I – La touche au rugby

Au cours de cette phase de jeu, un joueur de masse m = 100 kg est soulevé verticalement par ses partenaires afin de pouvoir attraper le ballon. Au cours de la montée, son centre d'inertie passe de l'altitude z_A = 1 m à l'altitude z_B = 3 m. Arrivé en haut, le joueur est immobilisé.

1) Que vaut le travail de la force $\vec{F}$ exercée par les partenaires (force de valeur constante F) au cours de cette montée ?

Lors de cette montée, d'un point A où le joueur est immobile vers un point B situé 2 m plus haut et où le joueur est encore immobile, deux forces s'exercent : le poids dont le travail vaut $W_1 = mg(z_A-z_B)$ et la force $\vec{F}$. Le travail de cette force, vers le haut comme le vecteur déplacement $\overrightarrow{AB}$ vaut donc W_2 = F×AB×cos0° = F×AB.

La somme de ces deux travaux vaut $W_1 + W_2 = \Delta E_c = E_{cB} - E_{cA} = 0$ (aux deux points, le système est immobile, les vitesses v_A et v_B sont nulles).

Donc : $W_2 + mg(z_A-z_B) = 0$ $W_2 = - mg(z_A-z_B)$ = -100×9,8×(1-3) = + 1960 J

2) Que vaut F ?

W_2 = F×AB×cos0° = F×AB = 1960, donc $F = \frac{1960}{AB} = \frac{1960}{2} = 980\ N$

3) Panique dans l'alignement de la touche ! Les partenaires ont lâché le joueur et il chute lourdement (uniquement sous l'action de son poids) jusqu'au sol. Quelle est sa vitesse lorsqu'il atteint le sol (lorsque son centre d'inertie arrive à l'altitude z_0 = 0 m) ?

Ici la seule force qui s'exerce est le poids. On peut de nouveau appliquer le théorème de l'énergie cinétique entre les points B et C:

$\Delta E_c = E_{cC} - E_{cB} = E_c = \frac{1}{2}mv_C^2 - \frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{1}{2}mv_C^2 = \sum W_{A\to B}(\vec{F}) = W(\vec{P}) = mg(z_B - z_C)$

Soit $v_C = \sqrt{2mg(z_B - z_C)}$ = 7,7 m.s^{-1}

II – Saut à ski (<u>schéma de l'ensemble du mouvement donné en annexe, en fin de sujet</u>)

1ère phase : descente sur la piste d'élan.

Un skieur de masse m = 100 kg s'élance sur le tremplin pour un saut à ski. Il part du point A (altitude z_A = 300 m, vitesse v_A = 0 m.s^{-1}) et descend en accélérant jusqu'au point B (altitude z_B = 200 m, vitesse v_B = 120 k m.h^{-1}). La trajectoire du point A au point B est rectiligne et a une longueur AB = 150 m.

Les frottements avec l'air sont négligés mais les frottements avec le support neigeux sont modélisés par une force $\vec{f}$ de valeur constante f.

1) Faire le bilan des forces qui s'exercent sur le skieur. $\vec{P}, \vec{f}, \overrightarrow{R_N}$ *(voir schéma complété)*
2) Exprimer le travail de chacune de ces forces.

$W(\overrightarrow{R_N}) = \overrightarrow{R_N}.\overrightarrow{AB}$ = 0 car ces deux vecteurs sont perpendiculaires

$W(\vec{P}) = mg(z_A - z_B)$

$W(\vec{f}) = \vec{f}.\overrightarrow{AB}$ = - f×AB (angle entre les deux vecteurs 180°, cos180° = -1)

3) Enoncer le théorème de l'énergie cinétique

La variation de l'énergie cinétique d'un système entre deux points est égale à la somme des travaux des forces qui s'exercent sur ce système au cours du mouvement entre ces deux points.

$\Delta E_c = E_{cB} - E_{cA} = \sum W_{A\to B}(\vec{F})$

4) Déterminer la valeur f.

