de façon correcte la numération décimale, l'apprentissage des techniques opératoires ou calcul posé en colonnes, ne leur causent pas de soucis...

« Le calcul posé s'appuie sur les propriétés des nombres mais plus particulièrement *sur les règles d'écriture chiffrée inhérente à notre système de numération décimale.* »[13]

... Ni non plus la retenue avec laquelle tant d'élèves sont en délicatesse.

[13] Donner du sens aux mathématiques, tome2 Nombres, opérations et grandeurs, Muriel Fénichel, Nathalie Pfaff, Formation des enseignants, professeur des écoles, Bordas pédagogie, sept. 2005

« Lorsqu'un nombre d'éléments d'un des groupements décimaux est supérieur ou égal à 10, dix de ces éléments forment un élément de groupement décimal d'ordre supérieur. C'est le principe de la retenue. »[14]

B/ Les outils.

Il nous apparaît dans un premier temps et comme une évidence, que les outils élaborés et utilisés cette année, à savoir le dictionnaire des nombres de 0 à 99 avec l'écriture des nombres en « numérique et numérale » et les représentations en « barres de doigts » et en « bâtons » de 10, le tableau des nombres avec la mise en couleur des quatre dernières lignes, et le jeu des familles des nombres de la zone d'irrégularités, utilisés cette année seront transmis au CE1.

C/ Une nécessaire réflexion.

Mais il semble, aussi, que nous devrions mener en équipe des maîtres de cycle II et de cycle III, l'élaboration de situations didactiques afin qu'elles soient en continuité avec celles proposées dans cette réflexion, c'est-à-dire proposant des situations problèmes dont la seule résolution est à la charge de l'élève. Résolution qui prendra forme au travers des échanges verbaux entre les élèves d'un même groupe puis confrontée à celles de l'ensemble des élèves de la classe. Et ce afin de poursuivre l'apprentissage des techniques opératoires, l'étude des nombres décimaux, les fonctions numériques « multiplier, diviser par une puissance de dix » et la mesure des grandeurs.

Les évaluations de CM2 ont révélé des difficultés plus importantes dans le champ des mathématiques que dans celui de la langue française, en janvier 2010. (cf. Annexe 13)

On comprend, à la lecture de l'analyse de ces évaluations, qu'il y a urgence à élaborer en équipe des maîtres de l'école une réflexion puis une recherche d'actions visant la réduction massive des difficultés constatées. Cette recherche pourrait s'inspirer des travaux déjà menés. Elle devrait débuter par une analyse approfondie des résultats des élèves. Elle pourrait s'accompagner d'entretiens avec les élèves les plus fragiles. Ces entretiens viseraient l'explicitation de leurs procédures. Afin que,

[14] idem

nous enseignants, entendions ce qu'ils comprennent de la tâche qui leur est demandée et la façon dont ils procèdent pour la mener à son terme.

IV/ Processus cognitifs et mathématiques.

Mais, au cours de l'élaboration des réponses aux questions qui ont guidés ma réflexion et plus particulièrement au cours des lectures des différents ouvrages et documents il est apparu que les difficultés des élèves pouvaient se situer hors du champ des mathématiques et plutôt du côté des processus cognitifs impliqués dans les activités numériques.

Dans l'annexe 13 du document « L'évaluation internationale PISA 2003 : compétences des élèves français en mathématiques, compréhension de l'écrit et sciences »[15], David Imbert, Anne-Laure Gilet et Agnès Florin posent la question suivante : « Quels sont les facteurs ou processus cognitifs impliqués dans les activités numériques ? » Ils répondent que « Ce type de résultats (à l'évaluation PISA) pourrait s'expliquer en termes de *contraintes générales de traitement de l'information*. En effet, *les processus généraux de résolution de problèmes* sous-jacents aux *traitements mathématiques* seraient sous *l'influence de ressources cognitives* (*capacité en mémoire de travail et en mémoire à court terme* trop souvent assimilées ...»

Les difficultés de nos élèves dans le champ des mathématiques auraient-elles pour cause une capacité réduite de la mémoire de travail?

Comment la mémoire intervient-elle dans le traitement des données numériques, dans la résolution de problèmes ?

