

Série d'exercices N° 8

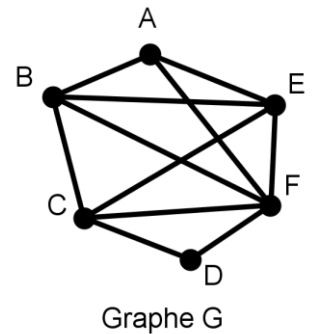
Initiation aux graphes

Prof : Naifar Med Yassine

Classe : 3^{ème} E & G

Exercice N°1 :

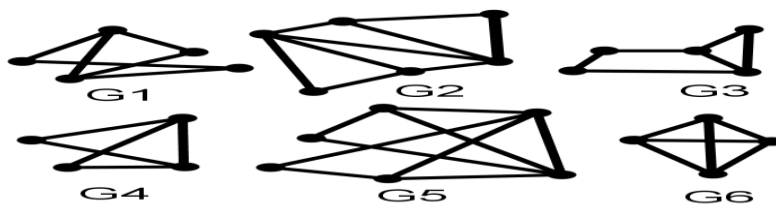
Soit G le graphe ci-contre. Pour chacune des propositions suivantes, Compléter par Vrai ou Faux sans justification .



	Faux	Vrai
1. l'ordre du graphe G est égale à 6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2. Le degré du sommet E est égale à 4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3. Le nombre d'arêtes du graphe G est égale à 11	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4. G est un graphe complet d'ordre 6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5. G est un graphe connexe	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6. Il existe une chaîne de longueur 5 entre les sommets A et F	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7. Le graphe G admet un sous graphe complet d'ordre 3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8. Le graphe G admet un sous graphe complet d'ordre 4	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9. Le graphe G admet un sous graphe complet d'ordre 5	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10. Le graphe G admet un une chaîne eulérien	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11. Le graphe G admet un un cycle eulérien	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12. La somme des degrés de tous les sommets d'un graphe est un nombre impair.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
13. Le nombre chromatique d'un graphe complet d'ordre n est égal à n	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Exercice N°2 :

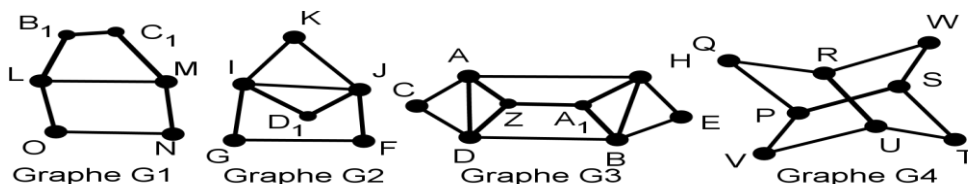
1) Pour les graphes ci-dessous, déterminer les graphes qui modélisent la même situation.



- 2) a) Existe-t-il un graphe d'ordre 4 dont tous les sommets ont un degré égal à 3 ?
 b) Existe-t-il un graphe d'ordre 5 dont tous les sommets ont un degré égal à 3 ?
- 3) Peut-on construire un graphe simple (ne contient pas des boucles et des arêtes multiples.) ayant :
 a) 4 sommets et 7 arêtes
 b) 5 sommets et 9 arêtes

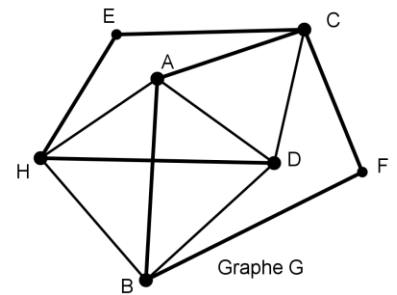
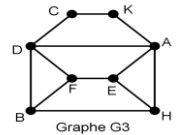
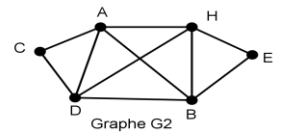
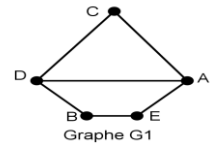
Exercice N°3 :

Peut-on reproduire les graphes ci-dessous sans lever le crayon et en ne passant qu'une seule fois sur chaque arête



Exercice N°4 :

- On considère le graphe G1 ci-contre.
 - Justifier le fait que G1 n'admet pas de cycle eulérien mais qu'il admet des chaînes eulériennes.
 - Déterminer une chaîne eulérienne dans G1.
- Le graphe G2 ci-contre admet-il un cycle eulérien ?
- Le graphe G3 ci-contre admet-il une chaîne eulérienne ou un cycle eulérien ?



Exercice N°5 :

Le graphe ci-contre représente huit pays, les sommets représentent les villes et les arêtes les frontières.