Nous étions incités à appliquer le théorème de l'énergie cinétique (avec E_{cA} = 0 et v_B à ne pas oublier de convertir en m.s^{-1}) :

$\frac{1}{2}mv_B^2 = W(\vec{P}) + W(\vec{f}) = mg(z_A - z_B) - f\times AB$

Soit $f = \frac{mg(z_A - z_B) - 1/2mv_B^2}{AB}$ = 284 N

Si au cours de votre calcul vous commettez juste une erreur de signe et que vous trouvez, ici, - 284 N, vous ne pouvez pas laisser un tel résultat sans commentaire. Une valeur de force correspond à la norme du vecteur force, elle est obligatoirement positive.

$2^{ème}$ phase : saut.

Le skieur quitte le tremplin au point B à la vitesse de valeur v_B = 33,3 m.s^{-1}, le vecteur vitesse $\overrightarrow{v_B}$ faisant un angle avec l'horizontale de 30° vers le haut.

Il s'élève jusqu'à passer par un sommet au point C (altitude z_C = 228 m, vitesse v_c = 28,8 m.s^{-1}), puis redescend pour finalement toucher le sol au point D (z_D = 0 m).

Selon une direction horizontale, le point D est situé à 239 m du point B.

Dans un premier temps (prévisions) on décide de négliger toutes les actions de l'air.

5) Indiquer sur quelle portion du saut le travail du poids est moteur et sur quelle autre portion il est résistant (on justifiera la réponse).
   Entre B et C, W = mg(z_B – z_C) < 0, travail résistant (z_B < z_C)
   Entre C et D, W = mg(z_C – z_D) > 0, travail moteur (z_C > z_D)
   Toute explication cohérente avec des phrases du type : « quand ça monte le poids s'oppose, son travail est résistant », « quand ça descend, le travail du poids est moteur » était acceptée.
6) Pourquoi le saut se fait-il à énergie mécanique constante ?

Parce que c'est une chute libre, c'est-à-dire que la seule force qui s'exerce est le poids qui est une force conservative (de l'énergie mécanique). Toute réponse sans le terme « conservative » ne rapportait pas le maximum de points.

7) Déterminer la valeur de la vitesse v_D.

Théorème de l'E_c, par exemple entre B et D : $\frac{1}{2}mv_D^2 - \frac{1}{2}mv_B^2 = W(\vec{P}) = mg(z_B - z_D)$

$v_D = \sqrt{v_B^2 + 2g(z_B - z_D)}$ = 71 m.s^{-1} (255 km.h^{-1} !!)

8) ***Justifier les valeurs v_c et z_C caractéristiques du point C (sommet de la trajectoire).***
   + tard…

En réalité (observations) on ne peut pas négliger les actions de l'air car la vitesse d'arrivée en D vaut en réalité v'_D = 50 m.s^{-1}.

9) Calculer le travail global dû aux actions de l'air (poussée d'Archimède et frottements).

Appelons ce travail W_{diss} (comme « dissipatrices d'énergie »)

Nous avons maintenant : $\frac{1}{2}mv_D^2 - \frac{1}{2}mv_B^2 = W(\vec{P}) + W_{diss}$ (avec maintenant v_D = 50 m.s^{-1})

$W_{diss} = \frac{1}{2}mv_D^2 - \frac{1}{2}mv_B^2 - W(\vec{P}) = \frac{1}{2}mv_D^2 - \frac{1}{2}mv_B^2 - mg(z_B - z_C) = -1{,}26\times10^5$ J

Il faut impérativement trouver un travail négatif, c'est un travail résistant, de forces dissipatrices d'énergie mécanique. Donc si vous trouvez un résultat positif, vous devez au moins signaler que ce n'est pas ce qui est prévu.

10) La poussée d'Archimède $\overrightarrow{F_A}$ est une force verticale, vers le haut et de valeur constante donnée : F_A = 4 N.
    La force de frottement $\overrightarrow{f'}$ est une force de valeur variable f', en permanence de même direction et de sens opposé au vecteur vitesse.
    a. Pourquoi n'a-t-on pas les outils nécessaires pour déterminer la valeur f'.

Parce que nous n'avons pas de formule permettant d'extraire f : la formule du travail donnée dans le cours concerne exclusivement les forces constantes. Or $\vec{f}$ est variable tout au long du mouvement : en direction et en valeur.

   b. Calculer le travail de $\overrightarrow{f'}$ au cours du trajet BD.