Pierre Barouillet dans l'article « L'émergence des outils arithmétiques »[16] « considère que *les additions et multiplications simples sont résolues* par les enfants de cycle 3 comme par les adultes *à l'aide d'une récupération directe du résultat en mémoire*. Pour l'addition, la stratégie de récupération résulterait de l'application réitérée des procédures de comptage qui conduit à une association en mémoire des problèmes avec leurs résultats. Si tel est le cas, le recours fréquent à des procédures de comptage pour résoudre les additions et multiplications simples à la fin de l'école primaire doit être considéré comme un indice de difficultés d'apprentissage. Barouillet, Fayol et Lathulière (1997) ont montré que les *adolescents scolarisés en SEGPA se distinguent*, entre autres, de la population des classes normales de collège par *d'importantes difficultés de mémorisation des tables de multiplication*. »

---

[15] Les dossiers, enseignement scolaire, direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance, ministère de l'éducation nationale, enseignement supérieur, recherche, mars 2007

[16] La cognition mathématique chez l'enfant, Pierre Barouillet et Valérie Camos, collection Psychologie, Théories, Méthodes, Pratiques, Solal, 02/2006

On comprend ici que la mémorisation (des tables de multiplication) joue un rôle important. De même on peut lire, dans le document Le nombre au cycle 2[17] que cette mémorisation joue un rôle également prépondérant dans les apprentissages mathématiques futurs « une mémorisation parfaite [...] contribue à l'appropriation des nombres et des propriétés des opérations. »

Nos élèves de CP doivent « Connaître les doubles des nombres inférieurs à 10 et les moitiés des nombres pairs inférieurs à 20 » ainsi que « la table de multiplication par 2. »[18]

Ceci nous engage à mener avec nos élèves des apprentissages visant à utiliser de façon correcte la mémoire de travail.

Comment est définie la mémoire ? Il n'existe pas un seul type de mémoire mais de nombreuses de nature différente : visuelle, auditive, spatiale, verbale, kinesthésique, olfactive, gustative etc. Tous ces types de mémoire obéissent à trois règles de base : acquisition, stockage et rappel.

Un exemple : un numéro de téléphone vous est donné de façon verbale, il constitue un message auditif. La mémoire de travail (dite aussi parfois à court terme) la stocke quelques secondes, le temps de composer sur le téléphone ce numéro d'appel. Mais si on veut le conserver plus longtemps en mémoire il faut que cette information soit analysée, étiquetée, indexée pour la stocker dans la mémoire à long terme, puis pour pouvoir à nouveau téléphoner, il faudra récupérer le numéro dans la mémoire. Dans le stockage à court terme interviennent les capacités d'attention, alors que la concentration intervient dans le stockage à long terme puis au cours de la récupération des informations. Trois nouvelles questions apparaissent alors : pour analyser les difficultés des élèves, doit-on observer leur capacité d'attention et de concentration ? Ou leurs capacités mémorielles ? Ou comment fonctionnent ensemble ces capacités ? Autrement dit les difficultés viennent-elles uniquement de difficultés d'attention et ou de concentration ou uniquement de la mémoire ou de la somme des trois ?

Il apparaît clairement qu'il faudrait aussi, à l'école, se préoccuper de ces capacités mémorielles, d'attention, de concentration. Peut-être en entraînant les élèves à y faire appel de façon plus consciente mais aussi plus fréquente.

[17] Le nombre au cycle 2, Ressources pour la classe, Scéren CNDP-CRDP, 2010
[18] BO Hors-série n°3 du 19 juin 2008, Horaires et Programmes d'Enseignement de l'Ecole Primaire

Cet entraînement des capacités de mémoire, d’attention et de concentration, s’il est mené, à l’école, aura aussi des conséquences positives pour tous les apprentissages.

Conclusion

Accompagner les élèves, à l'aide de situations didactiques qui leur permettent de construire les concepts dans le champ du numérique avec le moins de difficultés possible, à l'aide d'outils qui s'avèreront efficaces le jour où ils pourront s'en passer est un objectif professionnel qui a conduit cette réflexion et le questionnement qui l'a guidée.

La connaissance sereine des nombres que j'espère avoir atteinte avec le plus grand nombre d'entre eux va leur donner, comme tout apprentissage maîtrisé, la liberté d'explorer le champ des nombres dans la suite de leur scolarité.

Les procédures mise en place dans les activités décrites au cours de cette réflexion nous semblent être tout à fait transférables aux autres champs disciplinaires. Le recours à des outils, la pratique des mises en lien entre les notions, l'attention attirée sur la langue, les interactions langagières entre élèves, la pratique du débat l'argumentatif lors des phases de mise en commun, leur permettent de construire leur pensée en la confrontant à celle des autres.

Il me reste à explorer avec eux d'autres chemins, ceux des processus cognitifs entrant en jeu dans la construction des savoirs mathématiques et des autres savoirs de l'école primaire.

Ainsi, il me semble, comme à chaque fois, que des réponses sont apportées, elles font émerger d'autres questions pour lesquelles il faudra à nouveau se mettre en quête de réponses. Il sera pour moi, indispensable d'élaborer ces réponses au sein de l'équipe des enseignants de l'école.