- Quel est l'ordre de ce graphe ?
- Ce graphe est-il complet ? Est-il Connexe ?
- Dans un tableau, donner le degré des sommets de ce graphe
 - En déduire le nombre d'arêtes du graphe.
- Est-il possible de partir d'un pays, de franchir chaque frontière une seule fois et de terminer en un autre pays ?
- Est-il possible de partir d'un pays et d'y revenir en franchissant chaque frontière une fois et une seule ?
- Donner un sous-graphe complet d'ordre maximal de ce graphe ?
 - En déduire un minorant du nombre chromatique $\gamma(G)$.
 - Colorer les huit pays avec un nombre minimum de couleurs de telle façon que deux pays adjacents portent deux couleurs différentes.
 - En déduire $\gamma(G)$ le nombre chromatique de ce graphe.

Exercice N°6 :

Le directeur d'un petit zoo veut réorganiser l'habitat de telle sorte que les animaux cohabitent dans des enclos plus vastes. Malheureusement, il n'est pas possible de laisser tous les animaux ensemble dans un seul enclos, car certains sont les prédateurs des autres ! Le tableau ci dessous indique, parmi les dix races d'animaux que possède le zoo, lesquelles sont les prédateurs ou les proies des autres. A, B, C, D, E, F, G, H, I, et J désignent les dix races d'animaux, une croix signifie que les animaux ne peuvent pas cohabiter dans le même enclos.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A		x	x		x				x	x
B	x			x			x			
C								x		
D		x				x				
E	x									
F				x						
G		x								
H			x						x	x
I	x				x					x
J	x		x			x			x	

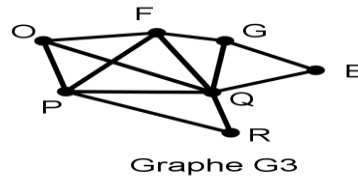
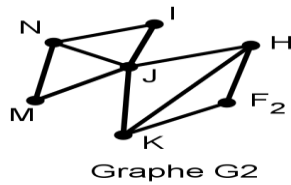
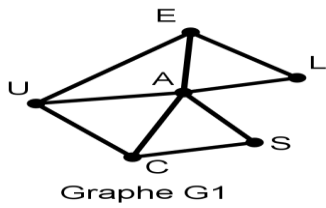
On se propose de résoudre le problème P suivant : Combien d'enclos le directeur du zoo doit-il prévoir ?

1°) Représenter cette situation par un graphe. (Deux sommets sont adjacents si les deux animaux ne cohabitent pas).

2°) Colorer ce graphe de sorte que deux sommets adjacents ne soient jamais de même couleur.

Exercice N°7 :

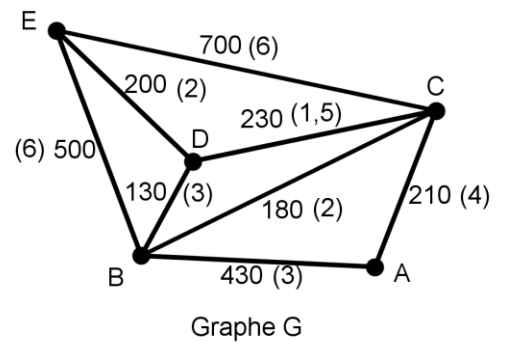
Colorier et déterminer le nombre chromatique des graphes suivants:



Exercice N°8 :

Sur les arêtes du graphe suivant, représentant un réseau autoroutier, on a marqué les distances entre deux étapes et, entre parenthèses, les prix des péages en DT.

- Déterminer la chaîne la plus courte entre D et A .
- Déterminer la chaîne qui minimise la somme dépensée en péage entre D et A .



Exercice N°9 :

Un groupe d'amis organise une randonnée dans les Alpes. On a représenté par le graphe ci-dessous les sommets B, C, D, F, T, N par lesquels ils peuvent choisir de passer. Une arête entre deux sommets coïncide avec l'existence d'un chemin entre les deux sommets.

- Dans un tableau, donner le degré des sommets de ce graphe
 - Justifier que le graphe est connexe.
- Le groupe souhaite passer par les six sommets en passant une fois et une seule par chaque chemin. Démontrer que leur souhait est réalisable. Donner un exemple de trajet possible.
 - Le groupe souhaite associer chaque sommet à une couleur de sorte que les sommets reliés par un chemin n'ont pas la même couleur.
 - Donner un sous-graphe complet d'ordre maximal de ce graphe ?
 - En déduire un minorant du nombre chromatique $\gamma(G)$.
 - Proposer un coloriage du graphe permettant de déterminer son nombre chromatique.
 - Le groupe se trouve au sommet B et souhaite se rendre au sommet N. Les distances en kilomètres entre chaque sommet ont été ajoutées sur le graphe. Indiquer une chaîne qui minimise la distance du trajet. Justifier la réponse.