Principe : La poussée d'Archimède est constante et donnée, toutes les distances sont données, on peut trouver l'angle entre force et déplacement et calculer le travail de la poussée d'Archimède (la formule du cours est autorisée). On retranche ce travail à W_{diss} trouvé précédemment et on a notre réponse…

III – Rebonds d'un ballon de basket

Pour que son ballon puisse rebondir jusqu'à une hauteur de 1 m (on suppose donc qu'arrivé à cette hauteur le ballon a une vitesse nulle), Hortense doit à chaque fois redonner une petite impulsion consistant à pousser le ballon verticalement vers le bas à une vitesse de valeur v = 2 $m.s^{-1}$ (lors de cette impulsion le ballon se trouve donc à la hauteur 1 m et repart vers le bas à la vitesse v).

Quel pourcentage de l'énergie mécanique du ballon est perdu au cours de chaque rebond ?

Lorsque le ballon atteint, après un rebond la hauteur 1 m, il possède l'énergie mécanique $E_m = E_p = mgz$ (avec z = 1 m) puisqu'il arrive immobile à cette hauteur. Lorsqu'il repart, Hortense a rajouté l'énergie $\frac{1}{2}mv^2$ et le ballon repart avec $E'_m = mgz + \frac{1}{2}mv^2$. Puis il rebondit et revient au point de départ avec l'énergie E_m. Il a donc perdu l'énergie $\frac{1}{2}mv^2$. Le pourcentage d'énergie perdue est :

$$\frac{1/2mv^2}{mgz+1/2mv^2} = \frac{1/2v^2}{gz+1/2v^2} = \frac{v^2}{2gz+v^2} = 0{,}17 = 17\%$$

IV – Suivi cinétique d'une réaction chimique

Nous nous intéressons aujourd'hui à la réaction d'oxydation des aldéhydes en acides carboxyliques par la solution de Fehling. L'oxydant actif dans la liqueur de Fehling est l'ion $Cu^{2+}_{(aq)}$ de couleur bleu foncé dans les conditions de préparation de la solution et il est réduit en oxyde de cuivre (I) $Cu_2O_{(s)}$ de couleur rouge. Cette réaction est souvent utilisée pour mettre en évidence la présence de sucres dits « réducteurs », porteurs d'un groupe aldéhyde. Cette réaction est lente et est étudiée ici dans le cadre de l'oxydation de l'éthanal en acide éthanoïque à la température de 40 °C (on maintient le milieu réactionnel dans un bain marie réglé à 40 °C).

$$2\,Cu^{2+}_{(aq)} + 2\,CH_3CHO_{(aq)} + 2\,H_2O_{(l)} \rightarrow Cu_2O_{(s)} + 2\,CH_3COOH_{(aq)} + 4\,H^+_{(aq)}$$

Bleu, dissous — *incolore* — *rouge, solide* — *incolore* — *incolore*

Le suivi cinétique est réalisé de la manière suivante : **$n_1 = 1{,}0\times10^{-2}$ mol d'ions Cu^{2+} et $n_2 = 1{,}2\times10^{-2}$ mol d'éthanal** sont mélangées à la date t = 0 min dans un ballon maintenu à 40 °C.

Le volume total du mélange, complété avec de l'eau, est égal **V_{sol} = 1, 0 L**.

Toutes les 5 minutes, une petite portion du mélange est prélevée, brutalement refroidie à 0 °C (on note alors la date t), filtrée, et enfin le liquide filtré et refroidi est soumis à une mesure d'absorbance à 620 nm (dans une cuve de 1 cm de largeur).

Les valeurs d'absorbances obtenues sont données dans le tableau ci-dessous.

t (min)	0	5	10	15	20	30	40	50	100
A	0,5	0,36	0,27	0,21	0,17	0,08	0,03	0	0

1) On a apporté V_1 = 200 mL d'une solution de Fehling de concentration $c_1 = 5\times10^{-2}$ $mol.L^{-1}$. Montrez que cet apport correspond bien à la quantité de matière n_1.

$n_1 = c_1\times V_1 = 5\times10^{-2}\times0{,}200 = 1\times10^{-2}$ mol, on retrouve bien la valeur annoncée.

2) Données pour l'éthanal : masse volumique $\mu = 0{,}79$ $g.L^{-1}$, masse molaire M = 44 $g.mol^{-1}$.
Quel volume d'éthanal a été apporté ?

$\mu = \frac{m}{V}$ (cette expression est cohérente avec l'unité de µ, m est la masse d'un échantillon d'éthanal, V est le volume correspondant).

On a apporté $n_2 = 1{,}2\times10^{-2}$ mol d'éthanal, soit m = n×M, ce qui correspond au volume $V = \frac{m}{\mu} = \frac{nM}{\mu} = 0{,}67$ L

3) Pourquoi refroidit-on brutalement chaque prélèvement avant de noter le temps correspondant à la mesure d'absorbance.

Cette technique s'appelle une « trempe ». En abaissant fortement la température, on joue sur le facteur cinétique T, on provoque un fort ralentissement de la réaction, on considère qu'elle est arrêtée. Ainsi la mesure de A peut être associée à une valeur précise de date t.

4) Pourquoi filtre-t-on avant de réaliser la mesure d'absorbance ?

Un précipité de Cu_2O s'est formé ! Ce précipité, solide en suspension dans la solution, risque d'empêcher le passage de la lumière dans la cuve et de fausser les résultats de mesure d'absorbance. Il faut s'en débarrasser par filtration.

5) Les mesure d'absorbance à 620 nm vont permettre de suivre l'évolution de la concentration en ions $Cu^{2+}_{(aq)}$ dans le mélange au cours du temps :

a. Justifier le choix de la longueur d'onde de travail (620 nm).

(*Etoile chromatique disponible en annexe*)

Si l'ion $Cu^{2+}_{(aq)}$ est bleu, alors il absorbe la lumière complémentaire du bleu, à l'opposé sur l'étoile chromatique : le jaune à 620 nm.

b. Présenter la relation (loi de Beer-Lambert) qui relie l'absorbance A (mesurée à 620 nm) et la concentration $[Cu^{2+}]$ (on nommera toutes les grandeurs présente dans cette relation et on donnera les unités correspondantes)

$A_{\lambda max} = \varepsilon l c$ **(loi de Beer-Lambert)**

l : longueur de solution traversée (en cm)

c : concentration de l'espèce (en $mol.L^{-1}$)

ε : coefficient d'absorption molaire (en $L.mol^{-1}.cm^{-1}$) caractéristique de l'espèce étudiée.

6) Une série de mesures préalables a permis de réaliser un étalonnage menant à la relation numérique :

$$A = 50\times[Cu^{2+}]$$

a. Que vaut ε le coefficient d'absorption molaire de l'ion Cu^{2+} dans la solution de Fehling à 620 nm ?

7) On reconnait la loi de Beer-Lambert avec $[Cu^{2+}]$ = c. Comme l = 1 cm, il nous reste ε = 50 $L.mol^{-1}.cm^{-1}$.

a. Montrer que l'avancement de la réaction x s'exprime en fonction de A sous la forme :

$$x = \frac{n_1}{2} - \frac{A\times V_{sol}}{100} \qquad (1)$$

Si l'on dresse un tableau d'avancement, on remarque que lorsque l'avancement vaut x, la quantité de matière de Cu^{2+} présent vaut $n_1 - 2x$.

$[Cu^{2+}]$ vaut donc $\frac{n_1-2x}{V_{sol}}$ et la loi de Beer-Lambert devient : $A = 50\times\frac{n_1-2x}{V_{sol}}$.

Je vous laisse triturer cette égalité pour arriver à l'égalité (1), vous en êtes tous capables.

8) Exploitation finale

a. A l'aide du tableau de résultats des mesures d'absorbances A(t) et de la relation (1), déterminer les valeurs x(t) et tracer le graphe x = f(t).
(*échelles : 1 carreau pour 1×10^{-3} mol, 1 carreau pour 10 min*)

b. Que vaut le temps de demi-réaction ?

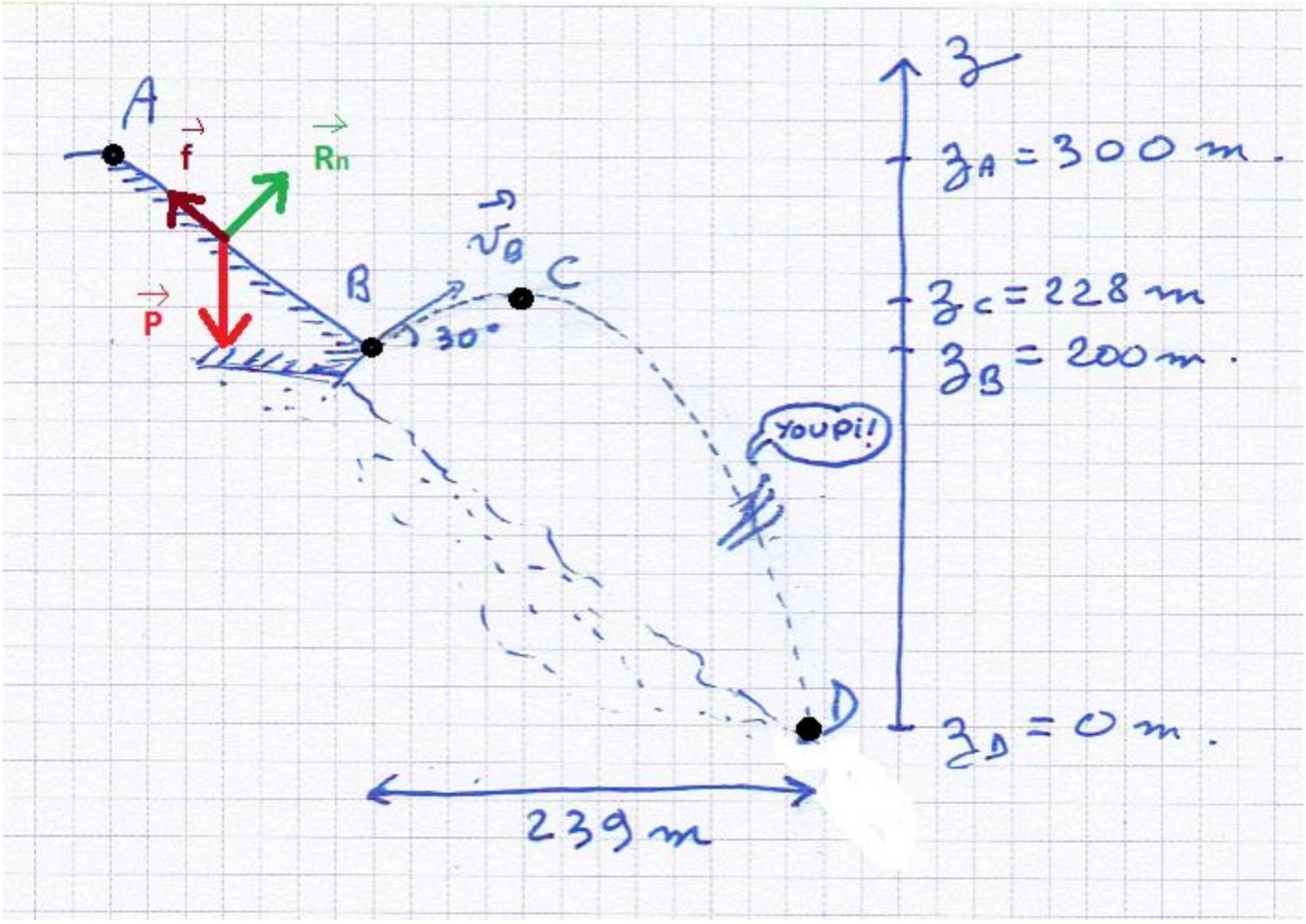
c. La réaction est-elle totale ?

A l'aide de la formule (1) et des valeurs de A, on obtient les valeurs de x associées à différentes dates t. On présente cela sous la forme d'un graphe x = f(t), x en ordonnée, t en abscisse et pas le contraire !
On prolonge l'asymptote horizontale et on constate qu'elle correspond à $x_f = 5\times10^{-3}$ mol.
Travaillez le tableau d'avancement pour constater que x_{max} vaut aussi 5×10^{-3} mol.
La réaction est donc totale, vu que $x_f = x_{max}$.
Sur l'axe des ordonnées, on se place à $x = x_f/2$ on trace à cette hauteur une horizontale jusqà rencontrer la courbe. Là, on plonge verticalement pour trouver la date correspondante : le temps de demi réaction (entre 10 et 15 minutes selon la qualité de votre construction).

Si vous avez des difficultés sur cette dernière série de questions, tenez-moi au courant.

Annexes

Schéma saut à ski :



Etoile chromatique :